

**ACTION
DE LA HOULE SUR
LES STRUCTURES MARINES
FIXES OU FLOTTANTES**

**Modèle mathématique
et physique**

par

M. SABATON

Laboratoire National d'Hydraulique
E.D.F., Chatou

Nous reprenons, pour cet article, la présentation, inaugurée dans le N°1-1972, qui permet une publication rapide d'articles présentant une partie mathématique importante.

LA HOUILLE BLANCHE

INTRODUCTION

Le but de cet exposé est de présenter certains modèles théoriques et expérimentaux développés pour répondre aux besoins actuels et à l'évolution de la construction des structures marines. Les nombreux calculs effectués ces dernières années pour la conception de ces structures entraînent deux remarques : d'une part, il n'est pas apparu de théorie nouvelle, les codes de calcul mis au point ont été développés à partir de théories déjà anciennes et d'autre part, l'utilisation des houles aléatoires dans les calculs est devenue plus fréquente. Cette utilisation s'explique facilement : la houle aléatoire représente la nature réelle des phénomènes ; elle a été rendue possible par une connaissance beaucoup plus approfondie des houles naturelles tant au point de vue théorique qu'au point de vue mesures. Il existe maintenant pour de très nombreuses mers des statistiques très complètes et des modèles sûrs pour l'estimation des spectres de houle à partir des champs de vent.

I - HOULE ALEATOIRE

Le grand intérêt d'une description probabiliste de la houle est que, moyennant certaines hypothèses, la fonction spectrale permet une représentation complète.

La houle est supposée être un processus stationnaire ergodique et gaussien. Cette dernière hypothèse a été assez bien vérifiée pour de nombreux enregistrements étudiés.

Toutes les grandeurs statistiques de la houle sont alors définies à partir des quatre premiers moments du spectre.

La houle peut alors être modélisée facilement en la considérant comme une superposition d'ondes monochromatiques indépendantes, solutions du système linéarisé des équations générales.

Le modèle le plus utilisé découle de la représentation de Rice, l'expression de la surface libre est :

$$\eta(t) = \int \sqrt{S(f)} df \cos(2\pi ft + \varphi)$$

avec $S(f)$ la densité spectrale d'énergie et φ une phase aléatoire uniformément répartie entre 0 et 2π .

A partir de cette dernière représentation il est possible d'en déduire toute la cinématique de la houle.

II - EFFORTS

Deux sortes d'efforts hydrodynamiques s'exercent sur un corps soumis à l'action de la houle :

- les forces d'inertie proportionnelles au volume du corps et à l'accélération,
- les résistances de formes et frottements proportionnelles au carré de la vitesse et à la surface. Ces forces sont dues à la viscosité du fluide qui agit par un double mécanisme :
 - en créant une contrainte visqueuse dont la somme sur la paroi n'est pas nulle et qui est appelée traînée de frottement.
 - en modifiant l'écoulement dans le voisinage de la paroi c'est-à-dire dans la couche limite en créant une distribution de pression telle que la somme dans le sens de l'écoulement n'est pas nulle et que l'on appelle traînée de forme.

Il n'existe pas encore de modèle complet permettant de prendre en compte l'interaction entre ces deux sortes d'efforts.

Le calcul des forces en fluide parfait néglige les résistances de forme ; cette hypothèse de fluide parfait est néanmoins admissible pour les corps de grandes dimensions, le rapport des forces d'inertie aux résistances de forme étant proportionnel à la dimension du corps.

II.1 - Modèle de diffraction

Pour estimer les efforts exercés par la houle sur une structure ainsi que les coefficients de masse ajoutée, le Laboratoire National d'Hydraulique a mis au point un modèle de diffraction.

II.1.1 - Hypothèses

La complexité du problème nécessite d'émettre des hypothèses qui heureusement ne limite pas trop le domaine d'application :

- le fluide est considéré comme parfait et sans décollement,
- le calcul est effectué pour une houle de Stokes en profondeur constante finie ou infinie au premier ordre d'approximation. C'est en fait une solution du système linéarisé des équations générales.
- le calcul est effectué en théorie linéaire et la houle est supposée de faible amplitude.

II.1.2 - Méthode de calcul

Pour déterminer le mouvement d'un corps soumis à l'action de la houle, il est nécessaire de calculer le champ de pression exercée par celle-ci donc de connaître la cinématique du fluide entourant le corps. La méthode consiste à rechercher le potentiel des vitesses sous la forme :

$$\varphi = \varphi_{\infty} + \varphi_d + \varphi_v$$

ou

- φ_{∞} est le potentiel dû à la houle incidente,
- φ_d est le potentiel dû à la houle diffractée,
- φ_v est le potentiel dû au mouvement.

En supposant que le mouvement du corps reste faible devant celui de l'eau, le problème peut se décomposer en deux :

- d'une part la recherche du potentiel $\varphi_{\infty} + \varphi_d$ qui permet l'estimation du torseur des forces excitatrices \overline{F}_{EG} ,
- d'autre part la recherche du potentiel φ_v qui permet l'estimation de la matrice des inerties ajoutées $[CM_G]$.

Dans chaque cas le problème se ramène à la recherche des densités de sources à disposer sur la surface du corps pour vérifier l'ensemble des équations. Le calcul des densités de source conduit à résoudre une équation intégrale de Fredholm, elle est traitée numériquement après discrétisation de la surface du corps (corps de forme quelconque).

II.1.3 - Résultats

A la suite d'une demande du Ministère de l'Équipement et de l'Institut Français du Pétrole, ce code de calcul a fait l'objet d'une exploitation systématique pour un certain nombre de corps pouvant être utilisés comme flotteurs de structure semi-submersible.

Cette étude a porté sur des corps cylindriques horizontaux. Les conditions de calcul étaient :

- forme de la base : carré, rectangulaire, circulaire ($R=6m$),
- longueur du corps : 120, 60 et 30 m,
- profondeur d'eau : ∞ , 50 et 25 m,
- immersion du corps : 24, 12 et 6 m,
- période de la houle : 7 périodes comprises entre 6 et 25 s,
- incidences de la houle : 0, 30, 60 et 90°.

Pour en faciliter l'utilisation ces résultats sont présentés sous forme adimensionnelle dans des abaques (fig. 1 et 2) de façon à pouvoir être utilisés pour un très grand nombre de conditions.

II.1.4 - Vérification expérimentale

Le modèle mathématique de diffraction a été testé pour toute une série d'essais tant en houle régulière qu'aléatoire (fig.3). Le corps étudié est un cylindre horizontal de longueur 60 m, de diamètre 12 m et immergé à 12m.

Pour les houles de faibles cambrures (1%) les résultats expérimentaux confirment la validité du calcul. Pour les houles de plus fortes cambrures, les résultats théoriques sont encore utilisables avec les limitations suivantes :

- le corps reste entièrement immergé,
- la force horizontale perpendiculaire à la direction de propagation de la houle est surestimée par le calcul dès que la hauteur dépasse le demi-diamètre.

Le résultat des essais en houle aléatoire prouve a posteriori pour les houles étudiées la linéarité de la relation houle-effort.

II.2 - Corps composés

Ce code de calcul est relativement lourd d'utilisation et pour une étude d'avant-projet il est préférable d'essayer de décomposer le corps en éléments simples pour lesquels les éléments hydrodynamiques sont connus, puis de les recomposer suivant une loi de composition.

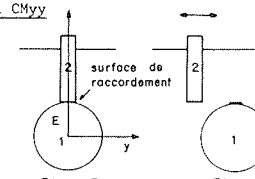
Cette loi de composition a été élaborée en raisonnant sur l'exemple concret d'un corps composé d'un cylindre horizontal (1) et d'un cylindre vertical (2) de plus petit diamètre. Son application n'est a priori pas générale.

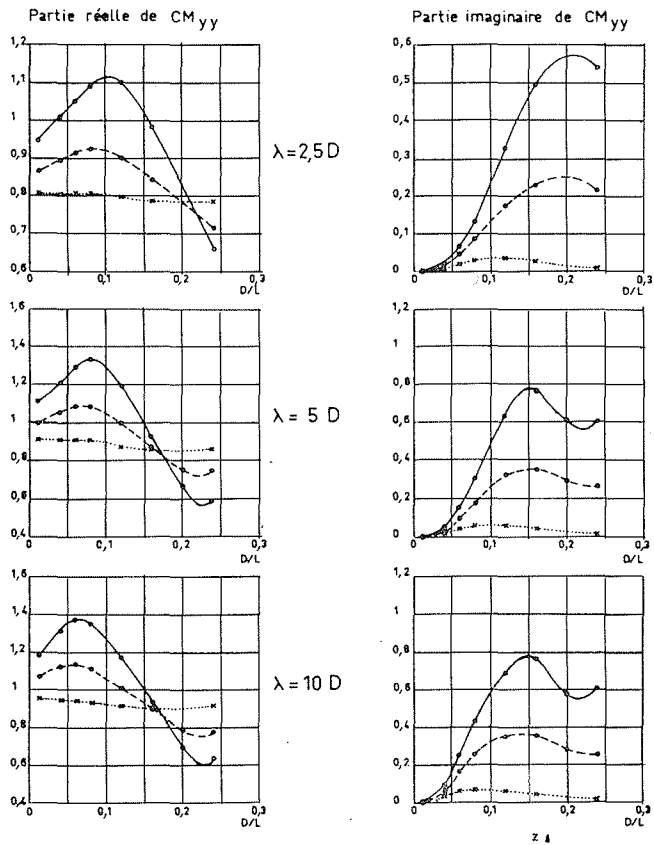
II.2.1 - Composition des inerties ajoutées

a) Coefficient d'inertie ajoutée horizontale CM_{yy}

Lorsque les éléments 1 et 2 sont animés d'un mouvement oscillatoire horizontal les champs de pression qui s'exercent sur les surfaces horizontales communes des deux éléments simples indépendants ne créent aucune composante

horizontale et il est logique de considérer que la force horizontale qui s'exerce sur le corps assemblé est la somme des forces s'exerçant sur les deux éléments indépendants soumis au même mouvement.





Coefficient d'inertie ajoutée CM_{yy}
cylindre oscillant à la période T
profondeur $d = \infty$
 $(L = \frac{gT^2}{2\pi})$

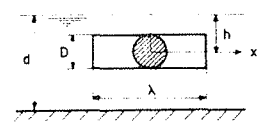
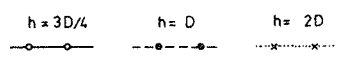
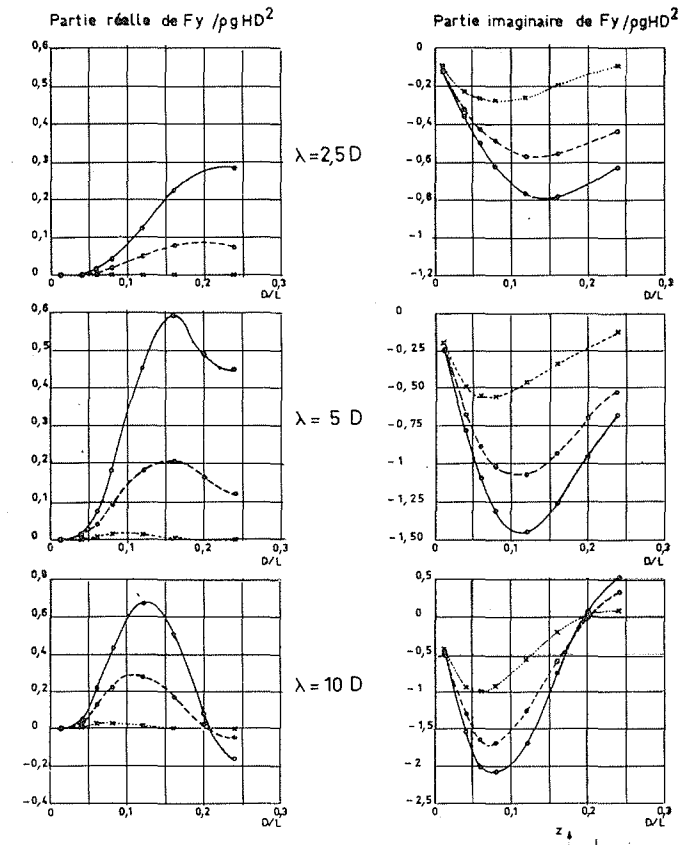


Fig:1



Force F_y
houle d'incidence $\alpha = 60^\circ$
profondeur $d = \infty$
 $(L = \frac{gT^2}{2\pi})$

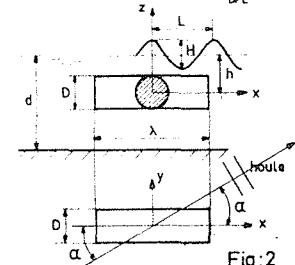
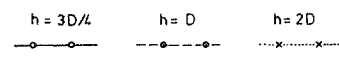
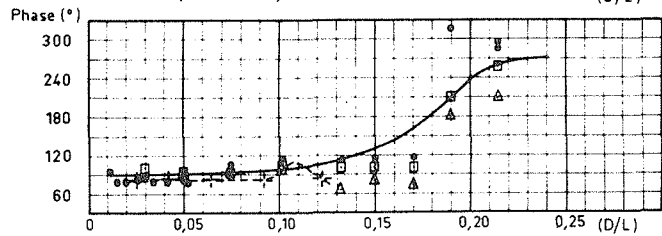
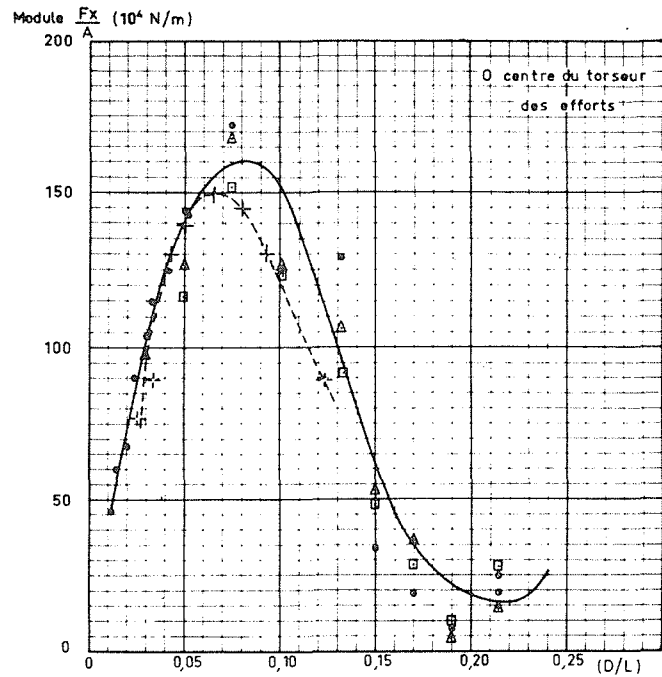


Fig:2



— Courbe calculée.
 Points expérimentaux en houle régulière
 en houle aléatoire

| | |
|---|-------------------------|
| ○ | Cambrure de la houle 1% |
| □ | " " 3% |
| △ | " " 5% |
| + | Essai 2 |
| ○ | Essai 1 |

Force F_x d'inertie exercée par une houle d'incidence $\alpha = 0^\circ$

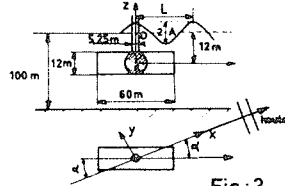
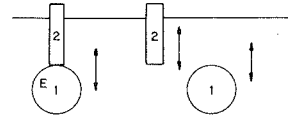


Fig:3

b) Coefficient d'inertie ajoutée verticale CM_{zz}

Lorsque les corps 1 et 2 sont animés d'un mouvement oscillatoire d'axe vertical les champs de pression qui s'exercent sur les surfaces horizontales de raccordement créent des composantes verticales en phase puisque pour les surfaces de raccordement les normales extérieures sont de directions opposées et les vitesses par rapport à ces normales sont également opposées.



Sur le corps assemblé la force exercée sur la surface de raccordement est nulle ; la meilleure estimation possible de la force verticale est obtenue en effectuant la différence des forces s'exerçant sur les deux éléments simples c'est-à-dire $F_{z1} - F_{z2}$.

- Remarque :

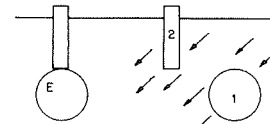
Cette loi d'additivité ne peut être appliquée que lorsque la surface de raccordement coïncide pour l'un des éléments simples avec la projection de ce corps sur le plan de raccordement.

II.2.2 - Calcul des forces excitatrices.

Exemple : Force verticale F_z exercée par la houle

Les forces dues à la houle peuvent se décomposer en deux :

d'une part les forces dues à la houle incidente agissant sur le volume de fluide figé occupant le volume de l'obstacle, et d'autre part les forces liées à la modification du champ des vitesses des particules d'eau due à la houle diffractée par l'obstacle.



La force due à la houle incidente sur le corps composé est par définition égale à la somme des forces s'exerçant sur chacun des éléments.

$$F_{zi} = F_{z1i} + F_{z2i}$$

Le cas de la force diffractée est différent mais s'identifie à la limite à celui des inerties ajoutées. En effet, à un instant donné, si la longueur d'onde de la houle est grande par rapport à la dimension des éléments, ceux-ci sont dans un champ de vitesse uniforme V ; il revient au même pour l'évaluation des efforts de les considérer animés de la vitesse V dans un fluide au repos ; donc pour la force diffractée :

$$F_{zd} = F_{z1d} - F_{z2d}$$

La force totale s'exerçant sur le corps composé est donc :

$$F_{zT} = F_{z1i} + F_{z2i} + F_{z1d} - F_{z2d}$$

$$F_{zT} = (F_{z1i} + F_{z1d}) + (F_{z2i} + F_{z2d}) - 2 F_{z2d}$$

soit :

$$F_{zT} = F_{z1} + F_{z2} - 2 F_{z2d}$$

L'erreur commise en ajoutant les forces est $2 F_{z2d}$, ce qui est en général admissible pour une pile verticale car la force diffractée verticale est négligeable.

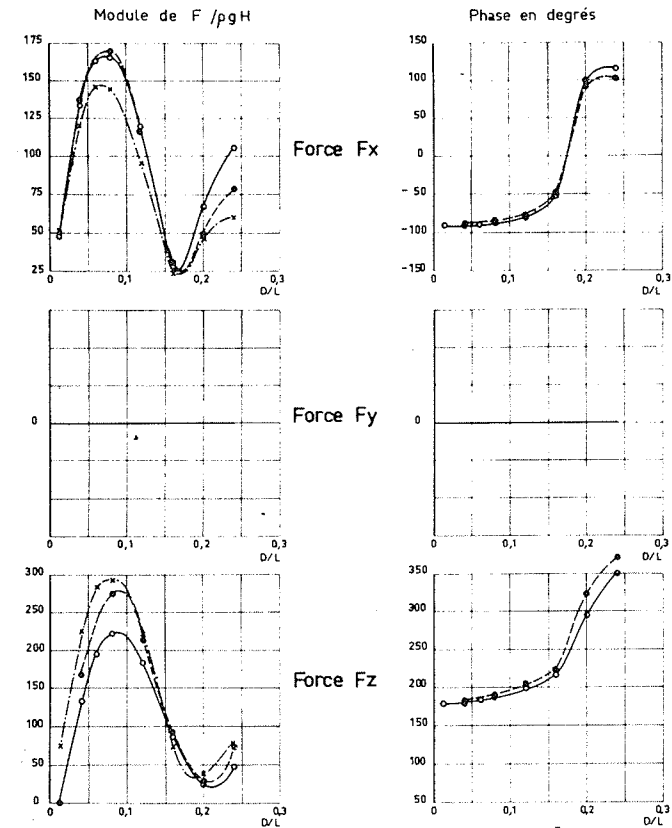
II.2.3 - En résumé les considérations ci-dessus nous ont amenés à retenir les hypothèses de composition suivantes :

- pour le calcul des inerties ajoutées les forces hydrodynamiques qui s'exercent sur les surfaces de raccordement communes se retranchent, les forces s'exerçant sur les autres surfaces s'ajoutent.
- pour le calcul des forces exercées, les forces hydrodynamiques s'exerçant sur toutes les surfaces des éléments simples s'ajoutent.

Rappelons que cette méthode n'est a priori pas généralisable ; elle est pour l'instant limitée au cas d'un corps composé de cylindres verticaux émergents, reliés à d'autres cylindres ou à un flotteur de plus grande section horizontale.

II.2.4 - Vérification

L'application d'une telle loi à un ensemble : piles verticales et flotteur horizontal (fig.4) conduit à des écarts qui atteignent parfois 20%. Pour améliorer l'estimation des éléments hydrodynamiques une nouvelle loi prenant compte les interactions entre éléments est en cours de mise au point.



Composition d'éléments simples
houle d'incidence $\alpha = 0^\circ$
profondeur $d = \text{infinie}$

$$(L = \frac{gT^2}{2\pi})$$

- calcul complet
- x— cylindre horizontal
- évaluation par composition d'éléments simples

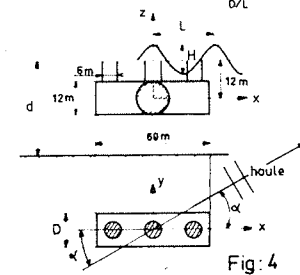


Fig: 4

III - PRINCIPE DE CALCUL DES MOUVEMENTS

Les mouvements recherchés sont des fonctions périodiques sinusoïdales du temps. Soit $\vec{E}_G \mathcal{R}_e \{X_G e^{-i\sigma t}\}$, $\mathcal{R}_e \{Y_G e^{-i\sigma t}\}$, $\mathcal{R}_e \{Z_G e^{-i\sigma t}\}$

$\mathcal{R}_e \{\theta_R e^{-i\sigma t}\}$, $\mathcal{R}_e \{\theta_T e^{-i\sigma t}\}$, $\mathcal{R}_e \{\theta_L e^{-i\sigma t}\}$ le vecteur définissant le mouvement du corps ; X_G, Y_G, Z_G sont les amplitudes des translations sinusoïdales du centre de gravité parallèlement aux axes, $\theta_R, \theta_T, \theta_L$ sont les amplitudes des rotations angulaires autour du centre de gravité (les six grandeurs $X_G, Y_G, Z_G, \theta_R, \theta_T, \theta_L$ sont les inconnues du problème exprimées en nombre complexe), le symbole \mathcal{R}_e signifie valeur réelle de l'expression complexe entre accolades qui le suit.

Les forces agissant sur le corps réduites au centre de gravité G sont :

- les forces d'inertie $\vec{F}_{IG} = - [I_G] \vec{V}_G$

$[I_G]$ est la matrice d'inertie réduite à sa diagonale principale
 \vec{V}_G est le vecteur accélération du centre de gravité relié au vecteur élongation \vec{E}_G par : $\vec{V}_G = -\sigma^2 \vec{E}_G$

- les forces hydrodynamiques

Lorsqu'un corps est soumis à un mouvement oscillatoire dans un fluide, il entraîne ce fluide de sorte qu'il est alors soumis à des forces hydrodynamiques de la forme : $\vec{F}_{HG} = - [CM_G] m \vec{V}_G$
 $[CM_G]$ étant la matrice des inerties ajoutées. Les termes de cette matrice sont des nombres complexes dont la partie réelle représente l'inertie ajoutée proprement dite et la partie imaginaire l'amortissement.

- les forces de pesanteur

Le mouvement étant recherché autour de la position d'équilibre, seules les forces alternatives sont prises en compte : $\vec{F}_A = [K_A] \vec{E}_G$

La matrice $[K_A]$ est réduite à sa diagonale principale (0,0, pgS, mgH_r , $mgH_t, 0$) ou g est l'accélération, m la masse du corps H_r et H_t les hauteurs métacentriques de roulis et tangage et S la surface de carène.

- les réactions d'ancrage

Chaque ancrage peut être simulé par un système masse ressort.

En supposant que chaque point d'attache se déplace dans un plan vertical, les réactions d'ancrages peuvent s'écrire sous la forme : $\vec{F}_{AN} = - [I_{AN}] \vec{V}_G + [R_{AN}] \vec{E}_G$

Les matrices $[I_{AN}]$ et $[R_{AN}]$ sont définies à partir des caractéristiques des lignes d'ancrage et des positions des points d'attache.

- les forces excitatrices dues à la houle

Ces forces excitatrices, tenant compte de la diffraction de la houle autour du corps, sont calculées sur le corps supposé fixe, c'est-à-dire se déplaçant peu par rapport à sa position d'équilibre.

Le système à résoudre est :

$$\vec{F}_{IG} + \vec{F}_{HG} + \vec{F}_A + \vec{F}_{AN} + \vec{F}_{EG} = 0$$

soit :

$$(\sigma^2 [I_G] + \sigma^2 m [CM_G] + \sigma^2 [I_{AN}] + [R_{AN}] + [K_A]) \vec{E}_G = - \vec{F}_{EG}$$

La résolution de ce système permet de déterminer les composantes du vecteur élongation \vec{E}_G .

IV - CALCUL DES EFFORTS EN HOULE ALEATOIRE

Le but est de déterminer d'une manière probabiliste des grandeurs pratiques liées aux efforts.

La houle étant considérée comme aléatoire il est normal de développer des modèles probabilistes pour les efforts ; ils présentent le double avantage de correspondre à la nature des phénomènes et de dégager la notion de risque, essentielle pour le dimensionnement économique d'un ouvrage.

Pour définir le risque, trois lois doivent être estimées :

- l'espérance du nombre de dépassement d'un seuil donné et la loi des maximums. Ces lois correspondent au risque de rupture d'une structure par fatigue sous l'effet de la répétition d'efforts de valeur donnée.
- la loi des maximums sur un temps donné, à partir des deux premières lois et moyennant certaines hypothèses, il est possible de calculer la répartition des maximums sur un temps donné. Cette loi permet d'estimer le risque de rupture d'une structure pendant une période donnée.

IV.1 - Cas d'un modèle d'effort linéaire

Le système houle-effort étant linéaire, la distribution des efforts est gaussienne et le spectre des efforts définit complètement le phénomène et permet très facilement le calcul de toutes les lois statistiques.

Le spectre des efforts s'obtient très facilement par la relation

$$S_F(f) = S_H(f) \times F_{HF}^2(f)$$

La fonction transfert $F_{HF}(f)$ est définie à partir du calcul des efforts par le modèle de diffraction.

IV.2 - Cas d'un modèle d'effort non linéaire

Ce domaine a déjà été étudié par Borgman, il a même donné la forme analytique exacte de la densité de probabilité des efforts estimés à partir du modèle de Morison. La densité de probabilité des efforts n'est cependant pas suffisante pour estimer les risques et de nouvelles méthodes ont dû être développées.

IV.2.1 - Hypothèses

Les lois ont été estimées avec les hypothèses suivantes :

- la houle caractérisée par son spectre est probabilisée selon le modèle gaussien classique. Le spectre caractérise également toutes les variables hydrodynamiques par la théorie de houle linéaire de Stokes en profondeur constante au premier ordre d'approximation.
- les efforts sont donnés par le modèle de Morison, les coefficients CM d'inertie et CD de traînée sont constants. La vitesse et l'accélération sont des processus gaussiens liés à la houle par la première hypothèse.

IV.2.2 - Principe de calcul

- a) Espérance du nombre de dépassement N_T d'un seuil donné ζ par unité de temps $E(N_T(\zeta))$.

Le principe utilisé pour compter le nombre de passages du niveau est le suivant :

Soit le nouveau processus :

$$Y(t) = U [F(t) - \zeta]$$

où U est la fonction de Heaviside prenant la valeur 1 lorsque F(t) est supérieure à ζ et 0 ailleurs.

D'après la théorie des distributions, le nouveau processus obtenu par dérivation, est :

$$Y'(t) = F'(t) \delta [F(t) - \zeta]$$

A chaque franchissement par valeur croissante de ζ par F(t), cette fonction correspond à une impulsion positive et négative pour les franchissements par valeur décroissante.

L'intégration de Y'(t) sur un intervalle contenant un franchissement est égal à 1 ; en effet :

$$\int \delta [F(t) - \zeta] = \frac{\delta (t - t_n)}{|F'(t_n)|}$$

t_n correspondant à une valeur de t pour un franchissement

$$Y'(t) = \sum \delta (t - t_n) \frac{F'(t_n)}{|F'(t_n)|}$$

Le nombre de franchissement $N(t_1, t_2, \zeta)$ sur l'intervalle de temps $[t_1, t_2]$ est donné par l'intégrale de Y'(t) sur cet intervalle.

$$N(t_1, t_2, \zeta) = \int_{t_1}^{t_2} |F'(t)| \delta [F(t) - \zeta] dt$$

Le nombre $N(t_1, t_2, \zeta)$ dépendant de F et F', il est nécessaire de connaître la densité de probabilité conjointe de F et F' $p(F, F')$ pour calculer son espérance mathématique.

$$E(N(t_1, t_2, \zeta)) = \int_{t_1}^{t_2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} |F'(t)| \delta [F(t) - \zeta] p(F, F') dF dF' dt$$

La densité de probabilité étant indépendante du temps et la loi recherchée étant l'espérance de franchissement par unité de temps, l'intégrale du temps est supprimée ; l'intégration en F' est limitée à l'intervalle $[0, +\infty)$ pour ne tenir compte que des franchissements par valeur croissante.

$$E [N_T(\zeta)] = \int_0^{\infty} p(\zeta, F') F' dF' \quad (6)$$

b) Loi des maximums

L'expression de la fonction de répartition définie à partir de raisonnements analogues est :

$$F(\zeta) = \frac{\int_{-\infty}^{\zeta} \int_{-\infty}^0 p(F, 0, F'') |F''| dF dF''}{\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^0 p(F, 0, F'') |F''| dF dF''} \quad (7)$$

c) Maximums sur un temps donné

Pour expliciter cette loi, il suffit de découper, en intervalles successifs de durée T, une réalisation d'une durée infinie du processus ; à chaque intervalle correspond un maximum atteint sur cet intervalle et la loi correspond à la répartition de ces maximums.

Elle peut être estimée sous certaines hypothèses à partir soit de l'espérance de franchissement d'un seuil donné $E(N_N(\zeta))$, soit de la loi des maximums $F(\zeta)$.

- Estimation à partir de $E(N_T(\zeta))$ et la loi de Poisson

$N_T(\zeta)$ étant le nombre de dépassement du seuil ζ par unité de temps, le nombre de dépassements pendant le temps T est donc $N(\zeta) = T \cdot N_T(\zeta)$.

Il est possible de démontrer qu'à la limite, pour de grandes valeurs de ζ et pour un processus gaussien, lorsque l'intervalle de temps T tend vers l'infini, $N(\zeta)$ suit une loi de Poisson. Nous avons choisi cette loi bien que l'intervalle de temps soit fini et que le processus ne soit pas tout à fait gaussien.

$$\text{Prob} [N(\zeta) = n] = e^{-\lambda} \frac{\lambda^n}{n!}$$

λ étant égal à la moyenne du processus soit :

$$\lambda = E(N(\zeta)) = T \cdot E[N_T(\zeta)]$$

Le processus $F(t)$ étant stationnaire, la loi des maximums sur un temps donné est la même que la loi du maximum sur un intervalle fixé $[0, T]$. Pour que le maximum sur cet intervalle n'excède pas le niveau ζ , il faut et il suffit que le nombre de dépassements du niveau ζ soit nul, d'où :

$$\text{Prob} [M_T < \zeta] = \text{Prob} [N(\zeta) = 0]$$

D'après la loi de $N(\zeta)$, $\text{Prob} [N(\zeta) = 0] = e^{-\lambda}$, soit :

$$F_{MT}(\zeta) = e^{-T \cdot E[N_T(\zeta)]} \quad (8)$$

- Estimation à partir de la loi des maximums et l'hypothèse d'indépendance

Pour cette méthode deux hypothèses sont nécessaires :

- le temps T est suffisamment long pour que le nombre de maximums sur un temps T puisse être confondu avec le temps T divisé par la période moyenne T_m des maximums.
- les maximums sont indépendants les uns des autres.

D'après la 1ère hypothèse, pendant l'intervalle T , le nombre de maximums est constant et égal à :

$$N = \frac{T}{T_m}$$

Par la 2ème hypothèse le problème est ramené à la détermination, connaissant la loi de N variables indépendantes, de la loi de la plus grande de ces variables

Pour que la plus grande des N variables soit inférieure à un seuil ζ , il faut et il suffit que chaque variable soit inférieure à ζ , cela se traduit en probabilité par :

$$\text{Prob} [M_T < \zeta] = [\text{Prob} [M < \zeta]]^N$$

La fonction de répartition des maximums sur un temps T vaut donc :

$$F_{MT}(\zeta) = [F(\zeta)]^N \quad (9)$$

Remarque : Cette expression montre qu'un écart sur la loi des maximums $F(\zeta)$ est amplifié sur $F_{MT}(\zeta)$ qui est une puissance de la fonction précédente.

d) Estimation des densités de probabilité conjointes

Le terme de traînée introduit un terme perturbateur supposé faible par rapport à l'inertie mais non négligeable. Cette hypothèse fondamentale limite le domaine d'utilisation. La traînée ne faisant que perturber un phénomène gaussien fondamental il est logique de rechercher les lois sous la forme de lois découlant de la loi de Gauss, multipliées par un terme correcteur.

Les densités de probabilités $p(F, F')$ et $p(F, F'', F''')$ ont donc été calculées par la méthode d'Edgeworth, qui consiste à trouver une loi sous la forme d'une série comprenant la loi normale et ses dérivées.

Les coefficients de cette série sont cherchés sous la forme de fonction des cumulants de F, F' et F'' , les cumulants étant eux-mêmes calculés à partir des moments qui peuvent être déduits du spectre de la houle à partir de la théorie linéaire.

Le développement a été effectué jusqu'à l'ordre 4 choisi a priori pour la commodité des calculs, la convergence de la série n'étant pas étudiée un développement à l'ordre 5 a été ensuite tenté sans amélioration notable des résultats.

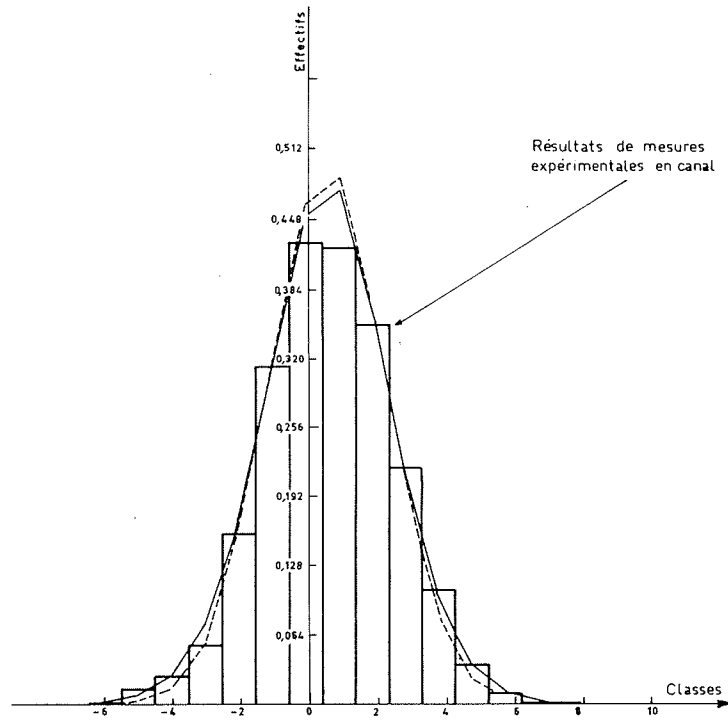
IV.3 - Vérification

Ces calculs ont été vérifiés par une simulation numérique et des essais sur modèle réduit.

Le paramètre essentiel est le rapport des forces de traînée et d'inertie défini par le rapport de leur écart-type : $\alpha = \frac{\sigma \text{ traînée}}{\sigma \text{ inertie}}$

a) $\alpha < 0,2$. La force de traînée est faible et peut être négligée

b) $0,2 < \alpha < 0,6$. La force de traînée n'est plus négligeable. La loi obtenue en négligeant la traînée et la loi proposée pour l'espérance du dépassement d'un seuil donné et la répartition des maximums sont dans l'ensemble voisines et proches des résultats statistiques (fig. 5) : la loi obtenue en négligeant la traînée sous-estime les efforts tandis que la loi proposée les surestime légèrement, ce qui est dans le sens de la sécurité. Cependant pour les efforts maximaux l'écart devient important (fig. 6) ; la loi obtenue en négligeant la traînée sous-estime très nettement la probabilité



LARGEUR SPECTRALE

- cote de la surface libre : 0,37
- vitesse horizontale : 0,34
- accélération horizontale : 0,34

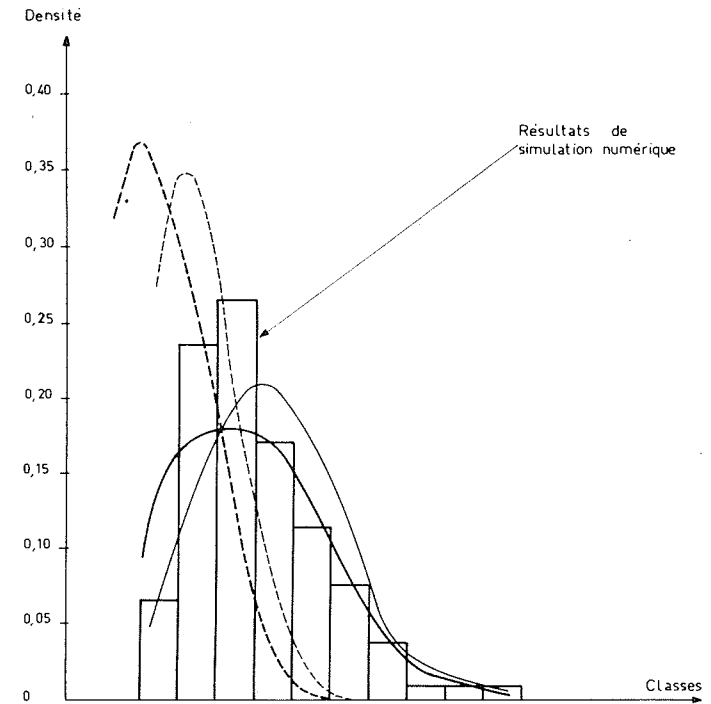
RAPPORT DES VARIANCES

-(traînée/inertie) : 0,46

- Loi de Gauss (inertie seule)
- Loi proposée (traînée incluse)

DEPASSEMENT D'UN SEUIL DONNE

Fig:5



LARGEUR SPECTRALE

- cote de la surface libre : 0,72

RAPPORT DES VARIANCES

-(traînée/inertie) : 0,4

- Loi de Gauss par l'indépendance (inertie seule)
- Loi de Gauss par Poisson (inertie seule)
- Loi proposée par l'indépendance (traînée incluse)
- Loi proposée par Poisson (traînée incluse)

REPARTITION DES MAXIMUMS SUR UN TEMPS DONNE

Fig: 6

de l'effort maximum sur un temps donné et la loi proposée est en bon accord avec les résultats statistiques. Les deux méthodes d'estimation de la loi de répartition des maximums sur un temps donné sont à peu près équivalentes mais l'hypothèse d'indépendance donne une plus grande stabilité dans les résultats et est donc plus fiable.

En résumé, la méthode proposée améliore de façon importante l'estimation des efforts maximaux, donc du risque de rupture de la structure : elle doit être utilisée pour les valeurs de α comprises entre 0,2 et 0,6.

c) $\alpha > 0,6$. La loi proposée n'est plus applicable car, à partir de cette valeur, l'erreur de troncature du développement en série des lois de probabilités conjointes risque de devenir importante. Il n'existe pas encore de méthode pour estimer les efforts maximaux.

**Voir
la Discussion à la
page suivante**