Utilisation d'un programme d'allocation optimale dans les études de schémas d'aménagement des ressources hydrauliques

Use of an optimal apportionment scheme in water-resource development project design

Yves Méchin, Jean Darnige et Dominique Normand

Ingénieurs à Sogreah

Introduction

L'élaboration d'un plan directeur d'aménagement hydraulique à l'échelle d'un grand bassin ou d'un ensemble de bassins, a pour but de définir les moyens à mettre en œuvre pour permettre une utilisation des ressources en eau à diverses fins de production ou de consommation correspondant soit à un horizon donné, soit à une série d'horizons successifs du développement des activités économiques.

Ces moyens à mettre en œuvre comportent des équipements permettant la mobilisation des ressources en eau superficielles et souterraines (barrages de retenue et de dérivation, champs de captage), leur transfert et leur amenée aux centres de consommation (canaux, conduites, stations de pompage) et éventuellement leur traitement pour des utilisations successives (stations d'épuration). Les options sont souvent variées en ce qui concerne les sites de barrage de régularisation, les possibilités de prélèvement des eaux d'origine souterraine, les moyens de prélèvement des eaux superficielles (par pompage ou par gravité), les possibilités de transport (canaux, conduites) et les possibilités de partage entre les divers sites de consommation.

De plus, quoique un même flux de ressource puisse en général satisfaire successivement plusieurs usages, dans de nombreux cas, certaines fins de productions s'avèrent concurrentielles, c'est-à-dire que la satisfaction de l'une pourra être préjudiciable aux autres. Ce cas ne se produit pas seulement lorsqu'il y a consommation ou dégradation de la ressource initiale ; l'exemple des conflits dans l'utilisation d'un barrage réservoir pour satisfaire simultanément les nécessités de l'irrigation et la production d'énergie, montre que la concurrence peut aussi résulter d'une modulation différente des besoins en eaux dans le temps.

La recherche d'une solution d'aménagement optimale d'un grand bassin comporte donc la détermination simultanée de l'allocation optimum de la ressource en eau entre les différents usages et des caractéristiques optimales des équipements capables de mobiliser cette ressource pour satisfaire ces usages.

Différents critères de décision peuvent intervenir dans le choix des solutions. Parmi ces critères certains ne sont pas quantifiables en termes de valeur économique, sans une part excessive d'arbitraire. Cela conduit à explorer un certain nombre de variantes d'aménagements définies par un jeu de contraintes et de choix imposés, qui correspondent à différents niveaux de priorité attribués aux critères non quantifiés.

Pour ce faire il est important de disposer d'un outil de calcul sur ordinateur permettant de déterminer rapidement pour chacune de ces variantes la solution optimale par rapport aux critères qui peuvent être quantifiés, sous la forme d'une fonction économique.

La programmation linéaire peut être utilisée pour effectuer de tels calculs d'optimisation. Cependant pour alléger le traitement (formulation du problème, entrées des données, calculs, interprétation des résultats) SOGREAH a été conduit à élaborer un modèle, spécialement adapté à la résolution des problèmes de transfert de ressources entre des points de production et des points de consommation à travers un système d'arcs de liaison, auxquels sont associés les coûts des équipements et les bénéfices résultant des usages de l'eau. C'est ce modèle que nous décrivons brièvement ci-dessous.

Le programme BBFOK

Ce programme élaboré à SOGREAH par J. Darnige résulte de l'application de la théorie des Flots dans les

Figure 1 — Exemple de graphe de représentation d'un système d'adduction d'eau urbaine représentant l'ensemble des variantes à optimiser.

graphes développée par L.R. Ford Jr et D.R. Fulkerson. Le problème de l'utilisation optimale des ressources en eau d'un bassin à diverses fins de consommation correspondant à un horizon déterminé est transposé en un problème d'allocation optimale des ressources entre des points de production et des points de consommation, que l'on formule comme une recherche de circulations à coût minimal dans un graphe orienté (voir exemple de la figure 1).

Chaque arc du graphe représente soit un équipement (barrage, canal, conduite, station de pompage ou de traitement etc...), soit une liaison hydraulique existante (tronçon de rivière, aménagements hydrauliques déjà réalisés), soit encore une ressource disponible ou une catégorie d'usage.

Chaque nœud du graphe symbolise la liaison de deux ou de plusieurs éléments de l'aménagement hydraulique : par exemple un barrage et le tronçon de rivière qui l'alimente, ou un canal et la rivière qui assure son alimentation par gravité etc. . .

Par l'intermédiaire de chaque arc peut transiter un flux de circulation qui caractérise soit la performance de l'équipement, soit la quantité de ressource disponible, soit la quantité correspondant à un type d'usage. Ce flux représente donc un volume d'eau régularisé, transporté, fourni ou distribué pendant un laps de temps donné (le mois par exemple). Sur chaque arc la valeur de ce flux est comprise entre une borne inférieure (positive ou nulle) et une borne supérieure. Lorsque la borne inférieure n'est pas nulle elle correspond généralement à un besoin qu'il faut impérativement satisfaire.

Sur les arcs correspondant à des équipements, le transfert des flux est affecté d'un coût proportionnel et éventuellement d'un coût fixe qui s'ajoute au premier dès que le flux sur l'arc est supérieur à zéro. Sur les arcs correspondant aux catégories d'usages, le transfert des flux est affecté d'un bénéfice (ou coût négatif), qui s'exprime également par une loi linéaire en fonction du

flux pouvant éventuellement présenter une discontinuité à l'origine.

Si les fonctions de coût ou de bénéfice associées à certains arcs ne peuvent pas s'exprimer valablement sous forme d'une loi linéaire dans la plage de variation envisagée pour le flux, on remplacera l'arc unique reliant deux nœuds du graphe par plusieurs arcs, chacun d'eux étant associé à une fonction linéaire de transfert de flux (avec ou sans discontinuité à l'origine). Une fonction de coût non linéaire dans l'intervalle des flux envisagés peut ainsi se décomposer en une succession de tronçons linéaires, chacun de ces tronçons étant associé à un arc dont les bornes supérieure et inférieure du flux sont correctement ajustées.

En désignant par :

- x_{ij} la valeur du flux à travers l'arc ij ,
- d_{ij} la dépense nécessaire pour transférer x_{ij} du nœud i au nœud j ,
- cp_{ij} le coût ou le gain associé au transfert d'une unité de flux entre i et j ($cp_{ij} > 0$, nul, ou < 0),

on peut écrire :

$$d_{ij} = cp_{ij} \cdot x_{ij} + cf_{ij} \cdot e_{ij} \quad (1)$$

$$\text{avec} \quad bb_{ij} < x_{ij} < bh_{ij} \quad (2)$$

$$e_{ij} = 0 \quad \text{si} \quad x_{ij} = 0$$

$$e_{ij} = 1 \quad \text{si} \quad x_{ij} > 0$$

Le problème consiste à déterminer l'ensemble des valeurs x_{ij} qui optimisent la somme des d_{ij} , soit par exemple :

$$\text{fonction objectif} = \min \sum d_{ij} \quad (3)$$

en respectant les conditions suivantes :

- sur chaque arc $bb_{ij} < x_{ij} < bh_{ij}$
- à chaque nœud j il y a conservation des flux

$$\sum_i x_{ij} = \sum_k x_{jk} \quad (4)$$

Pour satisfaire cette dernière condition l'ensemble des nœuds de départ et l'ensemble des nœuds d'arrivée seront reliés à un point commun (point Source-Puits) par des arcs virtuels à coût nul.

L'optimisation de la fonction (3) est basée sur l'utilisation conjointe de deux algorithmes désignés sous les appellations de "out of Kilter" et "branch and bound" (d'où l'acronyme BBFOK Branch and Bound-Flows-Out of Kilter).

Le premier algorithme qu'on trouvera décrit en détail dans l'ouvrage de Ford et Fulkerson "Flows in Networks" (Princeton Univ. Press 1962) permet de traiter le cas où les fonctions de coût ou de bénéfice sur chaque arc sont linéaires sans discontinuité à l'origine (c'est-à-dire sans coût fixe). Il est basé sur la notion de valeur marginale affectée en chaque nœud du réseau au flux qui passe en ce nœud (valeur nodale).

Le second algorithme qui vient en complément du premier est nécessaire pour prendre en compte les arcs ayant une fonction de coût comportant une discontinuité à l'origine (terme *c_{fij}* de la formule (1)).

Les résultats d'un calcul fournis par le programme sont :

- la valeur de la fonction économique, qui permet de comparer globalement différentes variantes d'aménagement hydraulique du bassin (prise en compte ou non de barrages de retenue, de stations d'épuration, de canaux ou de conduites de transfert d'un sous-bassin à l'autre etc...);
- les valeurs des flux x_{ij} relatifs à chaque arc, qui déterminent :

a) D'une part les dotations en eau affectées à chaque usage et de ce fait les déficits ou les surplus éventuels par rapport aux besoins estimés.

b) D'autre part la capacité optimale de chacun des équipements constituant l'aménagement du bassin dont le graphe constitue une représentation synoptique : capacité de retenue des barrages, capacité de débit d'un canal ou d'une conduite, capacité de traitement d'une station d'épuration, volume extrait d'une nappe souterraine, superficie d'un périmètre d'irrigation etc... Ces valeurs définissent les paramètres de décision du système que constitue l'aménagement.

c) Enfin les valeurs nodales en chaque nœud du graphe, qui sont assimilables aux valeurs duales associées aux équations de contrainte traduisant la conservation des flux en chaque nœud, quand on envisage le problème de l'optimisation sous l'angle d'une programmation linéaire. Ces valeurs permettent de juger la compétitivité de moyens pouvant se substituer à ceux qui sont pris en compte dans le modèle.

Les étapes préliminaires à l'utilisation du programme

Ayant décrit le principe de la recherche de l'affectation optimale des ressources en eau d'un bassin entre différents sites de mobilisation et plusieurs sites d'utilisation, il est utile de préciser sommairement la nature des études préalables indispensables à l'élaboration du graphe orienté de circulation des flux.

Pour l'horizon considéré qui peut se situer à court terme, à moyen ou à long terme, ces études préalables auront pour but d'arrêter et de quantifier des choix concernant les éléments suivants :

- les ressources en eau, sous la forme d'une séquence d'apports caractéristiques, cette séquence pouvant être suivant les cas, soit une succession d'apports caractérisant un étiage exceptionnel, soit une succession d'apports caractérisant un cycle ayant une certaine probabilité d'occurrence. Parmi ces ressources peuvent également figurer les recharges des nappes souterraines qu'il est prévu d'exploiter ;
- les besoins en eau à satisfaire discriminés par nature (eau de ville, eau industrielle, eau d'irrigation...) et exprimés sous forme d'un volume à satisfaire au cours de la même période que la séquence hydrologique considéré ci-dessus. (Une hypothèse haute et une hypothèse basse pourront traduire l'incertitude qui s'attache à certaines projections dans le temps) ;
- les usages et les productions qui correspondent à ces besoins en eau (consommations urbaines, énergie hydroélectrique, consommations agricoles, etc...) et plus précisément les fonctions d'utilité qui expriment soit la valeur d'usage en fonction de la quantité d'eau disponible pour cet usage, soit la valeur des biens produits en fonction de la quantité d'eau utilisée (par exemple la valeur des kwh produits par une centrale hydroélectrique, la valeur du tonnage transporté sur une rivière navigable, la valeur de la production agricole d'un périmètre d'irrigation, etc...) ;
- les systèmes d'équipements pouvant entrer en compétition pour satisfaire les besoins en eau exprimés, c'est-à-dire les différentes variantes envisageables de sites de barrage, de systèmes d'adduction, d'exploitation de nappes souterraines etc... dont l'ossature constituera l'aménagement hydraulique du bassin ;
- les coûts des équipements envisagés et plus précisément les lois de variation de ces coûts en fonction du paramètre caractérisant le flux x_{ij} . Ce qui signifie par exemple que pour un barrage de retenue le coût sera exprimé non pas en fonction du volume de retenue mais en fonction du volume régularisable au cours de la séquence d'apports caractéristiques définie précédemment. Il faudra donc effectuer au préalable des essais de simulation sur une séquence plus étendue d'apports pour déterminer la relation fonctionnelle entre le volume régularisable et le volume maximum stockable, qui définit la hauteur du barrage et par conséquent son coût.

Il en serait de même pour une zone de captage d'eau souterraine pour laquelle le paramètre x_{ij} représentera le volume mobilisable au cours de la séquence caractéristique d'apports envisagée.

Les éléments précédents seront associés dans la fonction objectif du programme d'optimisation qui exprimera en termes économiques tous les objectifs quantifiables que l'aménagement de bassin vise à atteindre. Cette fonction exprime en général la différence entre deux sommes de valeurs :

- la somme des coûts des investissements et des charges d'exploitation capitalisées correspondant aux équipements nécessaires à la mobilisation des ressources ;

- la somme des avantages économiques capitalisés résultant de l'utilisation de la part des ressources mobilisées qui n'est pas affectée aux besoins à satisfaire de façon impérative.

Lors de l'analyse des résultats il peut apparaître

nécessaire de vérifier qu'à l'optimum le modèle n'est pas sorti du domaine de validité et de cohérence globale des éléments pris en compte dans les calculs préliminaires. Ce contrôle peut s'effectuer grâce à un essai de simulation du fonctionnement de l'ensemble du système hydraulique retenu en tant que solution.