Modélisation mathématique du rejet en mer d'un fleuve côtier. Application au cas de l'Hérault

Pierre Lencioni

Ingénieur Chercheur

Direction des Etudes et Recherches - Electricité de France

Liste des symboles

Q^*	= Débit du jet	D_f	= Force de frottement
$\mathcal{C}$	= Flux de la grandeur C	$D_{f_{lam}}$	= Force de frottement en laminaire
M^*	= Flux de quantité de mouvement	F_w	= Force exercée par le vent
s, r, z	= Coordonnées repérant un point du jet (fig. 2)	τ_w	= Contrainte due au vent
u	= Vitesse du jet	W	= Vitesse du vent
u^*	= Vitesse relative du jet : $u^* = u - u_c \cos \alpha$	β	= Angle entre la direction du vent et du courant
u_c	= Vitesse du courant	R	= Rayon de courbure de l'axe du jet
α	= Angle à l'abscisse s entre l'axe du jet et la direction du courant	C_τ	= Coefficient de contrainte due au vent
α_0	= Angle initial ($s = 0$)	F_0	= Nombre de Froude initial :
α_1	= Angle à la fin de la zone d'établissement ($s = s_1$)		$F_0 = u(0, 0, 0) / \left(\frac{\Delta \rho_0}{\rho_c} g h_0 \right)^{1/2}$
ma	= Profondeur du jet à l'abscisse s ($m = 3$)	F^*	= Nombre de Froude réduit :
h_0	= Profondeur initiale ($s = 0$)		$F^* = u^*(s, 0, 0) / \left(\frac{\Delta \rho}{\rho_c} g \lambda_v a \right)^{1/2}$
h_1	= Profondeur à la fin de zone d'établissement ($s = s_1$)	$\Delta \rho_0$	= Différence de masse volumique initiale entre le jet et le milieu ambiant
nb	= Demi largeur du jet à l'abscisse s ($n = 3$)	$\Delta \rho$	= Différence de masse volumique à l'abscisse S entre le jet et le milieu ambiant
b_0	= Demi largeur initiale du jet ($s = 0$)	T_c	= Température du milieu ambiant
b_1	= Demi largeur du jet à la fin de la zone d'établissement ($s = s_1$)	TE	= Température d'équilibre
S_1	= Longueur de la zone d'établissement	ρ_c	= Masse volumique du milieu ambiant
K_e	= Coefficient d'entraînement	C	= Concentration du jet
K_h	= Coefficient d'entraînement horizontal	C_c	= Concentration du milieu ambiant
K_v	= Coefficient d'entraînement vertical	C^*	= Concentration relative du jet : $C^* = C - C_c$
K_s	= Coefficient de transfert de chaleur	S	= Source ou puits
K	= Coefficient global de biodégradation et sédimentation	ν	= Viscosité de l'air
K_1	= Coefficient de biodégradation	ρ_a	= Masse volumique de l'air (= 1 kg/m ³)
K_2	= Coefficient de sédimentation	λ_h	= Constante (= 1,05)
C_D	= Coefficient de traînée	λ_v	= Constante (= 1,05)
D_D	= Force de traînée	C_4	= Constante (= 0,081)
		C_5	= Constante (= 0,4)
		e	= exponentielle (= 2,7183)
		ρC_p	= Chaleur massique de l'eau (= 4,18 10 ⁶)

Introduction

Cette étude a été effectuée au titre de la convention entre Electricité de France et la Direction de l'Équipement. Elle concerne l'impact sur le milieu marin de la rivière Hérault à son débouché en Méditerranée. Des mesures bactériologiques montrent que l'Hérault déverse en Méditerranée une quantité importante de polluants. Cette pollution disparaît assez rapidement à la surface de la mer, par contre elle se dépose en partie au fond pour recouvrir une étendue très importante. On trouve, par exemple, en moyenne 10^4 coliformes par kilogramme de sédiments recueillis dans le domaine étudié de 40 km^2 .

Pour l'étude de la dispersion de cette pollution nous avons utilisé un modèle mathématique de jet flottant mis au point par H. Stefan et P. Vaidyaraman [1]. Il s'agit d'un modèle permanent à trois dimensions permettant de calculer le champ de concentration et le champ de vitesse d'un jet d'eau débitant à la surface de la mer de densité plus élevée. Ce modèle a été étalonné à l'aide de mesures effectuées en laboratoire et en nature [2] et a été appliqué à l'Hérault en effectuant au total 60 essais pour des conditions de vents et débits que l'on rencontre habituellement sur le site de l'Hérault [3].

Description du modèle

Nous nous sommes inspirés du modèle mis au point par H. Stefan et P. Vaidyaraman [1]. Ce modèle a fait l'objet de diverses études critiques [2], [3] et on présente ci-après une version sensiblement modifiée par comparaison avec le modèle initial.

Il s'agit d'un modèle permanent permettant de calculer le champ tridimensionnel de concentration et de vitesse d'un jet flottant, turbulent débitant à la surface de la mer de densité plus élevée que lui et qui est soumis à l'action du vent et du courant.

Figure 1. — Jet portant à surface libre.

L'hypothèse principale est celle d'autosimilarité des profils de vitesses et des concentrations. On admet en outre que ces profils sont gaussiens (fig. 1).

Figure 2. — Définition du repère local.

Dans le système de coordonnées local défini par la figure 2, on a alors :

$$\frac{u^*(s, r, z)}{u^*(s, 0, 0)} = \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{r}{b} \right)^2 \right] \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{z}{a} \right)^2 \right] \quad (1)$$

$$\frac{C^*(s, r, z)}{C^*(s, 0, 0)} = \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{r}{\lambda_h b} \right)^2 \right] \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{z}{\lambda_v a} \right)^2 \right] \quad (2)$$

u^* représente la vitesse relative du jet,

C^* représente suivant le problème une concentration en polluant, une température, une salinité, etc...

On néglige les déformations du profil dues à l'action du courant et à celle du vent, en supposant que la portance est suffisamment grande pour en atténuer les effets (fig. 3).

Figure 3. — Déformations de la section du jet et circulations internes dues :

a) au courant ; b) à la portance ; c) au vent
(D'après Stefan et Vaidyaraman).

On définit les quantités suivantes :

$$Q^*(s) = \int_{-nb}^{nb} \int_0^{ma} u^*(s, r, z) dr dz \quad (\text{débit}) \quad (3)$$

$$C(s) = \int_{-nb}^{nb} \int_0^{ma} u(s, r, z) C(s, r, z) dr dz \quad (\text{flux de la grandeur } C) \quad (4)$$

$$M^*(s) = \int_{-nb}^{nb} \int_0^{ma} \rho u^{*2}(s, r, z) dr dz$$

(flux de quantité de mouvement) (5)

1) Principe de l'entraînement

On admet que la variation du débit entraîné est proportionnelle à la vitesse du jet

$$\frac{dQ^*}{ds} = K_e u^*(s, 0, 0) \frac{(a+b)\pi}{\sqrt{2}} \quad (6)$$

Le coefficient d'entraînement global K_e se décompose en coefficient d'entraînement horizontal et vertical

$$K_e = \frac{K_H a + K_v b}{a+b} \quad (7)$$

2) Variation du flux de la grandeur C

Elle s'écrit d'une manière générale :

$$\frac{dC}{ds} = S \quad (8)$$

S : source ou puits dépendant de la grandeur C .

a) *Grandeur conservative* $S = 0$

b) *Grandeur non conservative*

S est alors différent de zéro. Citons deux exemples de grandeur non conservative :

C représente une élévation de température, la variation de C est due aux échanges atmosphériques :

$$S = -K_s \int_{-nb}^{+nb} [C(s, r, 0) - TE] dr \quad (10)$$

C représente une concentration en bactéries terri-gènes en milieu marin :

$$S = -K(s) \int_{-nb}^{nb} \int_0^{ma} C(s, r, z) dr dz \quad (11)$$

$K(s)$ est un coefficient global représentant la biodégradation et la sédimentation.

$$K(s) = K_1(s) + K_3(s) \quad (12)$$

K_1 coefficient de biodégradation qui dépend du type de bactérie

K_3 coefficient de sédimentation qui dépend de la vitesse de chute du polluant [5].

3) Bilan de quantité de mouvement

Parallèlement à l'axe du jet :

$$\frac{dM^*}{ds} = D_f + F_w \cos(\beta - \alpha) \quad (13)$$

Perpendiculairement à l'axe :

$$\frac{M^*}{R} = D_D - F_w \sin(\beta - \alpha) \quad (14)$$

R représente le rayon de courbure de l'axe :

$$d\alpha = \frac{ds}{R} \quad (15)$$

D_D force de trainée :

$$D_D = C_D \frac{1}{2} \rho a (u_e \sin \alpha)^2 \quad (16)$$

Le coefficient C_D doit être estimé à l'aide de mesures D_f force de frottement :

$$D_f = D_{f_{lam}} \frac{K_H - K_e}{K_H} \quad (17)$$

$$\text{avec } D_{f_{lam}} = \nu \rho u^* \frac{(a+b)\pi}{a\sqrt{2e}} \quad (18)$$

F_w force exercée par le vent :

$$F_w = 2 nb \tau_w \quad (19)$$

avec :

$$\tau_w = C_\tau \rho_a W^2$$

Equations empiriques pour fermer le problème

Stefan et Vaidyaraman utilisent des relations empiriques pour trouver les variations de a et b . Ces variations sont dues d'une part à l'entraînement turbulent, d'autre part aux effets de densité. Ils admettent que ces effets sont additifs

$$\frac{db}{ds} = \left(\frac{db}{ds}\right)_T + \left(\frac{db}{ds}\right)_P \quad (20)$$

avec :

$$\begin{aligned} \left(\frac{db}{ds}\right)_T &= c_4 \frac{u^*(s, 0, 0)}{u^*(s, 0, 0) + u_c \cos \alpha} \\ \left(\frac{db}{ds}\right)_P &= \frac{c_s}{u(s, b, 0)} \left[g a \lambda_v \frac{\rho^*(s, 0, 0)}{\rho_c} \right]^{1/2} \\ \frac{da}{ds} &= \sqrt{\frac{K_v}{K_H}} \left(\frac{db}{ds}\right)_T - \frac{a}{b} \left(\frac{db}{ds}\right)_P^{\rho_c} \end{aligned} \quad (21)$$

4) Conditions initiales

Les équations précédentes ne traitent que de la partie du jet où le régime est pleinement établi. La zone d'établissement est caractérisée par la présence d'un noyau potentiel dans lequel la vitesse le long de l'axe conserve la même valeur qu'à la sortie du jet et où on a admis que la concentration C à la fin de la zone d'établissement est prise égale à 80 % de la valeur initiale.

Figure 4. — Zone d'établissement. Vue de dessus ($\alpha_0 = 90^\circ$)

Les conditions initiales du modèle de Stefan et Vaidyaraman sont celles obtenues à la fin de la zone d'établissement ce qui demande de connaître les grandeurs caractérisant cette zone (s_1, b_1, h_1, α_1).

5) Schéma logique

On a mis au point un programme de calcul qui permet de déterminer l'état du jet à l'abscisse $s + ds$ connaissant l'état du jet à l'abscisse s .

L'état du jet à l'abscisse s est entièrement défini par la donnée de :

$$C^*(s, o, o) = C_i, u^*(s, o, o) = u_i$$

$$a(s) = a_i; b(s) = b_i \text{ et } \alpha(s) = \alpha_i$$

Les équations (1) à (21) permettent alors de calculer le nouvel état du système à l'abscisse $s + ds$: $C_{i+1}, u_{i+1}, a_{i+1}, b_{i+1}$ et α_{i+1} (voir [1], [4]).

Calage du modèle

Les différents paramètres du modèle ont été estimés à l'aide d'essais en laboratoire effectués au Laboratoire National d'Hydraulique ou décrits dans la littérature [6], [7], ainsi que d'essais en nature.

1) Essais en laboratoire

a) Effectués par Stolzenbach et Harleman [6]

Il s'agit de 25 essais dont 6 avec un courant traversier, d'ailleurs relativement faible ($0 < \frac{u_c}{u_o} < 0,16$). La

figure 5 illustre un de ces essais avec comparaison avec le modèle mathématique.

Courant de 0.01 m/s

$$\left(\frac{u_c}{u_o} = 0.16 \right)$$

Figure 5. — Influence d'un courant traversier (essai en canal)

b) Effectués au Laboratoire National d'Hydraulique [4]

Il s'agit de 13 essais effectués en zone d'établissement et de 4 essais en zone établie pour des courants traversiers beaucoup plus importants que précédemment ($0,2 < \frac{u_c}{u_o} < 2,75$).

2) Essais en nature

a) Effectués au débouché de l'Hérault

Il s'agit de deux campagnes de mesures, effectuées par le Service Maritime et de Navigation du Languedoc-Roussillon couplées avec des photos infra-rouge au débouché de l'Hérault, qui ont permis en particulier de connaître l'influence du vent (fig. 6).

Figure 6. — Influence du vent (essai en nature)

b) Baie de Cortiou

La SOGREAH avec la collaboration du CEA, supportée financièrement par le Ministère de l'Équipement et par le CNEOX, ont fait des mesures bactériologiques dans la baie de Cortiou où débouche la galerie du grand collecteur de la ville de Marseille [7]. Ces mesures ont permis d'estimer approximativement le coefficient K

global de biodégradation et de sédimentation pour les *Escherichia Coli* sans toutefois pouvoir découpler les deux phénomènes.

L'estimation détaillée des différents paramètres du modèle a fait l'objet des rapports [2], [4], [5] ; les valeurs retenues à l'aide de ces différents essais sont regroupées en annexe.

Simulation de l'Hérault

Les eaux de l'Hérault fortement chargées se déversent en Méditerranée. Nous avons voulu nous rendre compte de l'influence du vent et du débit de l'Hérault, sur le panache, afin d'examiner en particulier les cas critiques où les eaux de l'Hérault sont repoussées sur la côte. En l'absence d'une bonne connaissance des coefficients de biodégradation et sédimentation des bactéries terrigènes, index de la pollution, nous avons appliqué le modèle de jet flottant pour le cas d'un traceur conservatif ($S = 0$). Ainsi les lignes d'isoconcentration obtenues, exprimées en pourcentage, représentent les cas les plus défavorables, puisqu'on ne tient pas compte d'une dégradation naturelle. Nous avons appliqué le modèle aux types de vents suivants relevés sur les roses de vents d'Agde pendant les années 1965 et 1966 :

Vent d'Est d'intensité	2,5 m/s
Vent de NNE d'intensité	2,5 m/s, 7,5 m/s
Vent du Nord d'intensité	2,5 m/s, 7,5 m/s, 15 m/s
Vent du NNW d'intensité	2,5 m/s, 7,5 m/s, 15 m/s
Vent du NW d'intensité	2,5 m/s, 7,5 m/s, 15 m/s
Vent d'Ouest d'intensité	2,5 m/s, 7,5 m/s, 15 m/s
Vent du Sud d'intensité	2,5 m/s
Vent du SSE d'intensité	2,5 m/s, 15 m/s
Vent du SE d'intensité	2,5 m/s, 15 m/s

Figure 7. — Simulation de l'Hérault — Courbes d'Isoconcentration
 Vent S.E. d'intensité 2,5 m/s
 Débit de l'Hérault = 20 m³/s
 Probabilité d'occurrence = 1,2 % (4 jours par an)

Chaque calcul a été répété pour 3 débits différents de l'Hérault : 20 m³/s, 65 m³/s, 110 m³/s. Ces débits sont les moyennes de 3 tranches de débits qui recouvrent à peu près tous ceux de l'année.

La figure 7 illustre un des 60 essais obtenus.

De cette simulation, il ressort que la direction du vent est primordiale car plus ou moins vite l'axe du jet prendra la même direction que le vent.

L'augmentation du débit se traduit par une augmentation de quantité de mouvement initiale ce qui fait que le jet est moins vite dévié et que le panache est plus étendu.

Une augmentation d'intensité du vent se traduit par un amincissement du panache. De plus la direction de l'axe du jet tendra beaucoup plus rapidement vers celle du vent.

Nous avons examiné le nombre de jours où les eaux de l'Hérault étaient refoulées vers le rivage. Sur 340 jours qui représentent une année moyenne entre 1965 et 1966, sous l'influence en particulier des vents du Sud, Sud-Sud, Est et Sud-Est, ce phénomène se produit 71 jours. Ces 71 jours se répartissent de la façon suivante :

- 2 jours où les eaux de l'Hérault atteignent le rivage avec une concentration relative de 2,5 %,
- 24 jours avec une concentration relative de 5 %,
- 2 jours avec une concentration relative de 10 %, et 43 jours avec une concentration relative de 20 %.

Conclusion

Le modèle de jet flottant qui a été étalonné permet de calculer le champ de concentration d'une grandeur conservative ou non. L'application qui a été faite au débouché de l'Hérault montre tout l'intérêt d'un tel modèle. D'utilisation simple et pour un temps ordinateur relativement court, il peut simuler un grand nombre de cas pour permettre d'évaluer les risques de pollution.

Il faut toutefois ne pas oublier de faire des réserves — indispensables pour connaître les limites d'un tel modèle —. Il fait entrer un nombre important de paramètres qui ont pu être déterminés à l'aide d'essais en nature et en laboratoire, somme toute, assez limités en nombre. Il serait très intéressant de pouvoir disposer de mesures complémentaires, en particulier en nature, pour bien préciser les valeurs de ces paramètres. Nous pensons en particulier au coefficient d'entraînement horizontal ainsi qu'aux coefficients de biodégradation et de sédimentation.

Il fait également un certain nombre d'hypothèses qui sont parfois mises à défaut. Les essais effectués au Laboratoire National d'Hydraulique [4] ont montré que pour des courants importants l'effort dû à la portance n'était pas suffisant pour rétablir la symétrie de la section du jet (fig. 3).

On admet également que le milieu récepteur est infini mais l'effet d'un fond ou d'une paroi peut modifier les conditions d'entraînement. L'effet du fond peut ainsi augmenter la longueur de la zone d'établissement comme l'a montré l'application du modèle au rejet d'eau chaude de la centrale de Vado-Ligure sur la côte Méditerranéenne où des mesures de télédétection à l'infrarouge associées à des mesures in situ à différentes profondeurs avaient été faites [8], [9].

En résumé, il serait intéressant de disposer de mesures complémentaires pour pouvoir éventuellement étendre le domaine d'utilisation du modèle. Pour l'instant, avec ses limitations, il reste néanmoins un moyen léger et relativement peu coûteux qui peut rendre de nombreux services, en particulier si l'on doit interpréter de nombreuses situations.

Bibliographie

- [1] STEFAN H. and VAIDYARAMAN P. — Jet Type Model for the three-Dimensional thermal Plume in a cross-current and under wind. *Water Resources Research*, Vol 8 n° 4, August 1972.
- [2] LENCIONI P. — Calage du modèle de jet de H. Stefan et P. Vaidyaraman. *Rapport EDF C40/73.42*, Octobre 1973.
- [3] LENCIONI P. — Simulation de l'Hérault. *Rapport EDF C40/73.40*, Novembre 1973.
- [4] CHAUVEAU J.M. et VIOLLET P.L. — Etude expérimentale et calcul d'un jet portant à surface libre dans un courant. *Rapport EDF C44/74.27*, Juin 1974.
- [5] LENCIONI P. — Extension du modèle de H. Stefan et P. Vaidyaraman pour l'étude d'un traceur biologique. *Rapport EDF C45/74.22*, Décembre 1974.
- [6] STOLZENBACH K.D. and HARLEMAN D. — An analytical and experimental investigation of surface discharges of heated water. *Rep. 135 Ralph M. Parsons Lab. for Water Resources and Hydrodynamics, Mass. Inst. of Technol.* Cambridge. Feb. 1971.
- [7] QUETIN B. — Evolution d'une eau polluée rejetée en mer. *S.H.F. XIII^e Journées de l'Hydraulique* (Paris 1974) Question VI. Rapport 6.
- [8] DINELLI G. — An experimental evaluation of heat transfer to the environment by cooling water discharges from Vado Ligure Power Plant using an Infra-red technique. *AIRH* — Congrès de Sao Paulo 1976, Sujet C.a.
- [9] LENCIONI P. — Comparaison d'un modèle de jet flottant avec des mesures de température en nature effectuées à la centrale thermique de Vado Ligure. *Rapport EDF C45/75.30*, Septembre 1975.

Annexe

Résumé des valeurs choisies pour le modèle

1/ Caractéristiques de la zone d'établissement :

a) Longueur

$$S_I = 8 \sqrt{h_0 b_0} \exp \left(- 8,50 \frac{u_c}{u_0} \right)$$

pour $\frac{u_c}{u_0} < 0,12$ en m

$$S_I = 3 \sqrt{h_0 b_0} \quad \text{pour } \frac{u_c}{u_0} > 0,12 \quad \text{en m}$$

b) Profondeur, largeur et angle à la fin de cette zone :

$$h_I = h_0 + (0,3 + 0,23 F_0) \sqrt{h_0 b_0} \quad \text{en m}$$

$$b_I = 11,48 \frac{h_0 b_0}{h_I} \quad \text{en m}$$

$$\alpha_I = \alpha_0$$

2/ Coefficient de transfert de chaleur :

$$\rho C_p K_s = 1,992 \cdot 10^{-7} (273 + T_c) + 5,9 \cdot 10^{-2} (295 + 72 W) \quad \text{m/s}$$

3/ Température d'équilibre :

$$T_E = T_C \quad ^\circ\text{C}$$

4/ Coefficient d'entraînement vertical :

$$K_V = 5 \cdot 10^{-4} \quad (\text{sans dimension})$$

5/ Coefficient d'entraînement horizontal :

$$K_H = 0,0266 \log F_0 + 0,0277 \frac{h_0}{b_0} + 0,0781$$

$$\exp \left[\left(- \frac{u_c}{u_0 \cdot 0,176} \right)^2 \right] \quad (\text{sans dimension})$$

pour $K_H \geq 0,05$
sinon $K_H = 0,05$

6/ Coefficient de traînée :

$$C_D = 5,0 \quad (\text{sans dimension})$$

7/ Contrainte due au vent :

$$C_\tau = 10^{-4} \quad (\text{sans dimension})$$

8/ Coefficient global de biodégradation et sédimentation :

$$K(s) = 2,2 \exp \left[\frac{-0,01 s}{\sqrt{h_0 b_0}} \right] + 0,3 (\text{sec}^{-1})$$

(valable pour les *Escherichia Coli*)