Emploi correct de l'analyse dimensionnelle

Correct use of dimensional analysis

R. Legendre

Membre de l'Académie des Sciences
Haut Conseiller Scientifique
ONERA

Introduction

Une discipline aussi classique que l'analyse dimensionnelle devrait être enseignée avec une rigueur assortie d'une discussion approfondie susceptible de faire accepter des approximations nécessaires. Il faut attirer l'attention des futurs ingénieurs sur les risques de l'abus d'un formalisme menant à des erreurs grossières.

Il convient tout d'abord de proscrire les notions métaphysiques de grandeurs fondamentales et d'homogénéité des lois physiques.

Le choix d'unités fondamentales commodes est un acte arbitraire et ne donne aucune vertu aux grandeurs qui servent de supports. Il serait possible de choisir une seule grandeur fondamentale et l'unité correspondante en décidant de fixer à des puissances arbitraires de dix : la vitesse de la lumière, la constante de l'attraction universelle, la constante molaire des gaz parfaits. Il est clair que ce serait s'embarrasser de lois qui n'interviennent pas dans l'écoulement d'un fluide incompressible, par exemple.

Une décision de l'homme n'intéresse pas les lois de la nature que nul ne peut se dispenser de connaître pour prétendre orienter et exploiter la recherche expérimentale.

Il suffit de prendre l'exemple de la loi de variation de la chaleur spécifique du plomb en fonction de la température pour embarrasser le philosophe affirmant l'homogénéité des lois de la physique.

Cette pseudo loi, prétendant dominer toutes les autres, se réduit à l'évidente nécessité d'interpréter correctement les expressions analytiques, si elles existent, en cas de changement d'unités. Lorsqu'un formulaire indique la chaleur spécifique du plomb en unités anglo-saxonnes, il ne faut pas conserver le chiffre en système métrique. Ceci est une recommandation pour l'ingénieur et non une loi naturelle. Une mesure est un rapport de grandeurs qui change lorsque l'une d'entre elles est modifiée.

L'analyse dimensionnelle n'aurait aucun intérêt pratique si la plupart des lois physiques n'étaient pas simples, au moins avec une bonne approximation.

Dans le cadre de cette revue, il suffira d'illustrer le raisonnement par l'exemple concret de l'écoulement d'un fluide incompressible.

Nécessité d'une discussion des phénomènes significatifs

L'écoulement d'un liquide dépend de la pesanteur, de sa viscosité, de sa tension de vapeur et de celle des gaz dissous, quelquefois, en outre, de la pression atmosphérique et de la tension superficielle, celle-ci étant variable avec l'adsorption des corps dissous et les impuretés qui flottent. Enfin l'incompressibilité et l'indilatabilité sont des simplifications d'un schéma dont il faut vérifier la validité.

Bien tout énumérer est un principe Cartésien mais il faut aussi savoir discerner ce qui est important dans chaque cas particulier et ne pas se borner à mettre en route un mécanisme inintelligent pour recommander, par exemple, le respect du nombre de Froude intéressant les vagues de surface, pour l'étude sur modèle d'un engin de pénétration profonde sous la mer.

A l'inverse, dans un cas où la viscosité est le seul coefficient physique jouant un rôle significatif, ne pas se soucier de la transition à la turbulence qui peut être déclenchée: par la rugosité, par les vibrations, par la turbulence préétablie à l'amont, escamote un phénomène qui peut être déterminant.

La loi de viscosité dont la notion fût esquissée par Newton en 1713 fût exprimée sous sa forme générale par Navier en 1823. Ultérieurement, Saint Venant en 1843, puis Stokes en 1849 donnèrent d'autres justifications des résultats de Navier. Cependant, Froude, qui n'est pas suspecté d'avoir agi en ingénieur irréfléchi, a présenté ses résultats sur le frottement des navires à la fin du 19^e siècle sans utiliser la loi de Navier, qu'il connaissait bien mais qui ne classait pas parfaitement ses résultats expérimentaux, ceci à peu près sûrement en raison de phénomènes annexes.

La validité de l'application d'une loi établie pour un régime laminaire à un régime turbulent était loin d'être évidente. Très souvent les maîtres escamotent aujourd'hui l'induction hardie de Reynolds qui était nécessaire pour oser une telle extrapolation.

Simplicité des lois physiques

En électrodynamique, presque toutes les expressions des lois sont rassemblées dans les équations de Maxwell qui n'introduisent qu'un petit nombre de coefficients empiriques considérés comme des propriétés physiques. La loi d'Ohm bénéficie de la même simplicité, au moins en première approximation, suffisante pour la plupart des besoins des ingénieurs.

La situation est moins favorable en mécanique des fluides en raison des complications introduites par la turbulence. Cependant, il faut souligner combien il est extraordinaire que la simple règle de trois de Newton ait pû être étendue avec plein succès à tous les écoulements laminaires sans introduction de constantes physiques nouvelles au moins pour le fluide incompressible et ceci alors que l'isotropie supposée est compromise par un gradient de pression et un gradient de température. Une linéarisation pressentie n'est pas invalidée par des forces et gradients de vitesse très élevés. Il est moins facile de vérifier que la loi reste valable au sein d'un petit remous d'un écoulement turbulent mais, si la validité est retenue comme hypothèse, aucune imprévision ne se manifeste jusqu'ici dans les conséquences.

Il faut voir clairement que, sans cette extraordinaire simplicité et fécondité de la loi de viscosité, tout le formalisme et les pseudo-théorèmes de l'analyse dimensionnelle seraient parfaitement stériles, par exemple si la loi dépendait de 36 constantes indépendantes n'intervenant pas linéairement et si elle était compliquée par la turbulence.

Il en serait malheureusement de même pour l'analyse plus sérieuse présentée ci-dessous.

Cependant, c'est fausser l'esprit des futurs ingénieurs qu'escamoter toutes les hypothèses et inductions qui ont justifié l'extrapolation de la loi simple de viscosité que leur affirmer que la mesure d'une certaine grandeur par l'écoulement dans un tube capillaire autorise une parfaite ignorance de la physique en vertu d'une évanescente métaphysique. C'est aussi les exposer à raisonner mal lors de l'application d'autres lois pour lesquelles le maître ne leur aura pas donné sa parole que l'artifice est encore valable.

L'axiomatique, qui envahit la présentation de la mécanique et de plusieurs branches de la physique, est pernicieuse pour les futurs hommes d'action. Elle substitue à la réflexion le mécanisme d'une logique tirant les conséquences de pseudo vérités révélées qui représentent en réalité des synthèses géniales escamotées.

L'axiomatique, créée pour faciliter de brillants rapprochements, est incomprise des maîtres qui la transforme en mécanisme autorisant l'ignorance et l'absence de réflexion.

Loi de Navier

Il est invraisemblable de feindre de tirer les conséquences de lois sans écrire les équations qui les expriment.

Pour un liquide réellement incompressible et indilatable, les seules lois qui s'imposent au sein du fluide sont celle de continuité et celle de Navier.

Il n'y a pas lieu d'insister sur la loi de continuité qui exprime que la divergence de la vitesse u, de composantes u_i dont le système trirectangulaire x_i, est nulle.

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{u} = \partial u_i / \partial x_i = 0 \qquad (1)$$

Cette loi est homogène séparément pour la vitesse et pour les longueurs. Elle n'introduit aucune constante physique.

La loi vectorielle de Navier est déjà plus compliquée, même dans le cas d'un fluide incompressible. Il est commode, pour la discussion, de la décomposer ainsi :

$$\bar{\omega} = p/\rho + g x_3 + C^{te} \qquad (2)$$

où p est la pression, ρ la masse volumique, g l'accélération de la pesanteur, x_3 l'altitude. La constante est choisie en un point de référence pour que $\bar{\omega}$ y soit nul.

L'introduction de $\bar{\omega}$ simplifie l'écriture de l'équation de Navier :

$$\partial \bar{\omega} / \partial x_i + d u_i / dt - \nu \Delta u_i = 0 \qquad (3)$$

où d/dt est le symbole de la dérivée matérielle, Δ celui du Laplacien, ν la viscosité cinématique.

L'équation (2) introduit deux constantes physiques ρ et g et l'équation vectorielle (3) la constante supplémentaire ν. L'analyse dimensionnelle maladroite, ignorant la discussion des équations, introduirait des invariants surabondants alors qu'il convient de remarquer que l'équation (3) n'établit qu'une relation entre le champ de vitesse et la viscosité ν.

En effet, la variable auxiliaire $\bar{\omega}$ pourrait être éliminée par prise du rotationnel et calculée a postériori après une détermination du champ de vitesse, prenant évidemment en considération les conditions aux limites. Il vaut mieux éviter la prise du rotationnel en retenant que $\bar{\omega}$ est lié au champ de vitesse.

L'équation (2) détermine ensuite la pression p à partir de celle qui s'établit au point de référence, appartenant aux données aux limites.

L'expression est si simple qu'il serait naïf et cependant risqué d'introduire des invariants dont la signification serait fictive pour le problème, tel que le nombre de Froude

$$[\bar{\omega}/gx_3]^{1/2}$$

qui ne peut avoir aucune influence sur le champ de vitesse, s'il n'intervient pas par ailleurs dans les conditions aux limites.

La pression p ne peut pas être inférieure à la tension de vapeur ou de dégagement de gaz dissous. Ceci n'impose qu'en dernière étape la nécessité de contrôler l'absence de risque de cavitation ou, au contraire, l'obligation de reprendre le calcul ou l'expérience pour tenir compte de la cavitation.

L'analyse dimensionnelle, lorsqu'elle reste formelle et ignore la discussion des équations, perd le bénéfice de toutes ces remarques utiles. Elle affirme de fictives influences d'invariants.

Il faut remarquer que l'équation (3) introduit la viscosité ν mais ne met en évidence, pour le moment, aucun invariant. Ce sont les conditions aux limites qui introduisent des invariants en combinaison avec les équations au sein du fluide.

Pose des problèmes

Les conditions aux limites des problèmes qui intéressent les ingénieurs sont extrêmement variées. Il est donc parfaitement vain de prétendre établir, a priori et une fois pour toute, une analyse dimensionnelle imposant un cadre à la forme des solutions. Même si cette analyse est effectuée sans erreur, ce qui est souvent acrobatique en l'absence de référence à des lois et données précises, elle laisse échapper de massives simplifications et des possibilités de recherches sur modèles à échelle réduite, exploitant ce qui est dit similitude.

Si les lois élémentaires des phénomènes sont inconnues ou insuffisament énumérées, l'analyse dimensionnelle ne sert rigoureusement à rien.

En définitive, l'efficacité ne peut être assurée que si de nombreuses hypothèses, indispensables si elles ne sont pas toujours clairement dégagées, sont justifiées par une théorie solide ou par l'expérience. Il faut que :

– toutes les lois élémentaires soient connues et suffisamment simples;
– les conditions aux limites et initiales soient bien précisées et non moins suffisamment simples ;
– que nul ne sache actuellement résoudre un problème bien posé, soit en raison de difficultés mathématiques ou numériques, soit qu'il existe une infinité de solutions dépendant d'écarts dans les données inaccessibles à la mesure.

Le dernier motif est précisément celui qui intéresse les écoulements turbulents qui sont donc formellement imprévisibles. Ce n'est pas l'analyse dimensionnelle mais l'expérience qui montre que, dans un grand nombre de cas et non dans tous, il existe un écoulement moyen défini statistiquement sans rigueur dans le cas où l'écoulement moyen est lui-même instationnaire. Une induction, qu'il ne faut pas ignorer, justifie que, si les solutions en nombre infini dépendant de données indiscernables correspondent à des problèmes qui seraient bien posés pour une information suffisante, il en est de même de la moyenne qui peut se satisfaire de la moyenne des données.

La discussion éloigne considérablement d'un formalisme qui en fait, est établi a postériori pour une interprétation philosophique des résultats d'une science déjà construite.

Données aux limites simples

En raison de la grande diversité des problèmes, il est seulement possible d'indiquer par des exemples comment peut être conduite une saine analyse.

Un premier cas simple est celui de l'écoulement, permanent en moyenne, d'un liquide emplissant entièrement un volume fini ou encore au repos à grande distance par rapport à un système d'axes locaux. La formation de remous, en moyenne stationnaires, dans les sillages d'obstacles ainsi que la turbulence, excluent provisoirement toute possibilité de calcul et il faut demander à l'expérience de fournir des informations. Il convient cependant d'économiser le plus possible les essais.

L'unique condition aux limites est celle d'adhérence aux parois des obstacles et aux parois externes, supposées fixes par rapport à un système d'axes éventuellement en translation uniforme relativement à celui qui fût éventuellement utilisé pour la vérification d'un repos à grande distance. Une telle condition de vitesse nulle n'introduit aucune constante physique nouvelle.

Il faut ajouter toutefois les débits des sources de courant qui peuvent aussi être considérés comme des données aux limites.

L'expérience doit être faite pour toutes les formes possibles et pour toutes les positions relatives imaginables des obstacles, mais la discussion montre qu'il n'est pas nécessaire d'étudier tous les niveaux de vitesse, toutes les échelles et toutes les viscosités d'un même fluide à des températures variées ou celles de différents fluides.

Soit en effet L, une grandeur de référence d'un obstacle ou de l'enveloppe extérieure et V une vitesse de référence en un point de l'écoulement ou encore le quotient d'un débit en volume par l'aire d'une section de référence. L et V sont des données aux limites pour un ensemble de problèmes.

S'il est posé :

$$u'_i = u_i/V \quad ; \quad \bar{\omega}' = \bar{\omega}/V^2 \quad ; \quad x'_i = x_i/L$$

l'équation de Navier prend la forme :

$$\partial\bar{\omega}'_i/\partial x'_i + u'_i \, . \, \partial u'_i/\partial x'_i - (1/\mathcal{R})\, \Delta u'_i = 0 \qquad (4)$$

$$\mathcal{R} = VL/\nu \quad \text{étant le nombre de Reynolds}$$

Le champ de vitesse réduite, solution de cette équation pour une valeur de $\mathcal{R}$ et pour la condition d'adhérence imposée est indépendant du choix de deux valeurs individuelles de V, L, ν, figurant dans $\mathcal{R}$ et cette conclusion est plus sûre que celle de tout formalisme.

Le calcul permet en outre une critique plus approfondie.

Il fut implicitement supposé que la valeur de ν était la même dans tout le fluide alors que ν dépend peu de la pression mais sensiblement de la température dont les effets furent antérieurement négligés, d'après l'hypothèse d'indilatabilité du liquide. Rien n'est donc acquis si des échanges de chaleur intenses établissent un champ de température tel que la viscosité varie amplement et dont l'effet sur la dilatation des fluides pratiques cesse d'être négligeable. Il faut alors compléter l'étude en prenant en compte la convection naturelle. La discussion détaillée sort du cadre du présent article mais il était utile de commenter l'existence d'une difficulté pour ôter toute illusion à ceux qui croient encore à la vertu d'un formalisme ignorant les réalités physiques.

Il reste d'ailleurs à s'intéresser à la pression, variable avec l'altitude, dont le niveau peut invalider la solution si la nécessité d'une cavitation contredit l'hypothèse du remplissage de tout le volume par le liquide.

Par exemple, la vanne de retenue d'un barrage pourra commencer à provoquer une cavitation lorsque le niveau de la retenue s'abaissera exagérement.

Vagues de surface

Le deuxième exemple intéresse un navire de surface soulevant en eau calme un champ de vagues d'accompagnement lorsqu'il se déplace à vitesse uniforme.

La variation de pression atmosphérique avec l'altitude étant négligeable sur la hauteur des vagues, il peut être admis que p et p/ρ sont, sur la surface libre, des constantes données. Si ϖ est choisi nul, loin à l'amont sur ce qui est dit plan d'eau où x_3 est également choisi nul, l'équation (2) prend la forme :

$$\varpi = g x_3 \tag{5}$$

et s'il est posé :

$$\varpi' = \varpi / V^2 \qquad x'_3 = x_3 / L$$

où V et L sont la vitesse et la longueur du navire :

$$\varpi' = (1/\mathcal{F}^2)\, x'_3 \tag{6}$$

où $\mathcal{F}$ est le nombre de Froude

$$\mathcal{F} = V/\sqrt{gL}$$

Dans les formules ci-dessus, la surface libre des vagues $x_3\,(x_1, x_2)$ est une inconnue du problème mais elle n'est pas indépendante du champ de vitesse car la permanence des vagues d'accompagnement par rapport au navire impose à la vitesse d'être tangente à cette surface. Il faut donc que :

$$u_3 = (\partial x_3/\partial x_1)\, u_1 + (\partial x_3/\partial x_2)\, u_2 \tag{7}$$

condition homogène séparément pour les vitesses et les longueurs et n'introduisent pas plus de constante physique que la condition d'adhérence sur les parois du navire.

En conséquence, le champ de vitesse réduite est indépendant des grandeurs figurant dans les invariants $\mathcal{R}$ et $\mathcal{F}$ pourvu que leurs combinaisons dans ces équations maintiennent les valeurs des invariants.

Ceci n'offre pratiquement aucune possibilité de similitude à échelle réduite. En effet, si $\mathcal{F}$ et $\mathcal{R}$ doivent être maintenus, il en est de même pour :

$$\mathcal{F}/\mathcal{R} = \nu/\sqrt{gL^3}$$

Il faudrait donc trouver un liquide dont la viscosité serait réduite selon la puissance 3/2 de l'échelle auprès de la viscosité de l'eau de mer pour utiliser un modèle de dimensions raisonnables et c'est impraticable, presqu'autant que d'aller faire l'essai sur une planète lourde pour accroître g.

Fort heureusement, Froude était un ingénieur non formaliste. Il savait réfléchir pour assurer l'efficacité en substituant l'approximation à la rigueur stérile. Bien avant la théorie de la couche limite de Prandtl, il sut estimer que le champ de vitesse et la pression dépendent essentiellement du nombre de Froude tandis que le frottement sur la carène est relativement peu modifié par les altérations de vitesse provoquées par les vagues. Aujourd'hui, il est admis qu'il dépend essentiellement du nombre de Reynolds mais l'essai sur modèle réduit fournit encore des prévisions beaucoup plus précises que le calcul numérique des vagues et de la couche limite dont l'intéraction n'est pas tout à fait négligeable.

D'autres difficultés, telles que la prévision de l'enfoncement et de l'assiette prise par le navire sous l'effet des efforts sur la carène, s'ajoutent, mais il ne convient pas d'insister ici. Il est plus important de remarquer que pour d'autres problèmes où intervient la surface libre, le nombre de Froude n'a pas d'effet si x'_3 reste constamment négligeable dans (6) parce que des vagues ne se forment pas. Pour l'exemple du barrage mentionné à la fin du précédent paragraphe, il serait absurde d'envisager une influence du nombre de Froude sous prétexte que la pression atmosphérique s'exerce à la surface du plan d'eau de la retenue mais c'est une erreur que tout professeur a vu commettre (que certains élèves ont vu leur professeur commettre).

Cavitation

La cavitation met en jeu des phénomènes si complexes que toute prévision sérieuse est actuellement inaccessible par le calcul, dès qu'elle se développe. L'étude sur modèle n'est pas pleinement satisfaisante mais il faut bien l'utiliser, faute de mieux.

Pour l'hélice latérale d'un navire à deux lignes d'arbres, il est impraticable de représenter correctement l'ascendance du courant, sa convergence vers le plan de symétrie, la distribution de l'intensité de la vitesse en amont de l'hélice dont l'arbre est par ailleurs descendant et divergent. Il faut se borner le plus souvent à étudier sur modèle la référence du fonctionnement dans un écoulement uniforme parallèle à l'axe, qui peut au moins servir à comparer des tracés d'hélices. Le caractère instationnaire de l'écoulement se trouve ainsi éliminé ainsi que le bruit correspondant qui n'est pas pris en considération dans cet article, en raison de l'hypothèse d'incompressibilité.

Les hélices des bâtiments rapides fonctionnent dans une émulsion établie par la captation d'air le long de la ligne de flottaison. Elles ne sont pas assez profondément immergées pour ne pas soulever des vagues en surface. Il est impossible de respecter sur modèle réduit la différence de pression entre le point le plus haut et le point le plus bas de l'hélice qui est voisin de $\rho g D$ où D est le diamètre de l'hélice. Ceci peut inciter à orienter verticalement l'axe du modèle pour simplifier la référence recherchée en rétablissant l'axisymétrie.

La cavitation sur une hélice en aval d'une turbine hydraulique, en amont d'une pompe, peut se manifester par la formation de bulles importantes en aval de décollements francs : la condition à la surface des bulles est alors essentiellement celle de pression constante correspondant à la tension de vapeur, majorée des tensions des gaz dissous, toujours mal connues.

La cavitation peut aussi se manifester par la formation d'une émulsion aux bulles très fines le long de profils continus. La tension superficielle à la surface des bulles est une autre grandeur physique significative et il faut de nombreux paramètres pour décrire le milieu biphasique et sa rapide évolution. Celle-ci est d'ailleurs instationnaire et génératrice de bruits intenses, négligés ici, lors de l'implosion des bulles provoquée par une compression. Les retards à l'ébullition et à la condensation compliquent davantage.

La précédente discussion ôte toute signification à une analyse dimensionnelle formelle. Il est même vain d'écrire et de discuter en détail les équations des multiples phénomènes qui interdisent a priori toute similitude. Dans le cas d'une cavitation franche, la condition de surface libre sur la bulle, dérivant de la condition (2) où les variations de x_3 sont négligées en raison du défaut de similitude d'échelle, est approximativement :

$$\varpi = (p - p_v)/\rho$$

où p est la pression qui règnerait au centre de gravité de l'hélice en l'absence de perturbation par celle-ci et p_v la tension de vapeur convenablement majorée.

S'il est posé :

$$\varpi' = \varpi/V^2$$

où V est une vitesse de référence, telle que la vitesse d'avancement du navire, la vitesse périphérique de l'hélice ou une combinaison plus significative pour un profil, l'influence de l'invariant :

$$\varpi' = (p - p_v)/\rho V^2$$

est mise en évidence. Cet invariant conserve une signification pour une cavitation par émulsion mais n'est plus seul sérieusement significatif.

La discussion, bien qu'incomplète, a montré quelle somme de réflexions approfondies sont nécessaires pour orienter et exploiter sérieusement les recherches expérimentales. Il est à espérer qu'elle a dégoûté du formalisme.

Pulvérisation d'un jet

Lorsqu'un jet liquide est émis dans l'air ou dans un autre gaz, éventuellement sous forte pression, le frottement à sa surface soulève des vagues qui déferlent et d'où sont arrachés des embruns. En définitive, le jet se transforme en un aérosol constitué de fines gouttes en suspension dans le gaz.

Le mécanisme est surtout utilisé pour préparer la combustion d'un liquide mais, dans le cadre du précédent article, il suffira de supposer que le liquide et le gaz ne réagissent pas chimiquement. Même si la vitesse du jet est relativement élevée, le nombre de Mach dans les gaz reste faible auprès de 1 et la compressibilité peut être négligée.

Les grandeurs physiques dont dépend le frottement sont les viscosités du liquide et du gaz. Pour une force de frottement à la frontière, la différence des viscosités est compensée par une différence des gradients de vitesse transversalement au jet, dans le liquide et dans le gaz. Les deux fluides ont donc des rôles comparables mais l'entraînement du gaz par le liquide dépend des obstacles opposés à la circulation du gaz.

La pesanteur exerce un effet accessoire, lorsque la vitesse du jet est suffisante, en courbant la fibre moyenne ou en réduisant sa section, suivant l'orientation du jet par rapport à la verticale. Son action sur la formation des vagues est négligeable auprès de celle de la tension superficielle. Cette dernière peut être différente de celle qui est mesurée sur le liquide au repos lorsque les phénomènes d'adsorption ont le temps de se manifester.

Le frottement établit un rotationnel intense dans ce que sont les couches limites de liquide et de gaz au voisinage de l'orifice d'injection du jet mais l'épaisseur de ces couches cesse rapidement d'être négligeable auprès d'un diamètre de référence du jet. Un rotationnel variable est source d'une instabilité dont le développement est freiné accessoirement par les viscosités et essentiellement par la tension superficielle. Celle ci intervient en outre dans le mécanisme de formation de l'aérosol.

En définitive, pour une configuration donnée de l'orifice d'éjection et l'effet de la pesanteur étant négligé, la pulvérisation dépend des deux viscosités et de la tension superficielle ainsi que des données d'échelles aux limites telles qu'un diamètre de référence de l'orifice d'éjection et une vitesse moyenne, quotient du débit en volume par la section correspondante.

Il est inutile de s'attarder ici sur la discussion des équations traduisant les phénomènes. L'objet de ce dernier exemple est de réagir contre certaines analyses dimensionnelles formelles, mélangeant effets et causes. Lorsque les conditions d'éjection sont données ainsi que les obstacles s'opposant à l'entraînement des gaz, l'évolution ultérieure jusqu'à la pulvérisation est fixée à un aléa prés analogue à celui de la turbulence. Il n'y a pas lieu de séparer arbitrairement en plusieurs phases : d'éjection peu troublée, de formation des vagues, d'arrachement d'embruns, de formation de l'aérosol par disparition du jet.

Ceci conduit en effet à prendre pour données du début de l'une des phases, l'état à la fin de la phase précédente dejà très compliquée. Le procédé embrouille l'analyse et multiplie le nombre des invariants dont l'étude des effets est recommandée à tort.

Conclusions

Les précautions indipensables à l'exploitation sérieuse de l'analyse dimensionnelle et de la similitude mécanique ont été présentées ci-dessus dans le cadre étroit de l'écoulement de fluides incompressibles. En outre, pour tous les exemples commentés, l'écoulement était permanent, au moins en moyenne. Dès que s'établit un écoulement instationnaire, même simplement turbulent, l'incompressibilité supposée escamote le bruit qui se propage dans les liquides à une célérité qui n'est pas différente d'un ordre de grandeur des célérités du son dans les gaz.

La méthode d'étude recommandée convient aux écoulements de gaz compressibles qui ne sont pas toujours plus compliqués, par exemple si l'anlayse conserve l'influence du nombre de Reynolds mais substitute le nombre de Mach au nombre de Froude. Elle convient aussi à l'étude de phénomènes physiques variés, particulièrement s'ils ont un caractère aléatoire analogue à celui de la turbulence. Son utilité est toutefois beaucoup plus grande en mécanique des fluides.