Relations pluie-débit sur la Saône à Lyon

Rainfall/runoff relationship for the Saône river valley at Lyon

Robert Grard et Pierre Guillot

EDF-DTG – Service « Ressources en Eau », Lyon et Grenoble

But de l'étude

La Saône à Lyon (B.V. 30 000 km²) est une rivière lente et souvent abondante. Son influence sur la production hydroélectrique de la chaîne d'usines du Rhône est importante et de ce fait, il est utile de déterminer avec

l'anticipation maximale, ses réactions aux épisodes subis par son bassin versant.

On a donc cherché à établir des relations entre la pluie mesurée à quelques pluviomètres du bassin et les débits observés quelques jours plus tard à l'exutoire. Le problème du stockage ou destockage dans les champs d'inondation de la Saône (qui peuvent atteindre 1 000 millions de m³) a été sommairement traité, l'objectif étant la recherche du maximum de délai de prévision, au détriment de la précision sur la prévision des débits à 3 à 5 jours. Un modèle plus fin d'étude de l'influence du champ d'inondation est en cours d'établissement ; il doit résoudre le problème de la prévision du débit des deux premières journées.

Méthode utilisée

Etablir une relation Pluie/Débit consiste à rechercher la liaison qui existe entre deux ensembles de variables :

- d'une part les préverseurs, qui sont les pluies récentes mesurées et les données d'état du bassin,
- d'autre part, les prévisandes qui sont les débits des jours futurs (ou les variations de débits successifs).

La recherche de la relation nécessite un échantillon de ces deux ensembles qui doit être de taille suffisante pour représenter correctement la population des cas possibles et donner ainsi sa stabilité à la liaison trouvée. L'étude qui suit utilise 92 épisodes pluvieux sur le bassin de la Saône et les débits correspondants à Lyon.

La relation Pluie/Débit se décompose en deux fonctions :

- une fonction de réduction de la pluie mesurée en pluie efficace,
- une fonction d'étalement dans le temps et de transfert jusqu'à l'exutoire du volume d'eau provenant de la pluie efficace.

Fonction de réduction

La pluie recueillie sur le bassin subit des pertes qui sont dues :

- à l'interception par la végétation,
- à l'accumulation dans les rigoles ou petites dépressions naturelles,
- à l'évaporation immédiate au voisinage du point de chute,
- à l'absorption par le sol pour réalimenter son humidité optimale.

Les pertes globales sont donc conditionnées par trois états, qu'il faut paramétrer :

- l'état de la végétation du bassin (paramètre saisonnier)
- l'état du sol (paramètre de sécheresse du sol)
- l'humidification récente.

Le paramètre saisonnier retenu est la valeur de la température moyenne T_j . La variation de la température est en phase avec le développement de la végétation (maximum en Juillet, minimum en Janvier). On a donc choisi la température de Besançon (le caractère un peu arbitraire de ce choix de station influe peu sur le résultat).

L'état du sol est supposé représenté par le débit de la rivière qui est l'intégrateur naturel de l'état des nappes, du moins tant que les pluies récentes ont peu d'effet. On utilisera donc le débit Q_0 observé à Lyon avant l'averse.

L'humidification superficielle par les précipitations récentes, représentée par les pluies pondérées des quelques derniers jours (indice des précipitations antérieures)

$$IPA = (aP_{j-1} + bP_{j-2} + cP_{j-3})/(a + b + c)$$

est un terme correcteur qui doit atténuer l'effet des deux paramètres précédents. Dans le premier essai on a pris, $a = 1$, $b = 0$, $c = 0$, et on n'a ainsi tenu compte que des pluies du jour précédent.

On a donc : $K = \text{Peff}/\text{Préelle} = f(T_j, Q_0, IPA)$.

Les pertes ont évidemment une limite supérieure qui correspond à la satisfaction totale des besoins végétatifs et du sol et, au-delà d'une certaine valeur, on peut s'attendre à ce que toute augmentation de la pluie réelle entraîne une augmentation égale de la pluie efficace. Les relations de pertes sont donc vraisemblablement du type de fonction représentées en Fig. 1 et 2, présentant une

Figure 1 — Influence de la saison sur le rendement de la pluie (à saturation du sol)

Figure 2 — Influence de l'état du sol (représenté sur le débit initial) sur le rendement de la pluie (à effet saisonnier nul)

asymptote. Néanmoins, on s'est contenté de linéariser ces fonctions dans le domaine des pluies courantes, inférieures à 50 mm, qui constituent l'échantillon.

$$K = [1 - T_j(1 - IPA/G)/B] \cdot Q_0/[Q_0 + C(1 - IPA/G)]$$

Les coefficients B , C , G , sont à ajuster par tâtonnement à partir de simulations sur l'échantillon. Des résultats acceptables en première approximation ont été obtenus avec $B = 25^\circ$, $C = 200 \text{ m}^3/\text{s}$ et $G = 50 \text{ mm}$.

La température moyenne à Besançon variant entre 0° et 18° , on voit que l'abattement dû à l'état de la végétation varie entre 0 et 72 % de la pluie mesurée.

L'abattement d'état du sol, faible pour les débits élevés (16 % pour $1000 \text{ m}^3/\text{s}$) devient fort en étiage (80 % pour $50 \text{ m}^3/\text{s}$).

Ces deux abattements sont annulés si la pluie du jour précédent a atteint ou dépassé 50 mm ; ils sont conservés intacts s'il n'a pas plu la veille et l'influence des pluies antérieures varie linéairement entre ces deux valeurs.

Fonction de transfert

Basée sur un opérateur linéaire (hydrogramme unitaire) la fonction de transfert permet de relier la pluie efficace P_j aux débits ruisselés pendant les pas de temps suivants. Elle est formée de " n " coefficients A_i ($1 \leq i \leq n$) qui, appliqués à la pluie efficace P_j fournissent l'apport en débit à l'exutoire aux jours J à $J + i$.

A cet apport des pluies récentes, il faut ajouter, pour obtenir l'hydrogramme global, le débit initial auquel on applique une décroissance exponentielle :

$$Q_{(j+k)} = D^k Q_0$$

On obtient donc l'hydrogramme résultant par l'équation :

$$Q_{(j+k)} = \sum_{i=1}^n A_i P_{(j-i+1+k)} + D^k Q_0$$

Notons que la prévision à $j + k$ n'est possible que si les coefficients A_i qui correspondent à $K + 1 - i > 0$ sont nuls (c'est-à-dire s'il y a décalage de K entre la pluie et les débits). Dans le cas contraire la prévision est effec-

tuée "à pluies futures nulles" ou à l'aide de prévisions quantitatives de pluies.

L'ajustement des paramètres A_j et D peut être obtenu par corrélation multiple puisque l'équation ci-dessus a une forme multilinéaire.

Données utilisées

Pour la période comprise entre le 1er janvier 1961 et le 31 décembre 1977, on disposait d'un tableau de la pluie journalière sur le bassin de la Saône en amont de Chalon, calculée par polygones de Thiessen sur 30 pluviomètres environ. En utilisant un nombre plus limité de pluviomètres on arriverait à des résultats très voisins du fait de l'homogénéité des averses sur ce bassin.

La période a ensuite été divisée en deux parties dont la première (1961 à 1974 inclus) a servi à ajuster les paramètres du modèle et la deuxième partie (1975 à 1977) à simuler l'exploitation du modèle.

Précipitations

On a donc retenu comme épisode pluvieux toute suite de journée entre 1961 et 1974 répondant aux critères suivants :

- il n'a pas plu depuis 4 jours au moins (sauf petites pluies non généralisées),
- la pluie ne dure pas plus de 5 jours consécutifs,
- le total pluviométrique de l'épisode est d'au moins 15 mm,
- la précipitation n'est pas sous forme neigeuse ou seulement partiellement (au-dessus de 1000 m).

Débits

A chaque épisode pluvieux retenu (92 sur la période considérée) est associée, grâce à l'isolement des pluies au milieu d'une période sans pluie, la réaction correspondante des débits de la Saône à Lyon (sous la forme du débit initial Q_0 et des débits moyens des 8 jours consécutifs).

Les débits pris en compte sont les valeurs, estimées par la Compagnie Nationale du Rhone, à Couzon, et obtenues par différence entre les mesures du Rhône à La Mulatière et au Pont Poincaré. Comme la Compagnie Nationale du Rhone le fait remarquer, les débits faibles sont difficiles à évaluer surtout lorsque des manœuvres de barrages viennent perturber le tarissement naturel de la Saône (des variations de l'ordre de 50 m³/s peuvent résulter seulement du calcul et des variations de même ordre du fait des manœuvres des barrages).

Recherche des paramètres de la fonction de transfert

Pour chacun des 92 épisodes pluvieux on a regroupé dans un tableau de données :

- les précipitations relevées les jours j à $j+4$,
- les débits moyens des jours $j-1$ à $j+8$,
- la température normale à Besançon du jour considéré.

Figure 3

Figure 4

La Saône à Lyon

Approche par corrélations multiples de la fonction de transfert

Tel que l'échantillon a été constitué, la pluie est surtout concentrée dans les journées $j+1$ et $j+2$. Les corrélations entre les débits observés à $j+3$, $j+4$, $j+5$, ..., et les pluies mesurées à j , $j+1$, $j+2$, ainsi

que le débit initial fournissent des équations expliquant les débits futurs. La figure 3 montre ainsi les résultats obtenus sur la corrélation entre d'une part le débit du troisième jour et d'autre part les pluies relevées sur les quatre jours ainsi que le débit initial. Les coefficients de régression fournissent une première approche de la fonction de transfert. Ces résultats utilisant des pluies réelles sont assez mauvais à cause du rendement de la pluie qui diminue, non seulement avec le débit initial mais aussi avec la saison. Si l'on emploie au lieu des pluies réelles, les pluies efficaces calculées précédemment, la corrélation est sensiblement améliorée (fig. 4) l'écart type résiduel passe de 158 à 98 m³/s. La difficulté rencontrée pour optimiser les paramètres vient du fait que la liaison entre les pluies réelles et les pluies efficaces n'est pas linéaire et par suite se prête mal aux calculs d'ajustement par moindres carrés.

Une simulation sur les 92 épisodes pluvieux a été faite, en adoptant d'abord les coefficients de la fonction de transfert obtenus, puis en les modifiant par tâtonnement pour reproduire au mieux les différents épisodes ; enfin en retouchant également les paramètres saisonniers et l'état du sol.

La figure 5 montre des résultats partiels de cette simulation et permet l'estimation du rendu de la crue calculée par les pluies (sans réajustement dans le temps) et de la crue observée.

Contrôle du schéma obtenu

L'objectif étant la prévision quotidienne, le schéma doit être applicable même lorsqu'on se trouve en dehors des conditions restrictives admises pour établir l'échantillon des 92 crues, c'est-à-dire qu'il doit donner une réponse encore acceptable :

- lorsque la pluie dure plus de quatre jours,
- lorsque la précipitation est neigeuse sur une partie de bassin,
- lorsqu'il ne pleut plus depuis quelques jours.

On a donc ajouté au programme de simulation :

- une fonction sommaire d'abattement nival basée sur la température maximale T_x relevée à Besançon et réduisant linéairement la pluie efficace obtenue :

$$Pe_{\text{eff}} \text{ corrigée} = Pe_{\text{eff}} (T_x + 2)/9 \quad \text{si} \quad -2 < T_x < 7$$

- une fonction de décrue qui amortit la décrue en même temps que le débit initial diminue :

$$Q_i = Q_0 (D + 3/Q_0)^i$$

- une fonction sommaire d'étalement qui, lorsque le débit prévu Q_p dépasse 1 000 m³/s réduit celui-ci à la valeur : $Q_c = \sqrt{1\,000 \times Q_p}$. La différence entre Q_p et Q_c est ensuite reportée sur la prévision du lendemain.

Figure 5 — La Saône à Lyon. Comparaison sur l'échantillon des 92 crues entre débits calculés par le modèle et débits observés. La fonction de réduction apparaît dans l'écart entre la pluie mesurée et la pluie efficace.

Figure 6 – Simulation du fonctionnement en continu du modèle de prévision des débits de la Saône à Lyon

- un calcul du débit de base fictif en dehors des périodes de décrues qui est une somme pondérée du débit observé et du débit de base fictif de la veille

$$QF = 0.1 Q + 0.9 QF_{j-1}$$

- un calcul d'IPA qui tient compte des pluies des trois jours précédents

$$IPA = 0.6 P_{j-1} + 0.3 P_{j-2} + 0.1 P_{j-3}$$

La simulation d'exploitation en prévision est effectuée sur la totalité des journées des années 1975 à 1977 (1 090 journées) et les résultats sont examinés :

- sous forme chronologique par le graphique n° 6 qui compare les valeurs prévues à $j+1$, $j+2$, $j+3$ et $j+4$ aux valeurs observées,
- sous forme chronologique par le graphique n° 6 qui observés (Fig. 7),
- sous forme de nuages de points des accroissements prévus de débits aux accroissements observés ($\Delta Q_{j+i} = Q_{j+i} - Q_{j-1}$) (Fig. 8).

Le gain d'information apporté par le modèle est appréciable mais pas encore pleinement satisfaisant. Ce gain est exprimé par l'écart-type résiduel qu'on compare à l'écart-type que donnerait une prévision par persistance :

	Q_j	Q_{j+1}	Q_{j+2}	Q_{j+3}	Q_{j+4}
Ecart type du modèle (m^3/s)	56	78	90	110	140
Ecart type de persistance	62	110	153	187	200

Ce tableau montre que le modèle a son efficacité maximale pour les prévisions du débit des 3e et 4e jours

(Q_{j+2} et Q_{j+3}). Au delà, la prévision quantitative de pluie est souhaitable ; en deçà, le modèle est inadapté, la connaissance des débits amont et l'influence du champ d'inondation étant des éléments de prévision plus importants que les pluies, dont l'effet n'est visible dans ces délais brefs que par les réactions des petits affluents proches de Lyon (Azergues et Chalaronne). Pour ces faibles échéances, le modèle en cours d'élaboration représentant le champ d'inondation de la Saône devrait donner de meilleurs résultats.

Conclusions

Les résultats obtenus sont déjà utilisables pour l'exploitation des mesures. Dans quels sens peuvent-ils être améliorés ?

Plusieurs voies d'amélioration existent :

- 1) Séparation en classe des journées.

Le modèle mis au point pour les réactions aux pluies du bassin versant est assez mal adapté aux périodes sans pluie pour lesquelles un schéma autorégressif (courbe de décrue) pourrait donner des résultats meilleurs, le passage de l'un à l'autre schéma serait déclenché par la valeur de l'IPA.

- 2) Recherche d'optimisation objective de paramètres par corrélations avec variables transformées ou par la déconvolution des variations de débits.

- 3) Séparation du bassin en deux parties et prévision sur chacun des sous-bassins : le Doubs à Verdun sur le Doubs et la Saône à Le Chatelet-Pouilly. La somme des résultats de ces deux modèles servirait d'entrée au mo-

Figure 7
Contrôle en Q

Figure 8
Contrôle en ΔQ
Saône à Lyon
Simulation en continu du modèle prévision à J+2 et J+3

dèle à court-terme du tronçon Chalon-Lyon qui est en cours d'élaboration.

Les deux difficultés rencontrées dans la mise au point de ce modèle sont :

- 1) l'interaction des deux fonctions de réduction et de transfert, qui oblige à des retouches successives sur chacune des fonctions,
- 2) la non-linéarité des relations définissant la pluie

efficace dont l'ajustement ne peut être fait directement par moindres carrés.

Cette étude doit être considérée comme une première tentative destinée à faire apparaître les composantes essentielles du débit à prévoir. La suite des études consiste à réduire le modèle de façon à se rapprocher d'un ajustement objectif des relations principales qui le constituent.

Discussion

Président : M. J. JACQUET

Le Président. — Je remercie M. GRARD pour l'exemple présenté de ce que l'on peut faire sur un bassin de 30 000 km², dans une optique tout à fait opérationnelle.

Les résultats montrent que votre modèle — et vous l'avez bien expliqué — est un peu "nerveux" en période de crue, c'est-à-dire qu'il n'étale pas suffisamment. C'est le problème de la non prise en compte des champs d'inondation.

La question qu'on peut se poser — vous l'avez noté en terminant — est celle de l'intérêt de la mise en œuvre de deux modèles distincts : un modèle pour les zones de formation de crue sur la Saône et le Doubs, et un modèle de propagation. Cela se traduira nécessairement par un plus grand nombre de paramètres à ajuster : on peut se demander si le gain espéré compensera la complication du calage et de la mise en œuvre ?

M. GRARD. — L'important est, à notre avis, d'avoir un modèle simple et exploitable basé sur une infrastructure raisonnable (moins d'une dizaine de mesures à saisir). Des améliorations du modèle, tant qu'elles ne modifient pas le réseau de mesures, sont possibles mais la question demeure : seront-elles payantes ?

Le Président. — Il est sans doute préférable d'effectuer une correction d'étalement à partir d'un certain seuil de débit à partir duquel opèrent les champs d'inondation, car à part cela, votre modèle semble assez bien reproduire tous les autres phénomènes du bassin.

M. DUJARDIN. — Je pense qu'on peut savoir s'il est utile ou non d'améliorer la prévision en faisant une analyse des écarts du modèle actuel. Si le modèle est améliorable, on peut expliquer ces écarts. S'ils sont totalement aléatoires, il y a peu d'espoir d'amélioration. Par exemple si les crues de novembre sont surestimées par rapport à celles d'avril, il faut introduire un paramètre saisonnier. Si vous sous-estimez systématiquement les crues lorsque le Doubs déborde plus que la Saône ou si vous êtes en avance ou en retard selon que ce soit la Saône ou le Doubs qui donne le plus, il faut découper le modèle en deux.

De façon générale, on peut savoir qu'un modèle est améliorable par l'introduction d'un paramètre supplémentaire si l'on peut trouver une corrélation des écarts avec ce paramètre.

M. GRARD. — L'étude des écarts du modèle à la réalité est, en effet, le meilleur moyen pour tenter de l'améliorer. Comme toute variable, dont l'influence n'est pas totalement prise en compte, reste corrélée aux écarts du modèle, on pourrait donc tester par corrélation la nécessité d'une séparation des pluies sur les deux sous-bassins mais plus difficilement l'influence des différences de temps de concentration. Mais la possibilité du gain étant ainsi mise en évidence, l'arbitrage entre gain de précision et perte de simplicité (et donc de facilité d'exploitation) reste toujours délicat et en grande partie subjectif.

M. CARDOT. — Le modèle mis au point prend-il en compte les manœuvres des endiguements submersibles des syndicats

d'endiguement qui perturbent notablement les crues moyennes de la rivière en aval de Chalon ?

M. ROSSE. — Un modèle de prévision à court terme (1 et 2 jours) des débits de la Saône à Lyon est actuellement en cours d'étude. Ce modèle est essentiellement un modèle de propagation depuis la confluence de la Saône avec le Doubs, jusqu'à Lyon (temps de transfert de l'ordre de 2 à 3 jours, avec un BVI de 11 000 km²).

L'influence des champs d'inondation est représentée par la prise en compte d'un réservoir dont le volume est géré grâce à un bilan de débits d'échanges entre le lit mineur et le champ d'inondation :

- le remplissage du réservoir peut s'effectuer grâce à un seuil déversant (dans le sens lit mineur vers champ d'inondation), sur lequel le débit est commandé par la cote à Chalon ;
- sa vidange est représentée d'une part grâce à un seuil déversant analogue (mais en sens contraire), commandé par la cote du réservoir, et d'autre part, grâce à un orifice de vidange (écoulement lent) situé au fond du réservoir ;
- enfin, des échanges possibles à travers les digues peuvent être pris en compte grâce à un orifice intermédiaire entre lit mineur et champ d'inondation (débits comptés algébriquement, et fonction de la cote du réservoir et de la cote à Chalon). D'éventuelles manœuvres (ouvertures de casiers...) pourraient être simulées au niveau de cet orifice.

Les données nécessaires au fonctionnement opérationnel (quotidien) de ce modèle sont, au stade actuel de l'étude :

- le débit de la Saône, la veille, au droit de sa confluence avec le Doubs ;
- les cotes à Chalon et Macon le matin à 7 heures ;
- les pluies "efficaces" des jours précédents sur le bassin intermédiaire (moyenne de 6 pluviomètres répartis sur le bassin, moyenne à laquelle on applique un abattement selon une formule analogue à celle présentée par M. GRARD).

Le modèle, en cours de calage, n'est pas encore totalement optimisé. Néanmoins, les premières simulations conduisent à des résultats encourageants : sur 900 journées de simulation en continu, on observe des écarts-type de 46 m³/s pour la prévision du débit moyen de la Saône à Lyon au jour J (contre 56 dans le modèle pluie-débit exposé précédemment), 71 m³/s au jour $J + 1$ (contre 78) et 88 m³/s au jour $J + 2$ (résultat analogue au modèle précédent : 90 m³/s).

Le Président. — Je remercie beaucoup M. ROSSE de ces indications.

S'il n'y a pas d'autres questions, nous allons passer, avec la communication de M. GIRARD, à un autre exemple d'application de relation pluie-débit à la valorisation des données pluviométriques pour estimer des écoulements à l'échelle interannuelle d'une grande région, celle du Sahel.

Abstract

Rainfall/runoff relationship for the Saone river valley at Lyon

The river Saone, a main tributary of the Rhone with a catchment area of some 30,000 km², has a major effect on electricity production of water-power stations below Lyon. For plant management purposes (especially in deciding on suitable maintenance schedules), maximum discharge-forecasting efficiency is desirable; hence the importance of the direct relationship between rainfall and future discharge.

In the rainfall/runoff relationship, "measured rainfall" can be reduced to "effective rainfall" and the latter can be converted to runoff. Reduction is effected by means of the discharge coefficient, which depends on the three following parameters:

1. State of vegetation (seasonal parameter T_j)
2. State of soil (absorption parameter Q_o)
3. Recent humidification (previous precipitation index IPA)

$$K = 1 - T_j (1 - \text{IPA}/G) / B \cdot Q_o / Q_o + C (1 - \text{IPA}/G)$$

Variables T_j , Q_o and IPA are normal seasonal temperature on the considered day at Besançon, initial discharge of the river Saone through Lyon and average rainfall in the catchment on the previous day respectively.

Parameters B, C and G were first adjusted by trial and error from a sample of 92 Saone flood discharges measured at Lyon between 1961 and 1974 and sufficiently individualized over the considered period ($B = 25^\circ$, $C = 200 \text{ m}^3/\text{s}$, $G = 50 \text{ mm}$).

The transformation is a linear operator (unit hydrograph) relating effective rainfall P_j to discharge on subsequent days (J to $J + K$). Coefficients A_i are obtained from the following equation by multiple correlation from the 92-flood sample:

$$Q_{(J+K)} = \sum_{i=1}^n A_i P(J-i+K+1) + D^K Q_o$$

The transfer and reduction function parameters were then corrected after simulating operation of the model on the sample whilst allowing for the flood-flattening effect of the river Saone's flood plain at discharges exceeding $1\,000 \text{ m}^3/\text{s}$.

Finally, the model was tested continuously over the 1975 to 1977 period, which had not been used for its adjustment. The numerical results were compared with those a simple persistence model would have provided. The residual standard deviation of the model (g) compared to that of a persistence model is a maximum for three and four-day forecasts, then falling off fairly fast if rainfall cannot be forecast.

Term	J	$J + 1$	$J + 2$	$J + 3$	$J + 4$
g	10 %	28 %	40 %	42 %	30 %

Difficulties were experienced owing to interaction of the reduction and transfer functions. Any method whereby the parameters of both functions could be optimized *at the same time*, therefore, would considerably facilitate adjustment of the model, which is already suitable for medium-term operational decision-making in its present state.