

Un exemple de l'intérêt des études de sensibilité des modèles hydrologiques

PAR

M. Desbordes

ET

P. Raous

Laboratoire d'Hydrologie et d'Aménagement des Eaux
Université des Sciences et des Techniques du Languedoc
Montpellier

1. Intérêts des études de sensibilité des modèles hydrologiques

Les processus physiques intervenant dans le cycle de l'eau sont essentiellement complexes. Certains d'entre eux, au regard de nos connaissances actuelles, peuvent même être considérés comme aléatoires. Aussi est-il très délicat d'établir de façon exhaustive des théories physiques pour chacun des éléments de ce cycle et de trouver des liens déterministes entre eux. Les hydrologues ont cependant, depuis toujours, représenté l'évolution de ces processus par des modèles mathématiques plus ou moins complexes, images imparfaites de la réalité.

Il est souvent coutume de juger de la qualité d'un modèle dans son aptitude à reproduire des observations. A notre avis, ce critère de qualité ne saurait être déterminant chaque fois que l'on désire utiliser un modèle hors de son domaine d'expérimentation. Ceci provient essentiellement de ses imperfections liées à la complexité des phénomènes hydrologiques, de la faible durée en général des périodes d'observation, des difficultés de mesurer avec précision certaines variables hydrologiques, etc. Ainsi, lors du « calage » d'un modèle à des données observées, certains paramètres vont-ils prendre des valeurs numériques traduisant globalement toutes ces imperfections ou faiblesses. A la limite, on pourrait même imaginer que le modèle d'une transformation totalement éloignée de celle que l'on étudie puisse, par le biais des valeurs numériques de certains de ses paramètres, reproduire avec précision une série d'observations associée à la transformation étudiée.

Ce cas extrême n'a cependant rien d'exceptionnel : c'est celui, par exemple, des fausses corrélations. Le

perfectionnisme en matière de modèle peut conduire à des erreurs grossières, lors d'une extrapolation, en raison par exemple des « caprices mathématiques » de certaines fonctions utilisées. Les modèles purement déterministes, se rattachant à des théories physiques de certains éléments du cycle de l'eau, font intervenir des variables hydrologiques souvent difficilement mesurables (vitesses d'infiltration en zone saturée ou non, coefficient de rugosité des lits majeurs des cours d'eau, etc.). On peut cependant les « caler » à des observations de plus ou moins bonne qualité en donnant « les meilleures valeurs possibles » à ces variables hydrologiques, dans le but de reproduire certaines caractéristiques de ces observations (débit de pointe de crue, volume ruisselé, etc.).

Les modèles dérivés de l'analyse des systèmes ignorent la complexité des processus hydrologiques. Ils s'efforcent, à partir « d'entrées » connues, de reproduire au mieux des « sorties » connues. Leurs paramètres, plus difficilement, identifiables à des variables hydrologiques, prennent des valeurs numériques qui dépendent essentiellement de la qualité de la reproduction. Dans les deux cas, l'emploi des ordinateurs et des techniques d'optimisation permet, en général, d'affiner les valeurs numériques des paramètres ou variables et d'obtenir des reproductions de bonne qualité sur un domaine expérimental souvent réduit. Aussi est-il fort tentant d'extrapoler dans le temps et l'espace, même sur une série observée limitée. Nous pensons qu'il s'agit là d'une démarche dangereuse si elle n'est systématiquement associée d'une étude générale de la sensibilité du modèle aux divers paramètres intervenant dans la transformation qu'il opère. Une telle étude présente de très nombreux intérêts. Elle permet, en premier lieu, de hiérarchiser l'importance des paramètres sur certaines caractéristiques de sa réponse, plus particulièrement intéressantes.

Imaginons, par exemple, un classique modèle de transformation de la pluie en débit. On pourra tester par simulation les principaux paramètres influençant le débit de pointe, le volume, le temps de pointe, etc. de l'hydrogramme. Elle permet, dans le cas de paramètres mesurables, de tester l'influence des erreurs de mesure commises sur ces paramètres, de vérifier des ordres de grandeur dans des cas extrêmes, etc. S'il s'agit de modèles dérivés de l'analyse des systèmes, elle permet d'étudier et de classer les paramètres principaux définissant l'entrée du système en fonction de leur influence sur certains paramètres de sortie. Elle permet globalement de juger du caractère de généralité d'un modèle et de ses chances d'extrapolation hors de son domaine de « calage ».

Nous développons ci-après les résultats d'une telle étude [1] dans le cas d'un modèle très simple, illustrant bien, à notre avis, l'importance des renseignements qu'elle peut apporter.

2. Description du modèle et buts de l'étude de sensibilité

2.1. Le modèle

Depuis 1972, nous recherchons des méthodes nouvelles d'estimation du ruissellement pluvial urbain [2]. Nous avons étudié et testé sur des données expérimentales un modèle très simple, dérivé de l'analyse des systèmes, et très largement connu et testé par ailleurs [3]. Ce modèle associe une équation de stockage :

$$S(t) = k Q(t) \quad (1)$$

(dans laquelle $S(t)$ est le stockage en lame d'eau sur le bassin et dans le réseau au temps t ; $Q(t)$ est le débit en lame d'eau au temps t ; k est le paramètre du modèle) à l'équation de conservation des volumes :

$$dS(t)/dt = i(t) - Q(t) \quad (2)$$

[$i(t)$ étant l'intensité de la pluie nette au temps t].

La résolution de l'équation différentielle associant les relations (1) et (2), conduit à l'équation de convolution traduisant la transformation opérée par ce modèle, soit :

$$Q(t) = Q_0 e^{-(t-t_0)/k} + (1/k) \int_{t_0}^t i(u) e^{-(t-u)/k} du \quad (3)$$

L'hydrogramme unitaire de la transformation est très simple et répond à :

$$h(t) = (1/k) e^{-(t/k)} \quad (4)$$

Le paramètre k du modèle est homogène à un temps. Il correspond physiquement au décalage dans le temps entre les centres de gravité de la pluie nette et du débit qui en résulte. Si ce paramètre reste constant au cours de la transformation, le modèle est linéaire. Nous avons constaté que, pour obtenir une bonne reproduction des débits de pointe observés, il convenait de réduire la

valeur de k par rapport à sa définition physique, et d'utiliser dans l'équation (3) un paramètre modifié k' tel que :

$$k' = \alpha k \quad (\alpha < 1) \quad (5)$$

La valeur de α doit dépendre essentiellement de la taille et de la nature des bassins versants (pour des petits bassins fortement urbanisés, de superficie inférieure à une dizaine d'hectares, α serait de l'ordre de 0,75 [2]).

En raison des performances relativement bonnes de ce modèle très simple [3, 4] il semblait intéressant de chercher à l'appliquer à des bassins pour lesquels on ne dispose pas de mesures de débit. C'est, en général, le cas de la quasi-totalité des unités hydrologiques urbaines rencontrées dans les projets de réseaux d'assainissements. Ce modèle présente, dans ce dernier cas, de nombreux avantages sur la classique méthode dite de M. Caquot [5] et dérivée de la non moins classique méthode, dite rationnelle : il permet d'obtenir un hydrogramme complet de ruissellement et, de ce fait, de mieux calculer des réseaux complexes comportant des ouvrages spéciaux (déversoirs d'orage, stations de relèvement, bassins de stockage temporaires), ou associant des bassins versants de caractéristiques très différentes. Une telle application n'est possible que s'il existe un moyen de prédéterminer pour chaque bassin non jaugé, la valeur du paramètre k traduisant la transformation pluie nette-débit qu'il réalise. Ainsi, par des techniques d'analyse multivariées, nous avons cherché à expliquer les valeurs observées des paramètres k sur 13 bassins expérimentaux français et américains [4]. Nous avons ainsi obtenu :

$$k = 5,1 A^{0,18} \times p^{-0,36} \times [1 + (IMP/100)^{-1,9} \times TP^{0,21} \times L^{0,15} \times HP^{-0,07}] \quad (6)$$

avec un coefficient de corrélation multiple de 0,95. Dans la relation (6), k est exprimé en minutes; A est la surface du bassin en hectares, p la pente moyenne en %, L sa longueur principale de drainage en mètres, IMP est le pourcentage de surfaces imperméables du bassin, TP la durée de la pluie efficace en minutes, HP le volume de la pluie efficace en millimètres. Les paramètres HP et TP concernent les caractéristiques de l'entrée du système, le modèle est de ce fait pseudo-linéaire. Le domaine de variation des paramètres de la relation (6) est :

$$\begin{aligned} 0,4 \text{ ha} &\leq A \leq 5\,000 \text{ ha}; & 2\% &\leq IMP \leq 100\%; \\ 110 \text{ m} &\leq L \leq 17\,800 \text{ m}; & 0,4\% &\leq p \leq 5\%; \\ 5 \text{ mn} &\leq TP \leq 180 \text{ mn}; & 5 \text{ mm} &\leq HP \leq 240 \text{ mm}. \end{aligned}$$

2.2. Buts de l'étude de sensibilité

Admettons l'équation (6) pour des bassins dont les valeurs mesurées ou estimées des paramètres appartiennent à la gamme de variation ci-dessus. Supposons qu'il soit possible, expérimentalement, de quantifier le paramètre α de l'équation (5) pour certains sous-ensembles de cette gamme. Alors l'équation (3) permettrait de connaître la transformation d'une pluie $i(t)$ opérée par

le système constitué par un bassin et son réseau élémentaire d'assainissement. Le problème n'est cependant pas aussi simple dans la mesure où intervient, dans ce type de projet, la notion de période de retour de l'événement, associant une pluie et l'hydrogramme qu'elle engendre. Se présente alors le délicat problème de la « pluie de projet ». Il s'agit d'un événement pluviométrique synthétisant les aspects régionaux de la pluie, et conduisant, à l'observation, à l'exutoire de l'unité hydrologique, d'un hydrogramme présentant une caractéristique de période de retour donnée (débit de pointe, volume au-dessus d'un seuil, etc.). Les méthodes classiques, comme la méthode rationnelle, se limitent au calcul d'un seul débit de pointe. Elles donnent à ce débit la même période de retour que l'intensité maximale moyenne sur une durée caractéristique du bassin (temps de concentration par exemple). Cette hypothèse est, jusqu'alors, expérimentalement bien vérifiée dans le cas d'ensembles très urbanisés, et pour des périodes de retour modestes. Ceci peut s'expliquer par le fait, qu'en ce domaine, le ruissellement est très proche d'un processus déterministe : les coefficients de ruissellement présentent une composante aléatoire très faible, voire nulle au regard de leur résultat sur le débit de pointe (faible contribution des surfaces perméables dont la réponse dépend de l'antécédent pluviométrique; retard à l'écoulement important par rapport à la faiblesse relative des temps de concentration urbains [2]). S'il est assez simple de définir la probabilité d'occurrence d'une variable pluviométrique seule (ici l'intensité moyenne maximale sur une durée donnée), il devient impossible de définir la période de retour d'un hydrogramme tout entier.

En outre, si l'on examine le modèle lui-même, on constate que deux de ses principales équations, (5) et (6), font intervenir des relations statistiques soumises à d'importantes erreurs d'échantillonnage. L'équation (6), quant à elle, comprend en particulier des paramètres physiques des bassins soumis aux erreurs de mesure, mais surtout des paramètres de la pluie entrée du système que l'on ne sait pas définir au niveau des projets. Par conséquent, si le modèle se révèle très sensible au paramètre k , connu de façon grossière, il ne peut être d'aucun secours dans le cas de bassins versants non jaugés.

Une étude de sensibilité générale du modèle peut permettre de répondre aux deux questions principales posées par ces deux difficultés majeures :

— Avec quelle précision doit-on connaître le paramètre k du modèle pour une définition correcte de l'hydrogramme résultant d'une entrée (pluie) donnée ? La réponse sera fournie par l'étude de sensibilité du modèle au paramètre k lui-même, et, par l'estimation de la précision avec laquelle on peut espérer le définir, pour un bassin quelconque.

— Quelle est l'influence sur les paramètres de l'hydrogramme, pour une valeur de k donnée, des caractéristiques définissant la pluie ? Cette étude de la sensibilité du modèle aux paramètres de l'entrée, pose le problème de « la pluie de projet » en termes nouveaux. Pour un calcul d'ouvrage, on s'intéresse bien moins à la probabilité de la pluie qu'à celle de telle ou telle caractéristique de l'hydrogramme conditionnant ce calcul. Il convient de voir alors, par l'étude de sensibilité, si quelques paramètres de la pluie seulement déterminent

globalement les principales caractéristiques de l'hydrogramme. S'il en était ainsi, on pourrait avoir l'espoir de construire un modèle simple d'averse associant entre eux ces quelques paramètres de nature aléatoire. Sans cela, seule la simulation de séries chronologiques, à partir de modèles stochastiques de pluie à une échelle fine de temps, permettrait de résoudre le problème des calculs précis d'ouvrages en terme de probabilité de défaillance. Cette dernière opération supposerait par exemple de simuler, sur la durée de vie présumée de l'ouvrage, des séries chronologiques d'averses, transformées par le modèle, et d'analyser statistiquement les composantes de l'hydrogramme auxquelles on s'intéresserait plus particulièrement. Cette dernière technique, fort lourde, n'est pas nécessairement compatible avec le degré de précision requis dans ce genre de calcul. De plus, les modèles stochastiques de pluie à une échelle fine de temps sont loin encore d'être des outils fiables et d'une manipulation aisée.

3. Données de base de l'étude de sensibilité

3.1. Définition des pluies élémentaires

Une pluie est définie par sa durée θ , son intensité maximale instantanée i_M , la position dans le temps de cette intensité, θ_p (comptée depuis l'origine de l'averse), son intensité moyenne \bar{i} sur la durée θ .

Trois formes « moyennes » de pluie ont été utilisées; quelle que soit la forme de la pluie, pour une durée donnée, son volume a été conservé. Ainsi a-t-on utilisé des pluies rectangulaires, des pluies triangulaires et des pluies de formes exponentielles. On a également, comme on le verra par la suite, ajouté à ces formes moyennes une composante aléatoire déduite de l'observation d'orages réels [6].

Les valeurs de \bar{i} et θ de l'averse ont été reliées entre elles au moyen de deux expressions analytiques, déduites de l'analyse statistique des averses. Elles correspondent à la formulation des courbes « intensité-durée-fréquence » pour une fréquence décennale, et la région parisienne, soit :

$$\bar{i}(\text{mm/mn}) = 11 \theta(\text{mn})^{-0.7} \quad (7) \quad [5]$$

$$\bar{i}(\text{mm/mn}) = 43 / [\theta(\text{mn}) + 10] \quad (8)$$

Il nous est apparu préférable de retenir pour les couples (i, θ) les liaisons statistiques des courbes « $I-D-F$ » plutôt que de choisir des liaisons arbitraires qui auraient pu être physiquement peu vraisemblables. Nous avons pu, en outre, tester l'influence des formulations analytiques des courbes « $I-D-F$ », influence *normale* dans la mesure où elles traduisent bien la réalité des observations.

3.2. Définition des hydrogrammes

Les caractéristiques principales des hydrogrammes, retenues pour tester l'influence des paramètres de la transformation, sont le débit de pointe Q_p , l'instant où le débit de pointe se produit T_p (compté depuis le début du ruissellement), et le volume du ruissellement HR . Cette dernière caractéristique n'est d'ailleurs pas influencée, pour une pluie nette de volume donné, par les variations du paramètre k et des formes de pluie; en effet, l'intégrale de convolution (3) conserve les volumes à la précision près des calculs numériques de cette intégrale, lorsque la pluie $i(u)$ n'est pas connue sous forme analytique mais sous forme numérique discrète (§ 5-4 ci-après). Cependant, lorsque l'équation différentielle du processus n'est pas linéaire, et que l'on ne peut obtenir une solution s'apparentant à celle de l'équation (3), la résolution numérique de cette équation, par des techniques du type différences ou éléments finis, ne conserve pas forcément les volumes, suivant le type de schéma numérique adopté.

Le choix d'une forme analytique de pluie simplifiée pour une bonne part l'étude de sensibilité exposée ici; il est en effet aisé de donner l'expression analytique de l'hydrogramme et de ses principales caractéristiques en fonction du paramètre k et des paramètres de la pluie, par application de l'équation (3) (avec $t_0 = 0$ et $Q_0 = 0$ débit de base à l'instant initial). Ainsi, pour une pluie triangulaire on établirait aisément les relations ci-après :

Pluie :

$$0 \leq t \leq \theta_p \quad i(t) = (i_M t) / \theta_p \quad (9.1)$$

$$\theta_p \leq t \leq \theta \quad i(t) = i_M \times (\theta - t) / (\theta - \theta_p) \quad (9.2)$$

$$t \geq \theta \quad i(t) = 0 \quad (9.3)$$

$$\text{En outre : } i_M = 2i \quad (9.4)$$

Débit :

$$0 \leq t \leq \theta_p \quad Q(t) = \frac{i_M \times k}{\theta_p} \left[e^{-t/k} + \frac{t}{k} - 1 \right] \quad (10.1)$$

$$\theta_p \leq t \leq \theta \quad Q(t) = \frac{i_M \times k}{(\theta - \theta_p)} \times \left[e^{-t/k} \left(\frac{\theta}{\theta_p} (1 - e^{\theta_p/k}) - 1 \right) + 1 - \frac{\theta - t}{k} \right] \quad (10.2)$$

$$t \geq \theta \quad Q(t) = \frac{i_M \times k}{(\theta - \theta_p)} \times \left[e^{-t/k} \left(\frac{\theta}{\theta_p} (1 - e^{\theta_p/k}) - (1 - e^{\theta/k}) \right) \right] \quad (10.3)$$

Avec également :

$$T_p = k L_n \left[1 + \frac{\theta}{\theta_p} (e^{\theta_p/k} - 1) \right] \quad (11)$$

$$Q_p = i_M \times \frac{\theta - T_p}{\theta - p} \quad (12)$$

Dans les cas fort nombreux où des solutions analytiques ne peuvent être envisagées, l'étude de sensibilité doit être conduite au moyen d'une simulation numérique, nécessitant l'emploi de techniques d'optimisation plus ou moins lourdes [7].

4. Sensibilité du modèle au paramètre « k »

4.1. Estimation des erreurs de mesure et d'échantillonnage sur « k »

L'équation (6) exprime les liaisons statistiques entre le paramètre k et des caractéristiques physiques des bassins et de la pluie. Cependant deux types d'erreurs sont commis dans la détermination de k :

- une erreur liée à la mesure de ces caractéristiques que nous estimons de l'ordre de 10 à 20 %;
- une erreur d'échantillonnage au niveau de la liaison statistique; cette dernière contient explicitement la première.

Le calcul de l'intervalle de confiance à 85 % de l'estimation donnée par l'équation (6) a montré que, pour les combinaisons plausibles des caractéristiques appartenant au domaine de variation étudié, l'erreur d'échantillonnage sur k était de l'ordre de 50 % (rapport de la différence entre la limite de l'intervalle de confiance à 85 % et l'estimation). C'est-à-dire que l'intervalle de confiance à 85 % est numériquement égal à l'estimation qui le partage à peu près en deux parties égales.

En supposant que l'on puisse disposer d'un échantillon de bassins plus important, nous pensons que l'on pourrait globalement estimer k à 20 à 40 % près dans les meilleures conditions.

4.2. Sensibilité à « k »

Nous avons étudié pour diverses formes de pluies, de durée θ variant de 10 à 120 minutes, l'influence sur Q_p et T_p , de variations de k comprises entre ± 10 % et ± 30 % pour des valeurs de k 10 à 120 minutes. Une dizaine de formes de pluie a été testée en faisant varier θ_p de 0 à θ pour les pluies triangulaires et exponentielles. Nous avons obtenu les résultats suivants :

1° POUR Q_p :

- Une erreur sur k de 10 à 30 % entraîne une erreur sur Q_p de 5 à 20 %. Pour une forme de pluie et une valeur de k données, le modèle fait apparaître une valeur θ_M conduisant au débit de pointe maximum Q_{pM} . Pour le couple particulier (k , θ_M) qui devrait être pris en compte dans les projets (notion

de « pluie critique » pour un bassin donné), l'erreur relative maximale est légèrement plus faible.

- L'erreur sur Q_p , pour θ et k fixé, est peu influencée par la forme de la pluie et la valeur de θ_p . On observe des écarts de 3 % maximum entre deux types extrêmes d'averses (« avancée » avec $\theta_p = 0$ et « retardée » avec $\theta_p = \theta$).
- L'erreur sur Q_p est d'autant plus importante que la pluie est plus proche du type « retardée ».
- Pour des pluies telles que $\theta > 60$ mn et $k < 40$ mn, les erreurs sur Q_p deviennent beaucoup plus faibles ($< \pm 15$ % pour $\Delta_k = \pm 30$ %). Ceci est intéressant dans la mesure où la « pluie critique » pour un groupement de bassins a une durée plus importante que la durée θ_M de chaque bassin du groupement.

2° POUR T_p :

- Une variation de 30 % sur k conduit à une erreur maximale sur T_p inférieure à 10 %. En outre, pour les couples particuliers (k, θ_M), cette erreur est réduite à 5 à 7 %.
- L'erreur est plus importante pour les pluies de forme « avancée » qui conduisent, pour une forme donnée, à des débits plus faibles que les pluies de type « retardées » pour lesquelles l'erreur sur T_p n'est que de 1 à 2 % pour une variation de k de 30 %.

Ainsi l'étude de la sensibilité du modèle au paramètre k permet de répondre à la première question du paragraphe 2.2, dans les limites des pluies testées. On ne peut guère espérer connaître k à plus de 20 à 40 % près.

Cependant, ces écarts conduisent à des indéterminations sur Q_p de 10 à 20 % et inférieures à 10 % sur T_p . Cette indétermination est à notre avis parfaitement admissible pour le calcul des réseaux urbains d'assainissement pluvial.

Le débit variant sensiblement comme la puissance 8/3 du diamètre, la connaissance à 20 % près du débit, se traduit par une incertitude de 8 % sur le diamètre de la conduite à mettre en place. Cette valeur est en général inférieure à la variation relative de deux diamètres consécutifs disponibles en fabrication courante. La faible valeur sur T_p autorise de même la combinaison d'hydrogrammes provenant de sous-bassins (à condition que le modèle utilisé, pour la propagation en conduites, soit d'une qualité comparable).

5. Sensibilité du modèle aux caractéristiques principales de la pluie

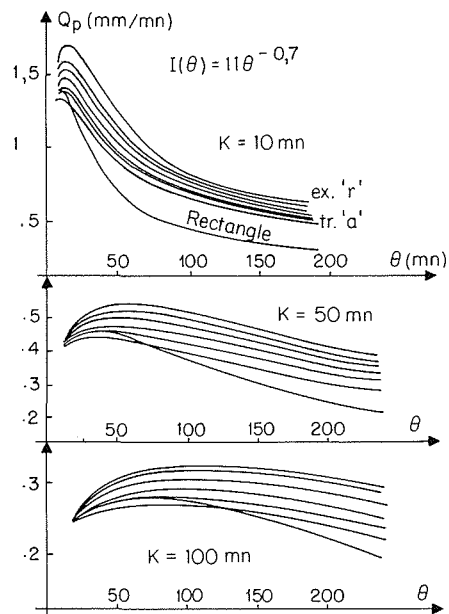
Pour ce second aspect de l'étude, nous avons analysé les influences sur l'hydrogramme, à k constant, de la durée de la pluie, de la forme globale de la pluie, de la position du maximum d'intensité, de la discrétisation de l'averse et d'une composante aléatoire ajoutée à la forme moyenne.

5.1. Influence de la durée

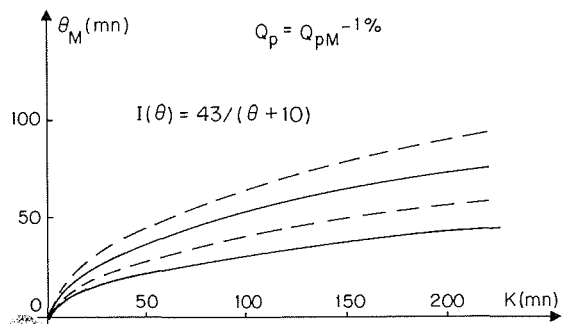
Les courbes $Q_p = f(\theta)$ pour diverses formes de pluies, diverses valeurs de k et les deux formulations d'intensité moyenne (équations 7 et 8) présentent toutes un maximum Q_{pM} pour une valeur θ_M ; ce maximum est d'autant plus aplati que le paramètre k est grand (fig. 1).

Le modèle traduit donc l'existence d'une « durée critique de pluie » fonction du paramètre k et de la forme analytique de la loi « I-D-F ». La valeur θ_M de cette durée critique est peu sensible à la forme de l'averse mais elle est fortement influencée par la loi « I-D-F ». On observe cependant que le modèle est peu sensible à cette valeur θ_M . Ainsi pour 0,99 Q_{pM} , les valeurs correspondantes de θ , dans le système (θ, k) présentent une plage commune à toutes les formes de pluies, et dans laquelle on peut connaître le débit maximum maximum à moins de 1 % (fig. 2 et 3).

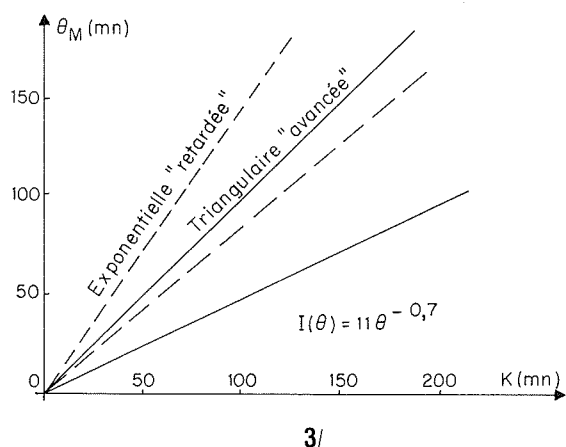
On a constaté en outre que, quelle que soit la forme de l'averse, les courbes $Q_p = f(k)$ pour diverses valeurs de θ convergent lorsque k devient supérieur à 100 mn (grands bassins). Ainsi, au-delà de $k = 100$ mn, la différence sur les débits Q_p , provoquée par deux pluies de



1/



2/



même nature mais de $\theta = 120$ mn et 240 mn, est de l'ordre de 2 % seulement. Ces pluies donneraient un débit Q_{pM} pour des valeurs de k de l'ordre de 100 à 150 mn selon la loi « I-D-F », c'est-à-dire pour les plus grands bassins urbains auxquels le modèle pourrait s'appliquer. Aussi apparaît-il dans ce cas particulier que la durée maximale à considérer pour la « pluie de projet » pourrait être de l'ordre de 2 à 4 heures.

5.2. Influence de la forme globale de la pluie

Pour une même valeur de θ_p et pour les couples critiques (k, θ_M) les écarts sur Q_p sont très faibles entre les formes triangulaires et exponentielles (2 à 3 %). Ils atteignent au maximum 25 % entre la forme exponentielle retardée (la plus critique) et la forme rectangulaire. Dans ce dernier cas et pour $k = 10$ mn, les intensités maximales i_M sont pourtant dans des rapports de 1 à 3. i_M a donc peu d'influence sur Q_{pM} et ceci quelle que soit la loi « I-D-F ».

De la même façon T_p est peu influencé par la forme de l'averse, pour θ_p donné. Ceci est d'autant plus vrai que θ est grand et que l'averse se rapproche de la forme retardée (pluies les plus dangereuses, voir ci-dessous). Les écarts dans ces derniers cas sont seulement de 1 à 3 %.

5.3. Influence de θ_p

La valeur de θ_p a une importance beaucoup plus grande sur Q_p et Q_{pM} que la forme de l'averse. Pour le même type d'averse et quels que soient θ et k , les écarts sur Q_p atteignent un maximum de 20 % entre une pluie totalement « avancée » et une pluie totalement « retardée ».

θ_p apparaît comme une variable fondamentale de la pluie de projet.

5.4. Influence de la discrétisation de l'averse

Les formes géométriques étudiées ne sauraient se rattacher à des pluies réellement mesurées. Ces dernières ne sont connues que sous une forme discrète à un pas de temps rarement inférieur à 5 mn (pluviographe journalier). Pour diverses valeurs de k , nous avons discrétisé les averses critiques (θ_M) à des pas de temps de 1 mn, 2,5 mn et 5 mn. Nous avons noté que la discrétisation à un pas de temps de 1 mn ne modifiait pas l'hydrogramme théorique. Pour 2,5 et 5 mn, on constate de légers écarts sur Q_M et T_p pour les faibles valeurs de θ_M . Dès que $\theta_M > 30$ mn, une discrétisation à un pas de temps de 5 mn n'introduit pas d'erreur notable. *Compte tenu de l'échelle des temps rencontrés en hydrologie urbaine, une discrétisation de la pluie à un pas de temps de 5 mn semble parfaitement correcte (elle nécessite cependant de bons appareils enregistreurs).*

5.5. Influence d'une composante aléatoire

Une pluie réelle peut être considérée comme résultant d'une forme moyenne, proche de celle que nous venons d'étudier, et sur laquelle sont ajoutés des aléas. Sur les « hyéogrammes moyens » discrétisés au pas de temps de 5 mn, nous avons donc ajouté un bruit de fond obtenu par tirage au hasard dans une loi de Galton et présentant un coefficient de variation d'autant plus élevé que l'on s'éloigne de i_M . Le dépouillement de près de deux cents orages observés aux stations de Nîmes, Agen et Le Mans [6] nous a permis de préciser les valeurs de ce coefficient de variation. Il est par exemple de 60 % pour les 5 premières minutes avant et après i_M , et de 180 à 300 % entre 25 et 30 mn avant et après i_M .

Après simulation, pour conserver à la pluie sa structure primitive (durée et intensité moyenne), on ajuste le volume simulé en ajoutant le déficit ou en retranchant l'excès, uniformément sur tous les éléments du hyéogramme; on ne retient en outre que les pluies simulées de durée supérieure à 80 % de la durée de la pluie théorique de départ. Les simulations ont porté sur les pluies correspondant aux « couples critiques » (k, θ_M) (avec $5 \text{ mn} \leq k \leq 150 \text{ mn}$) pour quatre « formes moyennes » extrêmes (triangulaires et exponentielles avec $\theta_p = 0$ ou $\theta_p = \theta_M$) et trois pas de temps de discrétisation (1 mn; 2,5 mn; 5 mn).

Pour les 600 simulations réalisées et pour des pluies de durée supérieure à 10 mn, 75 % des cas présentent un écart sur Q_p (avant et après introduction d'aléas) de l'ordre de 5 à 10 % seulement. Les écarts sur T_p sont un peu plus élevés pour les formes retardées, mais négligeables sur les formes retardées les plus critiques pour le ruissellement. Des écarts plus importants (20 à 30 %) sont constatés, principalement pour des pluies de faible durée, et sont dus à l'importance des coefficients de variation retenus. Ils modifient parfois de façon importante la valeur de θ_p , paramètre fondamental. Ainsi l'introduction d'un bruit de fond, de structure comparable à celle que l'on peut observer sur des orages réels, conduit à des hydrogrammes peu différents de ceux obtenus avec des pluies discrétisées de formes géométriques simples, de même volume et de durée voisine.

5.6. Définition de la « pluie de projet »

L'étude de la sensibilité du modèle aux caractéristiques principales de la pluie permet donc de répondre à la seconde question formulée au § 2.2. Il semble en effet possible, dans le cas de l'hydrologie des petits bassins versants urbains, de définir la « pluie de projet » par une forme très simple, réduite aux éléments suivants :

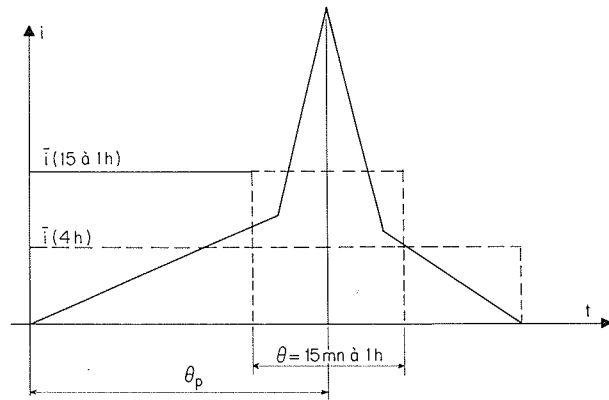
- une durée maximale 4 heures (θ 5.1) et l'intensité moyenne sur cette durée (importance du volume de la pluie);
- une période de pluie intense de durée 15 mn à 1 h (θ_M , § 5.1) au sein de la période de 4 heures et l'intensité moyenne sur cette période de pluie intense (pointe de débit);
- la position de la période de pluie intense, au sein de la pluie en 4 heures (θ_p , § 5.3);
- une forme triangulaire (§§ 5.2, 5.5) pouvant être discrétisée à un pas de temps de 5 min (§ 5.4).

La « pluie de projet » présenterait donc l'allure générale de la figure 4.

Ainsi, l'analyse statistique des trois paramètres définissant la pluie de projet [\bar{i} (4 h), \bar{i} (15' à 1 h = θ_M) et θ_p], à partir d'averses orageuses observées, devrait-elle conduire à l'élaboration de lois statistiques à deux ou trois variables (suivant la dépendance des intensités moyennes) à partir desquelles la réponse d'un bassin donné pourrait être étudiée en terme de probabilité.

6. Conclusions

Dans le cas d'un modèle hydrologique très simple, testé sur des observations réduites [2, 3], l'étude de sensibilité développée ci-dessus a fourni des renseignements fondamentaux pour l'extrapolation de ce modèle à des ensembles non jaugés. Tout modèle devrait être ainsi testé quels que soient ses objectifs ou sa nature. Il va sans dire que pour nombre d'entre eux, les conclusions de l'étude de sensibilité seraient sans doute moins optimistes que dans ce cas particulier.



4/ Pluie de projet.

Cette dernière constatation est d'un grand intérêt puisqu'elle autorise la définition d'une pluie de projet au moyen d'une forme simple, dans le cas particulier de l'hydrologie urbaine.

Bibliographie

- [1] DESBORDES (M.), RAOUS (P.). — « Etude de sensibilité du modèle de ruissellement ». *Laboratoire National d'Hydraulique*, note CO45/7/74, 68 p. (décembre 1974).
- [2] DESBORDES (M.). — « Réflexions sur les méthodes de calcul des réseaux urbains d'assainissement pluvial ». Thèse de docteur-ingénieur, 224 p. *Université de Montpellier* (février 1974).
- [3] RAO (R. A.), DELLEUR (J. W.). — Instantaneous unit hydrographs, peak discharges and time lags in urban basins. *Bulletin des Sciences Hydrologiques*, vol. XIX, n° 2, p. 185-198 (juin 1974).
- [4] DESBORDES (M.). — Un essai de modélisation des phénomènes de ruissellement pluvial urbain. *Sciences et Techniques Municipales*, n° 3, p. 121-126 (mars 1975).
- [5] MINISTÈRE DE L'URBANISME. — « Instruction technique relative à l'assainissement des agglomérations, C.G. 1333 », *Imprimerie Nationale* (1949).
- [6] DESBORDES (M.), LAVABRE (J.), VANKY (S.). — « Pluie de projet : résultats des recherches ». *Laboratoire National d'Hydraulique*, note HC 045/25/73, 59 p. (juillet 1973).
- [7] CORMARY (Y.), GUILBOT (A.). — Ajustement et réglage des modèles déterministes. Méthode de calage des paramètres. *Société Hydrotechnique de France*, XI^e Journées de l'Hydraulique, p. 131-140 (novembre 1970).