L'égoutier et le savant

Conte moral pour universitaire en cure d'assainissement

The sewerman and the scientist

A parable for the academic following a course of decontamination

Claude Thirriot

Professeur à l'Institut national polytechnique de Toulouse

Nous publions aujourd'hui le texte de la conférence par laquelle le Professeur Claude Thirriot a inauguré les 17^{es} Journées de l'hydraulique, organisées en septembre 1982 à Nantes par la Société hydrotechnique de France sur le thème « L'assainissement de demain ».

L'auteur y traite successivement des problèmes généraux de l'assainissement, des réseaux, des régimes hydrauliques, des écoulements transitoires, des écoulements diphasiques solides et fluides, des lacs, des lagunes et des golfes.

La Houille blanche remercie le Professeur Thirriot de lui avoir permis de reproduire, pour le plus grand plaisir de ses lecteurs, les entretiens au cours desquels Gaspard Duregard, égoutier de son métier, et le Professeur Aimé Lémate s'initient réciproquement aux finesses de l'assainissement et de la mécanique des fluides.

Il était une fois un égoutier nommé Gaspard Duregard qui avait de grandes satisfactions dans son métier. Le matin, alors que la ville dormait encore, il jetait par dessus son épaule sa besace contenant un casse-croûte alléchant et substantiel, puis il partait rejoindre ses compagnons à l'entrée du labyrinthe aux eaux de plomb. Bien sûr, ce n'était ni Venise ni Bruges souterraines. Mais peu à peu il s'était pris d'habitude et presque d'affection pour ces corridors sonores, ces boyaux capricieux, cette surface de moire qui brillait fugitivement sous le balancement de la lampe du casque.

Il avait aussi l'impression, non, la conviction, qu'il était utile et pourquoi pas nécessaire à la bonne vie de sa ville. Et ce sentiment simple, peut-être désuet mais solide, était

aussi la raison de la connivence et de la solidarité silencieuse avec ses camarades de travail avec qui il parlait peu, mais dont la proximité constituait une part de son plaisir de vivre. En bref, il était heureux. Heureux, oui; mais tout de même, parfois, il se posait des questions sur la nature des choses, l'essence de ces tourbillons noirs qui tournaient comme des corbeaux à la surface des grands émissaires, le mystère de ces bancs de sable profonds qui migraient à chaque forte pluie, la majesté des écoulements puissants au-dessus des déversoirs d'orage.

Un cousin à lui qui était dans les ministères (au ministère de l'Environnement peut-être) lui conseilla de voir un savant spécialiste : le Professeur Aimé Lémate.

LA HOUILLE BLANCHE/N°1/2-1984

Figure 1a — Eaux pluviales (par m²).

Figure 1b — Eaux usées (par habitant et par jour).

Débit de vidange des équipements sanitaires		
	Volume (en l)	Débit de vidange (en l/s)
Baignoire	120	1,5
Lavabo	10	0,75
Bidet	10	0,5
Evier	30	0,75
W.C.	10	1,5

Figure 2 — (d'après Agence Loire Bretagne).

Figure 4

	Production des eaux ménagères par poste										Eaux vannes
Références	Lessive		Cuisine lave- vaisselle		Bain		Autres robinets		Total		
	l/j	%	l/j	%	l/j	%	l/j	%	l/j	l/j	
Etude Cersoal haut standing	38	35	13	12	30	27	29	26	110		
Siegrist 1976	40	31	18	14	38	30	31	25	127	35	
Laah 1975	28	34	14	17	45	40	8	9	83	15	
Ligman 1972	32	32	17	17	45		7	7	101	à	
Bennett 1975	45	40	27	24	41	36			113	50	
Cersoaf 1978	25	29	32	37	30	34			87		

Figure 3 — Répartition des consommations d'eau par poste au cours d'une journée. (d'après Agence Loire-Bretagne).

Caractéristiques des eaux usées domestiques par usager et par jour	
Volume journalier maximum en litres	100 à 150, dont 30 d'eaux vannes
Matières oxydables exprimées en g de DBO5	60, dont 10 à 15 pour les eaux vannes
Matières en suspension total en g	35 à 50
Matières volatiles en suspension en g	30 à 40, soit 80 % des MES
Azote total en g	10-13
Phosphore total en g	4
Débit de pointe maximum en l/s	1,5
Charge bactériologique CF/100 ml	10 ⁸ à 10 ¹⁰

Figure 5 — (d'après Agence Loire Bretagne).

Premier entretien: De la France assainie

Quand M. Duregard rentra dans le bureau du Professeur Lémate, il resta interdit. Il y avait des livres partout : sur les murs où ils se suivaient comme les chiffres du nombre π au Palais de la Découverte, sur le plancher où ils constituaient quelques îlots de science mais tout de même pas au plafond.

« Vous venez me demander conseil ou explication, dit le Professeur Lémate, mais dans le fond votre visite me révèle que je vivais sans me préoccuper du service quotidien, efficace et discret que vous me prodiguez. Parlez-moi donc d'abord de cette vie souterraine évoquée par Victor Hugo dans son œuvre populaire et populiste des Misérables ».

Intimidé, M. Duregard cherche par où commencer, tellement il a des choses à dire. « Eh bien, le problème implicite de l'assainissement remonte à la nuit des temps ou peut-être, plus précisément, à l'aube de l'humanité, quand nos ancêtres sont devenus sédentaires. Ils se sont fixés près des points d'eau qui leur fournissaient la boisson, le lavage et qui leur servaient aussi à enfouir ou emporter leurs déchets. Cette évacuation se passa d'abord naturellement; on comptait sur le torrent impétueux, la crue de la rivière, les courants lacustres ou marins pour effectuer la dispersion des rejets et ensuite on trouvait tout normal que l'eau lentement digérât les déchets, aidée d'une faune gloutonne visible qu'on pêchait et microscopique qu'on soupçonnait à peine. Les choses se compliquèrent avec la naissance des villes, puis leur développement, anarchique souvent, ordonné parfois. Les Romains, architectes industriels, installèrent de très beaux systèmes de drainage souterrain dont certains fragments sont encore utilisés comme à Toulouse par exemple. Ensuite, on semble noter une régression. Au Moyen Age, le caniveau axial luttait de son mieux, mais au vu et au senti de tout le monde, contre les cloaques. Aujourd'hui, on est surpris de cette apparente résignation des populations urbaines d'alors quand on pense à l'engorgement téléphonique de notre standard provoqué par l'engorgement hydraulique d'un tout petit tuyau de collecte ! Mais l'élévation du niveau de vie et la naissance d'une bourgeoisie entreprenante prête à payer pour protéger son odorat allaient, à Paris, provoquer la naissance du premier égout moderne par la couverture partielle du ruisseau de Ménilmontant, en 1740. Au siècle suivant, avec Hausmann et Belgrand et leurs successeurs, c'est la création de la Venise souterraine qui fait encore figure prophétique avec ses 2 100 km de galeries visitables, sa flottille de dragues, ses confluent et ses bassins.

Les grandes capitales imitent leur cousine parisienne. Vienne met en place le décor qui près de cent ans plus tard permettra à Orson Welles de poursuivre, le cœur haletant, le Troisième homme de Graham Greene dans le dédale sonore, humide du grand réseau autrichien.

Dans la France profonde, traditionnelle et bien souvent agreste, les choses vont plus lentement, mais tout de même sûrement. Après la Libération, après avoir reconstruit ponts et usines, on pense au mieux être des gens. Avec

l'explosion économique des années 55, c'est le démarrage du nettoyage des villes. Par exemple, en 1957, Revel, petite ville à l'est de Toulouse, construit un quadrillage souterrain sous celui de ses rues.

Mais l'événement décisif, c'est la loi sur l'eau de 1964 et la création des Agences de bassin, qui vont être le catalyseur compétent et efficace du traitement, jusque là presque oublié, après la collecte des eaux usées.

Collecte et traitement, préoccupations duales des services d'assainissement à l'épreuve de la quantité et de la qualité !

Résultat du travail patient et approfondi d'une équipe de spécialistes, l'Instruction technique de 1977 relative aux réseaux d'assainissement des agglomérations est actuellement le guide des projeteurs.

Pour les eaux de pluie, le problème est compliqué par les aléas météorologiques. Mais les techniques statistiques permettent de définir les intensités de pluie de durée limitée qui ont peu de chance d'être dépassées pendant une période donnée, par exemple dix ans, et qui servent de valeurs de projet (fig. 1.a).

A titre d'illustration, une estimation sommaire peut être fournie par l'une des formules (bâtarde du point de vue dimensions)

$$i = 43 / (T + 10)$$

$$\text{ou} \quad i = 6,6 T^{-0,55} \text{ (à Toulouse)}$$

T durée de l'averse en minutes (entre 10 et 60 min)

i intensité en mm par minute.

Le volume précipité considéré reste ainsi inférieur à 40 mm, alors que chacun connaît des averses exceptionnelles approchant de 100 mm. Mais on joue dans le projet la politique du risque mesuré.

Dans l'évacuation des eaux usées, on doit au contraire retenir comme postulat l'évacuation de toutes les eaux usées et ceci impose des contraintes en débit pour les collecteurs, en volume pour le traitement.

Pour les évaluations, il faut partir de la consommation journalière par usager ou par habitant (fig. 1.b).

Comme l'indiquent les tableaux des figures 1 à 5, les chiffres varient beaucoup suivant les enquêteurs. Et, bien que la moyenne tourne apparemment autour de 120 litres par jour et par habitant dans les projets, en agglomération urbaine, on considère 250 l/hab/jour compte tenu de la consommation des services publics et bureaux. Ceci correspond assez bien à la situation pour les usines de traitement toulousaines actuellement. Ce semble être le critère retenu aussi à Marseille où on prévoit 500.000 m³/j pour une agglomération de deux millions d'habitants.

Si nous comparons les deux types d'eau à évacuer, eaux pluviales et eaux usées, les volumes sont donnés par mètre carré pour les eaux pluviales et par habitant pour les eaux usées.

On voit donc que le degré d'urbanisation va jouer de manière décisive sur le rapport des débits de projet. Par exemple, en considérant un bâtiment tel la Tour Montparnasse ou l'Empire State Building, avec l'hypothèse de 20 m² par habitant, pour 100 étages, le volume d'eaux usées

Pays	Nombre d'habitants par km ²	Zones habitables % superficie totale	Zones construites % superficie totale	Nombre d'hab. par km ² zones habitable	Nombre d'hab. par km ² zones construites	% population desservie par réseau
France	98	69	5,3	140	1 810	56
Belgique	321	77	27	418	1 190	55
R.F.A.	248	62	9,4	401	2 640	86
G.B.	229	91	12	253	1 910	95
Suisse	155	53	4,2	291	3 700	> 60
Autriche	90	47	1,2	193	7 500	
Japon	302	22	5,3	1 370	5 700	> 23
E.U.	23	52	4,2	43	550	> 77
Canada	2	22	0,2	10	950	> 60
Australie	1,8	73	0,1	2,5	1 800	

Figure 6 — Corrélation entre urbanisation et assainissement.

Figure 7 — Pourcentage de la population urbaine (zones de peuplement industriels ou urbains, 1976) par rapport à la population totale.

Figure 8 — Fonction de répartition de l'urbanisation en France $G(n)$. Fonction hypothétique des débits d'eau usée $G(Q)$.

Figure 9 — Fonction de répartition en nombre (1) et en volume (2) des stations de traitement en France.

Figure 10 — Evolution de l'assainissement dans le monde.

annuel correspond à une pluviométrie moyenne de 1,25 m *par jour* soit 450 m par an, valeur gigantesque par rapport aux 20 m annuels des pays de plus fortes moussons. Et du point de vue débit, la fin d'une émission passionnante de télévision amène un orage dans le réseau vanne (le fonctionnement en 10 minutes de toutes les chasses d'eau provoque l'équivalent d'une averse de 10 mm/mm environ !).

Ces chiffres (un peu outranciers, reconnaissons-le) montrent que les problèmes vont varier avec l'urbanisation pour ne pas dire le pays. Et l'on comprend alors l'importance des études sociodémographiques dont les figures 6 à 10 présentent quelques valeurs synthétiques.

Bien sûr, la densité d'habitants est déjà un premier repère, mais plus significatifs nous paraissent le nombre d'habitant par km² construit (auquel sera liée la dimension des collecteurs) et le pourcentage de zones construites ».

Le Professeur Lémate, très intéressé, remarque : « Si on laisse de côté les grands espaces canadiens et australiens sans surprise, on trouve en Europe même le contraste énorme entre la Belgique (29 % de zones construites) et l'Autriche (1,2 %) ». « Eh oui, reprend M. Duregard, dans la mesure où l'on peut faire confiance aux statistiques, cela montrerait que l'Autriche champêtre a une population fortement concentrée alors que la Belgique industrielle se prêterait mieux, dans l'ensemble, à l'assainissement autonome à cause de la dissémination de l'habitat.

Bien sûr, il est dangereux de proposer des moyennes à l'échelle d'un pays, car la pondération cache ou fausse les problèmes, mais sur la base de 250 l/hab/j les débits journaliers moyens d'eaux usées passeraient de 0,5 à 2 mm, ce qui correspond grosso modo au passage de la pluviométrie annuelle de Gabès à celle de Paris.

Ainsi donc, en zone construite ou plus encore en zone urbaine, les volumes d'eaux usées et d'eaux pluviales ne sont pas disproportionnés.

D'où l'importance de l'évolution de l'urbanisation telle que l'indique pour la France la figure 8, qui fait apparaître la nécessité d'ensembles de traitement de très forte capacité (2,5 millions de m³/j à la station d'Achères, 800.000 m³/j à Marseille, 100.00 m³/j à Toulouse).

D'ailleurs, les fonctions de répartition en nombre et en volume des stations de traitement existant en France en 1978 renforcent cette impression (fig. 9); 62 % des usines concernent des agglomérations de moins de 1000 habitants (ou équivalents habitants du point de vue de la dépollution). L'ensemble ne totalisait que 8.700 unités de traitement, donc, même en tenant compte des usines construites depuis, il y a, sur l'ensemble des 36.000 communes françaises encore un beau marché sur lequel interviendra bien sûr la concurrence des techniques de l'assainissement autonome, qui pourrait conserver plus de 30 % de l'ensemble en fin d'équipement.

Cet équipement, nous avons déjà vu qu'il avait été l'objet d'un effort national considérable depuis vingt cinq ans. La figure 10 à première vue pourrait faire croire à un sous équipement de notre pays; en fait, la comparaison avec la Belgique (à la zone construite fort étalée) suggère que la France doit utiliser au mieux ce qui lui reste de son caractère rural et la dissémination de son habitat pour développer et améliorer encore l'assainissement autonome.

Enfin, pour conclure ce bref panorama statistique nous pouvons comparer sur la figure 11, quelques situations françaises en fonction de l'échelle et de la situation géographique et économique et dont nous pourrions peut-être reparler ».

« Eh bien, vous m'avez aujourd'hui ouvert les yeux sur des problèmes méconnues essentiels et passionnants, dit le Professeur Lémate tout émoustillé de cette initiation. Revenez me voir à votre gré pour que nous poursuivions cette découverte intéressante ».

Territoire	Surface km ²	Population totale	Popul. commune rurale	Popul. à desserte autonome possible	Nombre habitant par km ²	Surface par habitant m ²	Volume traité par jour m ³
Paris et région Ile de France		10 000 000					2 500 000
Marseille		850 000					
Toulouse	120	400 000		40 000	3 300	300	66 000
Revel	33	7 700		1 400	233	4 300	
Cintegabelle		1 800		600			
Haute-Garonne	6 400	660 000			103	9 700	
Saône & Loire	8 600	570 000	266 000	120 000	66	15 000	
Indre	6 900	250 000	110 000	55 000	36	27 000	
France	550 000	54 000 000			98	10 200	

Figure 11

Deuxième entretien : Des réseaux

« Parlez-moi donc de vos égouts, dit M. Lémate, comme aurait fait un médecin homéopathe avant l'auscultation ».

« Eh bien des égoûts, qu'on appelle d'ailleurs maintenant réseau d'assainissement, il y en a de plusieurs sortes.

Il y a le *réseau unitaire* comme à Paris, à Marseille partiellement, qui sert à tout emporter, les eaux usées des ménages et des collectivités tous les jours, et les eaux de pluie quand il pleut. Vous comprenez donc que le fonctionnement hydraulique soit fort différent pour le train train quotidien correspondant à un débit modéré d'eaux grasses ou chargées de matières organiques et pour l'orage exceptionnel, apportant en peu de minutes un débit énorme et entraînant poussière et sable déposés sur les toitures et les rues, provoquant des geysers au droit des regards, et qui va remplir toute la section des tuyaux.

Il y a le *réseau séparatif* tout bonnement constitué de deux réseaux séparés, l'un pour les eaux domestiques de vaisselle, lessive et toilette, l'autre pour les eaux pluviales. Evidemment, vous vous doutez bien que les dimensions des sections des canalisations ne seront pas les mêmes, pour le réseau domestique et le réseau pluvial vu la différence énorme des débits (de 1 à 100 pour fixer les idées).

Comment sont disposés les deux éléments du réseau séparatif ? Les solutions sont variées. L'un dans l'autre comme à Toulouse. L'un à côté de l'autre mais posés en même temps dans la même tranchée comme à Revel. L'un indépendamment de l'autre, construits à des époques différentes, voire avec des circuits différents.

Parfois, du fait de l'évolution historique, dans une même ville comme à Marseille par exemple, on trouve les deux systèmes unitaire et séparatif, dans des quartiers différents bien entendu. Alors se complique la tâche de la régénération. En effet, si pendant longtemps on comptait sur la bonne volonté épurative de la rivière, du lac ou de la mer, qui recevait les eaux usées, maintenant on veut ménager la qualité des cours d'eau à l'aval des villes et donc, on traite les effluents collectés avant de les envoyer dans le système écologique naturel.

Pour le réseau séparatif, qui concerne 30 % des communes françaises et 58 % de la population, la tâche est bien définie. A partir des habitudes de vie des citoyens, en subodorant l'évolution de ces habitants et l'augmentation de la population d'une agglomération, on peut prévoir raisonnablement les débits d'eau domestique et même leurs fluctuations journalières et saisonnières. C'est une affaire de socio-hydrologie.

Il en va tout autrement avec le réseau unitaire. Déjà, on est obligé de prévoir des formes de section appropriées pour assurer aux débits faibles quotidiens des eaux usées une vitesse permettant l'entraînement des matériaux en suspension. Mais surtout, on est obligé de détourner de la station d'épuration les gros débits d'orage. Le délestage peut être envisagé à l'entrée ou bien avant par les déversoirs d'orage qui rejettent vers la rivière ou le plan d'eau, voir vers des zones d'épandage, le surplus de l'eau distillée juvénile qui malheureusement a déjà pu se contaminer en faisant le trottoir. A ce propos d'ailleurs, on touche à une question délicate et controversée du

fonctionnement du réseau séparé pluvial qui en début d'orage va rejeter dans l'exutoire naturel la première eau de lavage des toits, des sols et des canalisations ».

Conclusion du Professeur A. Lémate : « En somme, votre réseau d'égout est équivalent à un graphe arborescent de sous ensembles unitransitifs muni d'une fonction de transfert multivoque et d'une métrique lipschitzienne par morceaux ».

Et M. Duregard, gêné par ces incongruités mais qui veut rester courtois : « Ben oui, ça peut fonctionner avec le système moderne que vous dites mais nous, on préfère encore des collecteurs fréquemment nettoyés que l'on peut visiter ».

Mais le Professeur Aimé Lémate n'écoutait plus. « Cette structure ramifiée, dit-il, me fait songer à un essai original sur la morphologie des réseaux de drainage encore inédit et réalisé voici deux ans par le Professeur Bocquillon, qui dirige avec bonhomie et sagacité le Laboratoire d'hydrologie mathématique de Montpellier (Bocquillon, 1980). Le point de départ est l'analogie avec le réseau hydrographique naturel de ruissellement. Remontant de l'estuaire, de fleuve en rivières, de rivière en ruisseaux puis en rus, on arrive au filet d'eau éphémère qui rassemble les gouttes de pluie. A chaque grossissement d'échelle, la surface amont drainée diminue pour aboutir à l'impact aléatoire de la goutte de pluie. La longueur totale développée des veines du réseau s'accroît apparemment sans limites quand augmente l'acuité du regard de l'œil à la manière des objets fractals chers à Mandelbrot (dont l'exemple naïf le plus démonstratif est celui de la longueur des côtes qui gonfle depuis la lecture sur la mappemonde jusqu'au contournement du grain de sable par la ride capillaire au petit matin sans brise ni clapotis). Eh bien, il en va ainsi aussi grosso modo avec les réseaux de drainage artificiels des agglomérations. Mais cette fois le grossissement, en remontant de l'exutoire, s'arrêtera forcément au discernement des antennes de branchement individuel ou à l'entrée des avaloirs (fig. 12).

Pour une échelle d'observation, soient L la longueur totale développée et n le nombre d'extrémités. Comme le propose le Professeur Bocquillon, on peut admettre que la finesse d'observation est caractérisée par la taille des surfaces drainées en amont des extrémités. Soit S la valeur moyenne de cette surface. L et n sont fonctions de S .

De simples considérations d'homogénéité (ou d'équations aux dimensions) conduisent à écrire :

$$\frac{L}{\sqrt{S_0}} = f\left(\frac{S}{S_0}\right) \text{ et } n = g\left(\frac{S}{S_0}\right)$$

avec S_0 surface du réseau total ou d'un sous réseau.

En admettant que n ait une dimension fractale α telle que $n = n_0 (S_0/S)^\alpha$, le Professeur Bocquillon montre que :

$$\frac{L}{\sqrt{S_0}} = \beta \left[\left(\frac{S}{S_0} \right)^{1/2-\alpha} - 1 \right]$$

Troisième entretien : Les régimes hydrauliques

« Au cours de nos premiers entretiens, vous m'avez montré la disparité et la complexité géométrique des réseaux dit le Professeur Lémate à son visiteur M. Duregard. Mais la raison sociale et la vie des égouts c'est l'écoulement de l'eau polluée, distillée ou mélangée. Et je subodore que même sans faire intervenir la qualité, les circonstances d'écoulement peuvent être très variées ».

« En effet, enchaîne M. Duregard, et c'est là essentiellement la raison de la difficulté d'un projet de réseau d'égouts. Comme dans tout problème d'écoulement, il faut considérer les *débits* et les *volumes* de fluide. Mais il faut bien préciser les endroits ou les moments où ces quantités sont évaluées (ou mieux mesurées) ».

« Le corps d'hypothèses, murmure le Professeur Lémate ».

« Le réseau d'égouts est un drôle de labyrinthe pour l'eau avec un grand nombre d'entrées, les branchements ou les avaloirs, et un nombre plus restreint de sorties : la station de traitement et les exutoires sur le milieu naturel (qu'on voudrait en principe réservé aux seules eaux pluviales par réseau séparé ou par déversoir, mais hélas il y a encore bien des coups de canif à ce contrat de salubrité !).

Pour le débit d'entrée, il est à la discrétion de la déesse Météo pour les eaux pluviales, encore qu'on puisse faire intervenir le génie et l'audace de l'architecte et de l'urbaniste pour retarder ou éponger une partie de l'orage par la rétention sur les terrasses couvertes de gravier ou les tranchées d'infiltration sillonnant les parcs de stationnement. Il faudrait aussi tenir compte de l'hétérogénéité indubitable de gros et brefs orages. Mais parlons plutôt des eaux usées.

A la sortie d'un appartement, le comptage des débits fait apparaître un hydrogramme analogue à celui de la figure 15. A partir de quelques mesures, on peut esquisser la courbe des débits classés en fonction du temps. Les performances ou capacités des auxiliaires hydrauliques domestiques sont proches des estimations techniques du tableau de la figure 2.

La valeur du débit maximal retenue de 1,5 l/s montre ce que pourrait être le résultat du jeu radiotélévisé suivant particulièrement intelligent : au signal d'un animateur extrêmement persuasif, tous les auditeurs et téléspectateurs d'une grande ville vont actionner la tirette des cent mille chasses de l'agglomération. Résultat : un spectacle souterrain de Niagara Falls d'un débit de 150 m³/s qui submergerait la station. Oui, si on néglige l'étirement du volume d'eau brusquement injecté. En effet, à la sortie du système, les hydrogrammes vont avoir une allure plus adoucie qui dépend d'ailleurs de manière sensible de la taille de l'agglomération comme le montrent les schémas de la figure 16. (Sur l'un de ceux-ci est détaillée l'origine des eaux en valeurs pondérées). Ces chameaux hydrauliques ne sont pas sans faire penser aux bosses électriques dont on retrouve les problèmes de pointe caractérisés par

exemple par le rapport du débit maximal au débit journalier moyen.

Mais il s'agit là encore d'une situation moyenne *journalière*. Les choses vont encore se compliquer lorsqu'on change d'échelle de temps. A l'échelle de la semaine, les fluctuations de consommations familiales ne sont pas négligeables comme l'indique la figure 17. L'influence saisonnière est déjà nette dans une ville ordinaire (fig. 18), mais que dire de la disproportion observée dans les villes balnéaires (telles que Saint-Jean-de-Luz ou Argelès-sur-Mer) qui doivent affronter une multiplication de la population par un coefficient allant de 2 à 10.

Un peu d'hydraulique de vacances convaincra l'estivant qu'il doit participer plutôt prou que peu à l'effort d'investissement surdimensionné afin de pouvoir chasser confortablement par la douche au retour de la plage le sable fin et doré qui taquine encore sa peau.

Abandonnons ces considérations socio-politiques pour revenir à l'évolution journalière. L'effet d'étalement de débit à la sortie est donc dû à deux causes principales :

- la dissémination dans le temps des actes hydrauliques des usagers, d'autant plus marquée que la population est nombreuse et aux activités diversifiées (pensez à l'effet régulateur des noctambules à Paris !);
- la diffusion des flots ou ondes du fait du jeu concomitant de la convection et de l'accumulation des volumes liquides.

Nous reviendrons plus loin sur la déformation des hydrogrammes au cours de l'écoulement. Pour l'instant, nous concluons sur l'évolution des débits en fonction du temps en distinguant différents régimes de variation :

- le *régime pseudo uniforme* d'abord suggéré par l'échelle de temps journalière de variation très lente des débits à l'approche de la station de traitement (ou l'exutoire vers le cours d'eau, le lac ou la mer);
- le *régime graduellement varié* dans le temps déjà marqué par l'effet d'accumulation mais où les accélérations des molécules sont négligeables (effet d'inertie pas sensible);
- le *régime très rapidement varié* où, en plus de l'effet d'accumulation, va intervenir de manière décisive l'effet d'inertie, circonstance qui pourra apparaître lors du raidissement de l'onde due à une violente ondée ou à la suite de la vidange d'un réservoir de chasse.

Bien entendu, dans la vie, tout est transitoire, mais pour se rassurer ou pour se simplifier la tâche, l'homme aime considérer l'hypothèse de régime permanent. C'est ce qui est fait pour l'établissement des projets de réseaux ».

De l'écoulement uniforme comme utopie raisonnable

« On suppose le débit constant et la hauteur d'eau constante aussi dans la canalisation de pente constante. Mais est-ce pour autant qu'on sait déterminer cette hauteur d'eau » demande le Professeur Lémate.

L'idée de base est de considérer la variation de $L(S_o, S)$ en fonction de S

$$L(S_o, S + dS) = L(S_o, S) + n L(S, S + dS) + dn L(S, S + dS)$$

Le passage à la limite conduit à :

$$\frac{dL(S_o, S)}{dS} = n \frac{dL(S, S)}{dS}$$

Comme $L(S_o, S) = \sqrt{S_o} f(S/S_o)$,

$$L'_S(S_o, S) = \frac{1}{\sqrt{S_o}} f'\left(\frac{S}{S_o}\right)$$

$$\text{et } L'_S(S, S) = \frac{1}{\sqrt{S}} f'(1)$$

d'où

$$g\left(\frac{S}{S_o}\right) = \sqrt{\frac{S}{S_o}} f'(S/S_o) / f'(1),$$

avec $f(1) = 0$

Avec l'hypothèse fractale $g(S/S_o) = (S/S_o)^{-\alpha}$, l'intégration de f conduit naturellement à l'expression indiquée.

Le Professeur Bocquillon a montré la bonne vérification expérimentale du graphe (L, S) sur plusieurs réseaux urbains (Abidjan, Lyon-Bron, Marseille) marqué par le caractère quasi rectiligne du graphe

$$\frac{L}{\sqrt{S_o}} + \beta = \beta \left(\frac{S}{S_o}\right)^{1/2-\alpha}$$

en coordonnées bilogarithmiques (fig. 13 et 14).

M. Duregard s'approche de plus près des courbes présentées par le Professeur Lémate et dit : « Dans le fond, ce pourrait être là un moyen de comparer des réseaux. Deux systèmes d'assainissement ayant des paramètres α et β proches devraient avoir un air de famille dans leur comportement. Et pour se rendre compte si la relation proposée par le Professeur Bocquillon est valable, on peut tout bonnement représenter avec des échelles doublement logarithmiques les couples $(S, L + L^*)$, L^* étant le paramètre de calage qui devrait donner à la représentation l'allure la mieux alignée. »

Figure 12 — Réseau et effet d'échelle.

Figure 13 — Relation entre le nombre n d'extrémités et la surface S du sous-bassin d'extrémité.

Figure 14 — Relation entre la longueur L d'un réseau et la surface S du sous-bassin d'extrémité.

Figure 15 — Enregistrement des débits instantanés au cours d'une journée.

Figure 16 — Eaux usées — Modulation de débit.

Variations journalières des volumes et des Caractéristiques des eaux usées (d'après Rambaud)							
	Volume rejeté l/us	DB05 g/us	DCO g/us	MES g/us	MVS g/us	N-NTK g/us	P04 g/us
Vendredi	124	42	99	41	30	9	2.5
Samedi	80	39	86	26	21	8	2.6
Dimanche	150	35	95	54	41	12	9
Lundi	64	34	63	28	22	11	2
Mardi	90	39	76	28	21	8	2
Mercredi	150	45	87	67	52	9	2.1
Jeudi	96	42	91	26	20	11	2.1
Vendredi	90	30	56	30	23	9	1.5
Samedi	134	62	111	46	34	9	3.5
Dimanche	107	40	75	33		10	2.4
Moyenne	108	40	75	38	29	9	3

Figure 17

Figure 18 — Variations saisonnières des consommations d'eau dans un immeuble.

« Bien sûr, grâce à l'expérience séculaire et aux abaques et si l'on n'est pas trop exigeant sur la précision » répond M. Duregard.

« Car le problème hydrodynamique est tout de même assez compliqué, continue le Professeur Lémate, qui avait quelques souvenirs de mécanique des fluides. En effet, quelle est la raison profonde de l'établissement de l'écoulement uniforme ? C'est la juste compensation de la dissipation énergétique interne à l'écoulement par la variation de l'énergie potentielle d'altitude du fluide en écoulement à surface libre. Bel exemple d'illustration du principe thermodynamique de Carnot sur l'irréversibilité de tout phénomène naturel provoquant l'apparition d'entropie ».

« Oui, vous avez raison » dit poliment M. Duregard, qui se dit à part lui « Il faudra que demain je regarde mieux dans le collecteur principal pour voir s'il n'y a pas de fragments d'entropie qui surnagent au milieu des détritits ».

La turbulence, c'est d'abord un fait : le désordre établi caractérisé par des fluctuations v de vitesses des particules dans toutes les directions par rapport à la vitesse moyenne $\bar{V}$ supposée constante en écoulement permanent :

$$V = \bar{V} + v$$

L'origine de la turbulence réside dans l'instabilité des écoulements, mais tout écoulement qui cesse d'être laminaire ne devient pas pour autant désordonné ou turbulent. Le phénomène de décollement qui entraîne la création de tourbillons, immortalisés par l'image classique des tourbillons de Karman derrière un cylindre, est l'indice de l'instabilité dont le signe clinique est la possibilité des deux états ou chemins possibles pour une particule sous l'effet d'une toute petite variation de cause. D'où la possibilité de parler de théorie de bifurcation en théorie de la turbulence.

Les tourbillons naissent dans les zones privilégiées de décollement qui sont les aspérités, même infimes, de la paroi et les petites irrégularités de la surface libre telles que rides ou vaguelettes créées par la différence des vitesses des deux fluides air et liquide. Bien sûr, il faudrait ajouter toutes les causes accidentelles de turbulence exacerbée que sont les obstacles (et en particulier les dépôts de détritits ou de sable), les changements brusques de forme de la paroi (décrochement, coude), et les obstacles placés par l'homme pour justement stimuler la turbulence et ses effets, tels que grilles, plaques perforées, etc.

La turbulence étant donc engendrée par des différences de vitesses (caractérisées par le « gradient » de vitesse) un moyen particulièrement actif d'émulation de la turbulence est l'introduction d'un jet à grande vitesse dans une masse liquide immobile ou à faible vitesse.

M. Duregard est prodigieusement intéressé. Voici d'un seul coup de larges horizons qui s'ouvrent « Mais alors, dit-il, l'arrivée de l'eau dans un branchement, la rencontre de deux collecteurs à cause des différences d'intensité ou d'orientation de vitesse, vont créer de la turbulence ? ».

« Parfaitement exact, répond le Professeur Lémate et il résume : Turbulence de paroi (ou d'interface) et turbulence de jet sont dues aux gradients de vitesse et marquées par l'apparition de rouleaux ou tourbillons qui sont des paquets de particules fluides qui tournent — d'où, dans ces paquets en rotation, les vitesses grandes et dans toutes les directions. On dit que l'écoulement est rotationnel ».

« Mais que deviennent ces tourbillons ? » demande M. Duregard.

« Question très judicieuse, répond le Professeur. Ces tourbillons vont en somme avoir une vie éphémère. Au décollement à la paroi (du tuyau, du barreau de grille ou à la limite de jet), ils ont une taille assez grande. Ce sont de gros tourbillons remplis d'énergie cinétique. En s'éloignant de leurs lieux de naissance, ils vont s'étirer jusqu'à se casser pour donner de petits tourbillons qui, eux, vont tourner plus vite et seront de véritables piranhas de l'énergie mécanique qu'ils vont dévorer en calories.

La turbulence paraît être un phénomène aléatoire à cause du très grand nombre d'événements (mais des exemples sont nombreux de phénomènes physiques apparemment stochastiques avec peu d'éléments : les oscillations de trois pendules couplés, les superpositions de coups de bélier dans une conduite à deux tronçons de diamètres différents).

En fait, comment peut-on saisir la turbulence ? Visuellement, par la cinématographie, on peut penser suivre de l'œil un tourbillon : c'est la vision lagrangienne du journaliste mêlé à la foule et qui est entraîné par la cohue à la sortie d'un stade. Mais il est plus confortable et plus efficace de voir passer les tourbillons en un point où on a installé un capteur de vitesse (ou parfois de pression, car ses variations accompagnent toujours les variations de vitesse) très sensible et qui permet d'enregistrer les fluctuations de vitesse en un point : c'est le point de vue eulérien du journaliste, installé sur la rive ou dans la tribune d'honneur, qui ne distingue plus les individus, les particules, mais s'intéresse simplement à l'histoire en un point. Tel quel, il observe un graphe de vitesse apparemment aléatoire, mais dont le décodage va faire apparaître les populations de tourbillons suivant leur taille, qui va être appréhendée par la fréquence. Il en va des tourbillons comme des battements de cœur chez les êtres vivants. De 130 battements à la minute chez le bébé de 5 kg, la fréquence tombe à 40 chez l'éléphant plantureux. Les

petits tourbillons qui tournent plus vite ont une fréquence élevée et l'on obtient un graphe de population fréquence, pourcentage d'énergie tel qu'indiqué sur la figure 19 ».

« Tout cela est bien instructif mais à quoi sert l'entomologie des populations de tourbillons ? » interroge M. Duregard.

« Nous approchons, dit le Professeur Lémate. Les gros tourbillons transportent de l'énergie attachée aux particules qui les composent et qui peuvent contenir des fines particules solides, même du sable. Ces tourbillons vont changer de territoire de vitesse. Ils iront, par exemple, de la zone sous la surface sous le vent à forte vitesse pour s'enfoncer vers les zones à faible vitesse, emportant avec eux les molécules d'oxygène dissoutes qui avaient pénétré par diffusion moléculaire dans une mince couche limite mais n'auraient jamais pu, suivant la loi de Fick de la diffusion chimique, descendre pour réoxygéner les couches profondes comme le leur permet le mouvement de convection turbulente. On voit donc que la dispersion turbulente va pouvoir expliquer dans un prochain entretien le transport solide et la réaération des eaux usées qui présentent une forte demande biologique en oxygène (DBO). Mais, pour l'instant, revenons à la dissipation d'énergie. Les gros tourbillons qui tournent assez lentement se fractionnent en petits tourbillons qui, tel le patineur qui plaque ses bras, se mettent à tourner de plus en plus vite. Et c'est alors qu'intervient la viscosité ou diffusivité moléculaire. A l'intérieur du petit tourbillon et à son voisinage, il y a des variations de vitesse qui créent comme un rabotement des couches fluides les unes sur les autres. C'est le frottement visqueux. La viscosité, dont le nom donne bien le sens intuitif du rôle, c'est ce qui caractérise la propriété d'un fluide à s'opposer de son mieux aux variations de vitesse d'un point à un autre. Mais le frottement visqueux est un phénomène irréversible et dissipateur d'énergie et la turbulence, parce qu'elle provoque des champs à fort taux de variation de vitesse, exacerbe la dissipation d'énergie, mais toujours par le truchement de la viscosité ».

« Mais la viscosité elle-même, comment s'explique-t-elle ? » demande M. Duregard, mis en appétit.

« Ah ça, c'est encore une autre histoire; il y a un changement d'échelle, on passe de l'échelle de la particule ou amas de molécules, à l'échelle de la molécule où l'on retrouve un phénomène analogue de décollement mais de molécules cette fois qui sautent d'un trou dans un autre : c'est la théorie des lacunes proposée par un certain M. Eyring. Mais, comme vous voyez, chez Monsieur Duregard, en science on part du fait pour tomber dans l'hypothèse confirmée par l'expérience (c'est M. Claude Bernard qui a constaté cela il y a déjà plus d'un siècle). Et quand il y a une gêne dans l'explication, on cherche à introduire une nouvelle hypothèse pour assurer la fermeture ».

« Mais, Monsieur le Professeur, n'aviez-vous pas commencé à parler de la turbulence pour m'expliquer comment on calcule un débit (ou un tirant d'eau) dans une conduite ? »

Figure 19 — Spectre de turbulence derrière un barreau à $x_i/\varnothing = 4$.

« Mais oui, bien sûr ! Excusez-moi de m'être laissé entraîner. Nous revenons à la case départ. Si on sait calculer la vitesse en tout point, alors on sait calculer le débit. Considérons donc les équations de Navier-Stokes décrivant localement le mouvement du fluide en tenant compte du frottement visqueux (dont on a dit qu'en fin de compte, il réglait toute la dissipation d'énergie).

Ces équations de Navier-Stokes sont très importantes cette année à la Société hydrotechnique de France puisqu'elles ont été la raison du Grand Prix de la fameuse Société.

Nous utiliserons les conventions d'indice d'Einstein ».

« Lequel ? » dit M. Duregard.

« Le grand. Le Père.

Pour simplifier, nous considérerons un fluide homogène ne comportant qu'un seul constituant.

Suivant les conventions de symboles habituelles chez les spécialistes français de la turbulence, écrivons les équations de bilan de masse, de quantité de mouvement et d'énergie :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_k} (\rho V_k) = 0$$

$$\frac{\partial \rho V_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_k} (\rho V_i V_k)$$

$$= \rho F_i - \frac{\partial p}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\eta \frac{\partial V_k}{\partial x_k} \right) + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\eta \left(\frac{\partial V_j}{\partial x_i} + \frac{\partial V_i}{\partial x_j} \right) \right]$$

$$\frac{\partial}{\partial t} [\rho (e + e_c)] + \frac{\partial}{\partial x_k} [\rho (e + e_c) V_k]$$

$$= \rho F_k V_k + \rho Q - \frac{\partial}{\partial x_j} (p V_j) - \frac{2}{3} \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\eta \frac{\partial V_k}{\partial x_k} V_j \right] + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\eta \left(\frac{\partial V_j}{\partial x_i} + \frac{\partial V_i}{\partial x_j} \right) V_i \right] + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x_j} \right)$$

Ces équations (au nombre de cinq avec la permutation sur i) ne sont pas linéaires et ce fait va compliquer énormément leur traitement.

Au risque de caricaturer la représentation, mais pour alléger la présentation, nous allons supposer la masse volumique constante. Alors, pour l'étude du mouvement, on n'aura à manipuler que les équations :

$$\frac{\partial}{\partial x_k} V_k = 0 \text{ (équation de continuité)}$$

$$\frac{\partial V_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_k} (V_i V_k) = F_i - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\nu \left(\frac{\partial V_j}{\partial x_i} + \frac{\partial V_i}{\partial x_j} \right) \right] \text{ (équation dynamique)}$$

Mais nous avons déjà vu qu'à cause de la turbulence, ou plutôt signe générique de la turbulence, la vitesse en un point fluctue de manière désordonnée :

$$V_i = \bar{V}_i + v_i$$

L'objectif essentiel des hommes de la turbulence est de

fournir une description du champ de vitesse moyen $\bar{V}_i$ (qui servira au praticien) en tenant compte globalement des caractéristiques de la turbulence v_i . On va donc essayer de construire des équations régissant les valeurs moyennes.

Pour les opérateurs linéaires $L(V)$, il n'y a aucun problème :

$$\overline{L(V)} = \overline{L(V + v)} = L(\bar{V}) + L(\bar{v}) = L(\bar{V})$$

Les choses se gâtent pour l'opérateur non linéaire dû à la convection :

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x_k} (\overline{V_i V_k}) &= \frac{\partial}{\partial x_k} (\bar{V}_i \bar{V}_k) + \frac{\partial}{\partial x_k} (\overline{v_i v_k}) \\ &= \frac{\partial}{\partial x_k} (\bar{V}_i \bar{V}_k) + \frac{\partial \overline{v_i v_k}}{\partial x_k} \end{aligned}$$

Les équations deviennent alors :

$$\frac{\partial \bar{V}_k}{\partial x_k} = 0$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{V}_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_k} (\bar{V}_i \bar{V}_k) + \frac{\partial \overline{v_i v_k}}{\partial x_k} \\ = F_i - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\nu \frac{\partial \bar{V}_j}{\partial x_i} + \frac{\partial \bar{V}_i}{\partial x_j} \right] \end{aligned}$$

Le terme singulier spécifique de la turbulence est $\partial v_i v_k / \partial x_k$ car, à part lui, l'équation dynamique a même forme pour les valeurs moyennes dans le temps que pour les valeurs instantanées. Et les approches théoriques vont différer suivant la manière de prendre en compte ce terme. La façon la plus expéditive est la manière historique de Reynolds, qui consiste à incorporer ce terme dans l'ensemble des termes des efforts tranchants visqueux en introduisant une viscosité turbulente fictive ν_T

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\nu \left(\frac{\partial V_j}{\partial x_i} + \frac{\partial V_i}{\partial x_j} \right) \right] - \frac{\partial \overline{v_i v_k}}{\partial x_k} \\ \approx \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\nu + \nu_T) \left(\frac{\partial V_j}{\partial x_i} + \frac{\partial V_i}{\partial x_j} \right) \right] \end{aligned}$$

Lorsque la vitesse s'accroît, on s'éloigne assez de l'écoulement laminaire pour que $\nu_T \gg \nu$.

La viscosité ayant l'équation aux dimensions d'une diffusivité, on peut poser $\nu_T = \beta \ell |v|$ $|v|$ est la norme quadratique de la fluctuation de vitesse ou intensité turbulente.

ℓ est ce que Prandtl appelle la longueur de mélange et qui est comme une extension du libre parcours moyen.

Dans l'étude des zones à fortes variations de vitesse moyenne, ou couche limite, Prandtl suppose que ℓ varie comme la distance à l'obstacle où se créent les décollements.

En ajoutant encore l'hypothèse que l'intensité de la vitesse turbulente est proportionnelle au gradient de vitesse ($|v| \approx \ell' |dV_i/dx_j|$), Prandtl obtient pour l'écoulement moyen unidirectionnel caractérisé par $V_i(x_j)$ l'expression de l'effort tranchant :

$$\tau \approx \rho \nu_T \frac{d\bar{V}_i}{dx_j} \approx \rho \beta \ell |v| \frac{d\bar{V}_i}{dx_j} = \rho \beta \ell \ell' \frac{d\bar{V}_i}{dx_j}$$

Supposons que ℓ' soit aussi proportionnel à ℓ . Comme ℓ est proportionnel à la distance x_j à la paroi

$$\frac{\tau_*}{\rho} = \alpha \left(x_j \frac{d\bar{V}}{dx_j} \right)^2$$

On peut admettre que τ varie peu en fonction de x_j dans la couche limite. Sa valeur sera estimée à la paroi, τ_* , et évaluée en fonction du gradient longitudinal de pression. Alors la distribution de vitesse est donnée par l'équation différentielle :

$$x_j \frac{d\bar{V}}{dx_j} = \frac{1}{\sqrt{\alpha}} \sqrt{\frac{\tau_*}{\rho}} = \frac{u_*}{\sqrt{\alpha}}$$

avec $u_* = \sqrt{\tau_*/\rho}$, vitesse de frottement qui conduit à la fameuse distribution logarithmique de vitesse bien vérifiée dans la couche limite développée sur la paroi d'une conduite à profil circulaire fonctionnant en charge.

$$V_i(x_j) = u_* \left(a \operatorname{Log} \frac{u_* x_j}{\nu} + b \right)$$

les coefficients a et b étant déterminés expérimentalement.

Ensuite, par calcul du débit, on aboutit à la célèbre formule de Colebrook qui englobe les comportements asymptotiques de l'écoulement turbulent lisse, où la hauteur des aspérités k est plus petite que l'épaisseur de la sous couche limite laminaire δ , et de l'écoulement franchement rugueux où les aspérités trouvent la sous couche limite laminaire (d'épaisseur δ telle que $u_* \delta/\nu \approx 0,116$)

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \operatorname{Log}_{10} \left(\frac{2,51}{Re \sqrt{\lambda}} + \frac{k}{3,71 \delta} \right)$$

avec λ coefficient universel de perte de charge dans la formule de Darcy $J = \lambda V^2/2g\delta$, et δ le diamètre.

Re nombre de Reynolds global $Re = Q\delta/S\nu$.

« C'est magnifique de voir que tant d'hypothèses prises à la hussarde conduisent à un si bel accord entre l'observation et la théorie ! s'exclame M. Duregard. Mais tout de même, dans nos égoûts, ce sera difficile de définir la hauteur des aspérités k qui va changer avec les dépôts intertemporels et temporaires. Et puis, nos collecteurs même à profil circulaire ne fonctionnent pas souvent en charge, fort heureusement, et, à mon avis, les écoulements sont aussi rarement unidirectionnels compte tenu de toutes les perturbations géométriques et hydrauliques. Alors, que proposent vos théoriciens ? »

« Les sentiers amorcés au buteur ou à la machette dans la forêt (presque) vierge de la modélisation de la turbulence sont nombreux. Il y a d'abord ceux qui, pragmatiques, essaient de généraliser au mieux la notion de viscosité turbulente. Vous pourrez à ce propos consulter l'excellent spécialiste qu'est M. Hufenus, de la Sogreah. Avec son équipe pétulante, il a mis au point un modèle tridimensionnel utilisant la viscosité équivalente :

$$\eta_E = \eta + k_1 \sqrt{E\ell}$$

avec $E = v^2$ proportionnelle à l'énergie cinétique fluctuante.

ℓ longueur caractéristique dont l'expression doit s'accommoder de l'échelle macroscopique pour les grands nombres de Reynolds turbulents ($R_i = \sqrt{E\ell}/\nu$) et de l'échelle microscopique pour les faibles nombres de Reynolds R_ν .

Il faut encore suivre les évolutions de E et de ℓ dans l'écoulement. M. Hufenus considère que ces paramètres caractéristiques sont transportés à la manière des autres

paramètres de l'écoulement (composante de vitesse, température, concentration, etc.) à l'aide d'une équation inspirée de celle de Reynolds et qui fait apparaître le quadrumvirat sacré : convection, production, dissipation et diffusion (C P D D).

Le suivi de ℓ pose tout de même quelques problèmes. De manière expéditive, on peut tout bonnement dire que ℓ est proportionnel à la distance à la paroi, généralisation audacieuse de l'hypothèse de Prandtl. Mais alors, c'en est fait de la turbulence libre ! On peut aussi incorporer le paramètre ℓ dans un produit tel que $E\ell$, E/ℓ^2 ou $E^{3/2}/\ell$ dont on suit l'évolution à l'aide de l'équation de forme CPDD déjà vue. En dehors des zones de production, avec quelques simplifications, on aboutit à la constance du groupement ℓE^a .

Mais, dans les laboratoires, on peut être plus exigeant et, par exemple, à l'Institut de mécanique des fluides de Toulouse, l'équipe de MM. Ha Minh et Chassaing a choisi de suivre l'évolution des produits $v_i v_j$ germes des tensions de Reynolds.

En transportant ces produits avec des équations encore de forme C P D D mais qui, cette fois, sont obtenues théoriquement, ils font apparaître des corrélations d'ordre trois telles que $v_i v_j v_k$ qui pose à nouveau le problème.

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} (\overline{v_i v_j}) + \overline{V_k} \frac{\partial}{\partial x_k} (\overline{v_i v_j}) + \frac{\partial}{\partial x_k} (\overline{v_i v_j v_k}) = \\ \text{Variation totale} \qquad \qquad \text{terme complément-} \\ \qquad \qquad \qquad \qquad \text{mentaire en} \\ \qquad \qquad \qquad \qquad \text{corrélation} \\ \qquad \qquad \qquad \qquad \text{triple} \\ - \left(\overline{v_i v_k} \frac{\partial \overline{V_j}}{\partial x_k} + \overline{v_j v_k} \frac{\partial \overline{V_i}}{\partial x_k} \right) \\ \text{termes de couplage avec} \\ \text{le mouvement moyen} \\ - \frac{1}{\rho} \left(\overline{v_i} \frac{\partial \overline{p}}{\partial x_j} + \overline{v_j} \frac{\partial \overline{p}}{\partial x_i} \right) \\ \text{transport} \\ \text{par pression} \\ + \nu \left(\frac{\partial^2 (\overline{v_i v_j})}{\partial x_k \partial x_k} \right) - 2\nu \left(\frac{\partial \overline{v_i}}{\partial x_k} \right) \left(\frac{\partial \overline{v_j}}{\partial x_k} \right) \\ \text{transport par viscosité} \end{aligned}$$

On peut encore triturer les équations pour en tirer une nouvelle équation d'évolution CPDD, mais on ne fait que repousser le problème de la création (ou tout au moins de la récupération) de l'information pour assurer ce qu'on appelle la fermeture du système d'équations pour disposer d'autant d'équations que d'inconnues. Comme vous me suivez bien, je n'ai pas besoin d'insister sur les conséquences du foisonnement des paramètres inconnus transportés. Très vite, le modèle mathématique devient un ogre à l'appétit monstrueux devant les heures de calculateurs même gigantesques ».

« Mais, Monsieur le Professeur, vous ne trouvez pas que ces équations en stock de ce Monsieur Navier, c'est tout de même beaucoup de travail pour évaluer une hauteur d'eau alors qu'on n'est même pas sûr du débit qui circule ? »

« C'est vrai, je vous le concède, mais je voudrais vous confirmer aussi qu'avec beaucoup d'opiniâtreté cela donne de très beaux résultats; on calcule ainsi le mouve-

ment du sodium dans la cuve du réacteur de Rapsodie, comme l'atteste le Prix de l'hydraulique 1982.

Mais si l'on est pressé, on peut suivre la voie traditionnelle de la valorisation de l'expérience engrangée dans des formules empiriques simples telles que celle de notre bon vieux Chézy :

$$J = \frac{V^2}{CR_H}$$

avec V vitesse moyenne
 $R_H = S/P$ rayon hydraulique
 S section mouillée
 P périmètre mouillé
 J pente de la ligne de charge hydraulique
 et C coefficient de conductance hydraulique dit de Chézy.

Plus tard, un triumvirat multinational, Manning-Gaulker-Strickler, dans la saine compétition libérale, a proposé une formule tenant mieux compte de l'effet du remplissage :

$$J = \frac{V^2}{C' R_H^{4/3}}$$

C' coefficient de conductance.

Il y a près de vingt cinq ans, un jeune chercheur inconnu, Claude Thirriot, a essayé de vérifier en laboratoire sur une conduite en lucoflex transparent roulée de ses mains la validité de ces formules en faisant varier la pente de 1 ‰ à 3 ‰ (valeurs fréquemment rencontrées dans les égouts).

Comme nous avons pour principe d'encourager la jeunesse (d'alors), nous nous ferons un plaisir de présenter ses résultats (fig. 20).

Pour un profil fermé circulaire ou ovoïde, le rayon hydraulique passe théoriquement par une valeur maximale pour une certaine hauteur d'eau ($H/\phi \approx 0,8$ pour le profil circulaire). Il s'ensuit que vitesse et débit, exprimés par une formule monome (de Chézy ou de Strickler), présentent aussi une valeur maximale. Expérimentalement, il n'a pas été possible de mettre en évidence ces valeurs maximales. Deux raisons peuvent être avancées. D'abord, les formules monomes convenablement vérifiées pour des profils ouverts rectangulaires ou trapézoïdaux ne s'appliquent pas aussi bien aux profils fermés. Ensuite, même si on estime la formule monome convenable, négliger l'effort tranchant entre l'air et l'eau au voisinage de la surface libre n'est pas licite (fig. 21).

Même en écoulement en charge, le choix d'un coefficient de Strickler n'est pas chose aisée. Témoin en est la dispersion des points de la figure 22 afférents à des essais effectués en 1959 par C. Thirriot le plus soigneusement possible. Pour les petits débits, aux faibles nombres de Reynolds, il se peut que l'écoulement permanent n'accroche pas toujours sur le même régime de turbulence. Tels quels cependant ces résultats recouvrent assez bien les valeurs couramment admises par les égoutiers pour le coefficient de Strickler (de 70 à 100 MKSA).

Revenant aux écoulements à surface libre, des résultats expérimentaux on peut tenter de tirer une loi empirique. S'inspirant des formules monomes, la figure 23 montre l'évolution du groupement V^2/J en fonction de R_H .

Manifestement, M. Duregard présente les signes extérieurs de quelqu'un qui a quelque chose à dire : « Pour

l'égoutier, l'hydraulique c'est à la fois évacuer un débit qui varie beaucoup et dont on connaît en définitive assez mal la valeur moyenne et assurer une vitesse suffisante pour éviter les dépôts de trop longue durée.

Sur les figures que vous venez de présenter, peut-être pourrait-on indiquer les valeurs traditionnelles des égoutiers. Par exemple, pour réaliser l'entraînement des sables par les débits pluviaux de fréquence moyenne et l'évacuation des vases fermentescibles par le débit moyen des eaux usées, MM. Guerrere et Gomela proposent d'assurer les vitesses suivantes :

$V = 0,60$ m/s pour le dixième du débit à pleine section (pour lequel $H/\phi \approx 0,22$)

$V = 0,30$ m/s pour le centième du même débit à pleine section (pour lequel $H/\phi \approx 0,075$)

Comme la vitesse est beaucoup moins sensible que le débit au degré de remplissage de la conduite, ceci est réalisé grosso modo si la vitesse maximale (qui apparaît pour $H/\phi = 0,5$ et $H/\phi = 1$, remplissage complet) est de l'ordre de 1 m/s en profil circulaire et 0,9 m/s en profil ovoïde.

Mais la règle n'est pas draconienne. On parle aussi d'assurer une vitesse de 0,3 m/s pour un remplissage $H/\phi = 0,2$ pour le débit moyen présumé et on se contente de vitesse maximale supérieure à 0,7 m/s, voire même à la rigueur dans les conditions difficiles de 0,5 m/s ».

Synthèse hétéroclite des critères		
Hauteur relative H/ϕ	Débit	Vitesse souhaitée m/s
0,22	$\frac{Q_{\max}}{10}$	0,60
0,075	$\frac{Q_{\max}}{100}$	0,30
0,5	Q_{moy}	1 ou 0,7 (ou 0,5 à la rigueur)
0,2	—	0,3

« Evidemment, la tâche du projeteur de réseau d'assainissement est bien malaisée, constate le Professeur Lémate. Coincé entre les exigences de vitesses autocuratives, de débits fortement variables et imprécis, le projeteur doit donc affronter une triple incertitude :

- l'incertitude hydraulique des lois d'écoulement même aussi simple que l'écoulement uniforme;
- l'incertitude des débits;
- l'incertitude de l'état du réseau, car toutes les formules de perte de charge vont être remises en question par dépôts éphémères ou incrustation, intrusion de racine, déboitage des tuyaux et modification de la rhéologie du mélange.

Et je comprends bien la diversité des critères de vitesse que vous venez de présenter, allant du mieux au bien et peut-être jusqu'au pis-aller.

Alors, devant autant d'adversité, la seule attitude possible et réaliste est bien la sérénité. Une sérénité lucide mais sans paranoïa.

Bien sûr, une approche stochastique à différents points de vue pourrait sembler donner un fondement rationnel au projet de réseau en acceptant un risque évalué dans sa probabilité et dans ses conséquences économiques surtout

Figure 20 — Débitance : Résultats expérimentaux (1959).

Figure 21 — Ecoulement uniforme. Formule de Strickler ($V = C_s R_H^{2/3} J^{1/2}$).

Figure 22 — Coefficient de Strickler expérimental.

Figure 23 — Coefficient de vitesse expérimental : $V/I^{1/2} = F(R_H)$. Figure 24 — Coefficient de vitesse $\alpha(\varphi)$ à débit constant mais diamètre différent.

pour le réseau pluvial. Mais cela met à l'honneur et clairement en évidence le rôle irremplaçable de vos services d'entretien qui, noblement maintenant, sont de maintenance. La rapidité et l'efficacité d'une équipe d'égoutiers au débouchage d'une conduite sont des critères plus sûrs que la distribution logarithmique de la vitesse moyenne locale. Et la prévention peut jouer un rôle inestimable. Selon M. Clavier, les visites préventives et les auscultations à l'aide de caméra de télévision ont diminué de 2 167 à 1 616 les interventions d'urgence à Toulouse entre 1977 et 1981.

Au su de ces considérations, on conçoit assez bien que la notion de diamètre optimal du point de vue technico-

économique n'ait pas beaucoup de sens. Dans l'hypothèse où on ne lésine pas sur l'investissement, examinons la corrélation entre diamètre et vitesse pour débit donné.

Utilisons les valeurs réduites déjà rencontrées :

$h = H/\phi$, $q = Q/Q_p$, $v = V/V_p$, $s = S/S_{\max}$
avec Q_p et V_p correspondant juste au remplissage.

On peut écrire en employant la formule de Strickler :

$$Q = Q^* \left(\frac{\phi}{\phi^*} \right)^{8/3} q(h) \quad V = V^* \left(\frac{\phi}{\phi^*} \right)^{2/3} v(h)$$

ϕ^* , Q^* , V^* grandeurs de référence idoine.

Soient deux canalisations de diamètre ϕ_i et ϕ_j .

Si le débit est constant

$$Q_i = Q_j \rightarrow \phi_i^{8/3} q(h_i) = \phi_j^{8/3} q(h_j)$$

Le rapport des vitesses $W_{ij} = V_j / V_i$ est exprimé par :

$$W_{ij} = \left(\frac{\phi_j}{\phi_i} \right)^{2/3} \frac{v(h_j)}{v(h_i)}$$

ou, en posant $\phi_j / \phi_i = \Phi_{ij}$

$$W_{ij} = \Phi_{ij}^{2/3} \frac{q(h_j)}{q(h_i)} \cdot \frac{s(h_i)}{s(h_j)} = \Phi_{ij}^{-2} \frac{s(h_i)}{s(h_j)}$$

Prenons pour situation i la situation o afférente à la section à demi remplie $h_o = 1/2$. On obtient le graphe :

$$W_{oj} = W = 1/2 \Phi^2 s(h) \quad \Phi = \Phi_{oj}$$

avec la condition liant h et Φ

$$2 \Phi^{8/3} q(h) = 1$$

La figure 24 montre que la vitesse varie peu même pour de fortes variations du diamètre. Par exemple, passant d'un diamètre de 300 mm à 400 mm, la vitesse baisse de moins de 2 %.

« Mais il n'est pas toujours possible de prendre comme état de comparaison l'écoulement à conduite mi-pleine, dit M. Duregard ».

« Qu'à cela ne tienne, rétorque M. Lémate, l'opération de comparaison est transitive. Soient trois diamètres i, j, k . Bien sûr :

$$\frac{V_k}{V_j} = \frac{V_k}{V_i} \cdot \frac{V_i}{V_j}$$

$$W_{jk} = W_{ik} / W_{ij} = W_{ok} / W_{oj} \text{ , cqfd »}.$$

« Donc, conclusion pratique, remarque M. Duregard : Si on part avec un diamètre de projet assurant le critère de 1 m/s à section mi-remplie ou complètement remplie, pour le débit moyen d'effluent, si on souhaite augmenter la capacité d'évacuation exceptionnelle en augmentant le diamètre, on ne court pas trop de risque supplémentaire du côté des dépôts. C'est tout de même rassurant pour le praticien ».

Et sur cette constatation optimiste sur les écoulements supposés uniformes, M. Duregard prend congé du Professeur Lémate.

Quatrième entretien : Les écoulements transitoires

« La dernière fois, je vous avais dit que les projecteurs définissaient les dimensions des diamètres sur la base des écoulements uniformes. En fait, même en régime permanent, à cause des discontinuités de pente, de diamètre, des apports de débit, il faudrait considérer des variations progressives de tirants d'eau même à débit constant ».

« Vous voulez parler de courbe de remous peut-être, dit le Professeur Lémate. Eh bien, le jeune chercheur dont je

vous parlais l'autre jour, Claude Thirriot, fit en 1959 une étude systématique des courbes de remous en valeurs adimensionnelles et les figures 25 et 26 permettent par interpolation de se faire rapidement une idée aussi bien pour les lignes d'eau montantes vers l'aval c'est-à-dire situées au-dessus de la hauteur uniforme, que pour les lignes d'eau d'abaissement dont on notera la forte courbure (et qui pourraient correspondre au débouché non noyé dans un regard ou une fosse) ».

Figure 26 — Galerie à profil circulaire. Courbes de remous $h(x)$ en valeurs adimensionnelles.

Figure 25 — Galerie à profil circulaire. Courbes de remous $h(x)$ en valeurs adimensionnelles.

Les deux chiffres qui définissent chaque courbe sont le débit et le tirant d'eau en valeurs adimensionnelles.

« Oui, bien sûr, ces informations peuvent être utiles dans l'examen des écoulements à débits très lentement variables, concède M. Duregard. Mais dans le fonctionnement quotidien, on rencontre les circonstances de débits variant rapidement. Par exemple, lors d'une chasse d'eau de nettoyage (dont l'efficacité, il est vrai, est fortement remise en question), on préfère, dans la mesure du possible, augmenter la pente. Ou encore, à la vidange d'une baignoire. Et, bien sûr, dans le cas d'orages très violents à la concentration brève ».

« Je vois, dit le Professeur Lémate, il s'agit-là de problèmes hyperboliques justiciables de la théorie des caractéristiques, héritage de Monge, Riemann, Massau, Bergeron, Craya et Nougaro. La base est constituée des équations de Barré de Saint Venant dont on est heureux de constater la jeunesse après un siècle (des équations, bien sûr !) :

— l'équation de continuité

$$\frac{\partial Q}{\partial x} + \frac{\partial S}{\partial t} = u, u \text{ débit d'apport}$$

— l'équation dynamique

$$\frac{\partial V}{\partial t} + V \frac{\partial V}{\partial x} + g \frac{\partial H}{\partial x} = g(I - J)$$

ceci pour une canalisation de profil constant par morceau.

En ajoutant les éléments différentiels dV et dH , on aboutit au système matriciel :

$$\begin{vmatrix} S & 0 & VB & 1 \\ V & 1 & g & 0 \\ dx & dt & 0 & 0 \\ 0 & 0 & dx & dt \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \frac{\partial V}{\partial x} \\ \frac{\partial V}{\partial t} \\ \frac{\partial H}{\partial x} \\ \frac{\partial H}{\partial t} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} u \\ g(I-J) \\ dV \\ dH \end{vmatrix}$$

Figure 27 — Ecoulement uniforme critique. Graphe Γ (h ou σ) = $C_s^2 \phi^{1/3} / g$.

Le principe de propagation des discontinuités conduit à la mise en évidence des valeurs ou modes propres (qui seront plus concrètement les célérités des perturbations dx/dt) solutions d'une équation de la forme :

$$A \left(\frac{dx}{dt} \right)^2 - 2B \left(\frac{dx}{dt} \right) + C = 0$$

(L'analogie avec la forme de l'équation d'une conique $a(y/x)^2 - 2b(y/x) + c = 0$ explique la terminologie imagée d'hyperbolique quand il y a deux racines réelles).

Ici, l'équation caractéristique prend la forme simple :

$$\left(\frac{dx}{dt} - V \right)^2 = g \frac{S}{B} = C^2$$

Si $|V| < C$, l'écoulement est dit hypocritique (ou fluvial comme disent les hydrauliciens), les ondes peuvent descendre ou remonter le courant.

Si $|V| > C$, l'écoulement est dit hypercritique (ou torrentiel) et les ondes ne peuvent que descendre le courant.

Si $|V| = C$, l'écoulement est critique. Une perturbation venant de l'aval peut se stabiliser sous forme de ressaut.

Cette notion de vitesse critique permet aussi de classer les écoulements uniformes, la limite correspondant à l'écoulement uniforme critique dont C. Thirriot fit une étude systématique pour le profil circulaire en 1959 dont le résultat est présenté sur la figure 27 ».

« Ah, je comprends maintenant au vu de cette courbe les aspects singuliers des lignes d'eau à faible hauteur, dit M. Duregard. De très faibles variations de pente peuvent faire basculer l'écoulement du camp des régimes fluviaux à l'autre des écoulements torrentiels, si le produit adimensionnel traverse la courbe frontière.

C'est vrai que cela est très possible; par exemple, pour que l'écoulement uniforme reste toujours fluvial dans un tuyau de diamètre $\phi = 200$ mm et de coefficient de Strickler 100, il faut que la pente soit inférieure à 4 ‰ ».

« Et que fait-on de ces belles équations, demande M. Duregard ? ».

« Mais le calcul des conditions d'écoulement, c'est-à-dire la détermination des ondes ou intumescences ! ».

M. Duregard ne veut pas paraître trop sceptique.

Le Professeur Lémate accumule alors les pièces à conviction. « La tradition est longue : d'abord, les méthodes graphiques de Bergeron, Craya et Nougaro. Puis, avec l'apparition des premiers ordinateurs, la transcription numérique. A la Sogreah, Preismann, Cunge et bien d'autres montent des programmes industriels. A l'Institut de mécanique des fluides de Toulouse, en 1958, C. Thirriot aidé de Mme Guyot, construit des programmes automatiques fondés sur la théorie des caractéristiques dont les figures 28 et 29 donnent des exemples de résultats pour variations brusque ou graduelle de débit ».

« Vous venez de montrer des surélévations brusques correspondant à des modifications brutales de débit. Si la montée est suffisamment forte, ne peut-il y avoir remplissage de la section ? demande M. Duregard ».

« Vous avez tout à fait raison. Et, en toute rigueur, il faut distinguer les fronts d'onde raides et ceux à forte pente auxquels on peut appliquer encore le principe de superposition des ondes élémentaires. C'est ce que fit C. Thirriot dans sa thèse dans un chapitre consacré à l'étude adimensionnelle des intumescences dans une galerie à profil circulaire où il est question aussi bien d'injection de débit à l'amont (fig. 30) que de fermeture à l'aval (fig. 31). Ce qui lui permet de déterminer les critères de mise en charge en fonction du tirant d'eau initial ».

« Mais comment se passe la suite de l'écoulement lorsqu'il y a mise en charge, par exemple marquée par montée du plan d'eau dans un regard ? »

« Alors, il y a propagation en charge de l'onde ou intumescence. Ceci fut étudié par Jaeger, Nougaro, Citrini puis, expérimentalement, théoriquement et numériquement par C. Thirriot en grandeurs réduites pour différentes circonstances d'inertie et de perte de charge (fig. 32).

Pour ce qui concerne le passage en charge, l'équipe de Sogreah utilise depuis plus de vingt ans l'artifice d'une fente sur la génératrice supérieure du tuyau parce qu'elle travaille surtout avec un schéma implicite aux différences finies. Mais, pour notre part, nous préférons le mariage de la théorie des caractéristiques et d'un modèle à inertie à mouvement en bloc pour la partie en charge ».

Prudent et timide, M. Duregard interroge : « Et ces beaux calculs représentent bien la réalité cachée de nos labyrinthes souterrains ? »

« Ma foi, dit le Professeur Lémate, la théorie des caractéristiques a comme mérite de faire affleurer les traits essentiels, mais la réalité est au calcul ce que la complexité du cerveau humain est à la logique de l'ordinateur. Voyons plutôt quelques exemples d'observations d'écoulement où l'on découvre le phénomène d'ondulation secondaire cher à Favre, Serre et Sandover (et étudié aussi par C. Thirriot, S. Bories et S. Bednarczyk), le phénomène pneumatique du courant d'air chassé par l'intumescence et la propagation de bouchon d'air occlus dans la masse liquide (mis en évidence à l'IMFT en 1958 et étudié maintenant par J. Fabre, L. Masbernat, G. Ferchneider et M. Bayini) ».

« Très intéressant ce phénomène de bouchon, s'exclame M. Duregard ». « Si vous voulez, nous pourrions en reparler avec les écoulements diphasiques, propose le Professeur Lémate ».

« Votre théorie des caractéristiques me séduit mais c'est peut-être un outil délicat à utiliser surtout dans les circonstances de variations rapides des débits. Or, dans les égouts, sauf à la sortie des branchements, les variations de débit sont tout de même plutôt graduelles. N'auriez-vous pas un outil plus économique ? ».

« Mais si, il y a eu beaucoup de tentatives et spécialement pour transposer les méthodes mises au point pour l'étude des crues dans les rivières à l'air libre.

Pour ne pas se perdre dans la forêt et les taillis de ces méthodes, procédés, variantes, le fil d'Ariane est le bilan de

volume, l'équation de continuité que nous avons déjà rencontrée

$$\frac{\partial Q}{\partial x} + \frac{\partial S}{\partial t} = u$$

Sous forme globale, en intégrant par rapport à la variable d'espace, il vient

$$Q_s - Q_e + \frac{d\Omega}{dt} = 0$$

avec Q_e débit total d'entrée incluant les débits aux branchements obtenus par intégration de u , débit d'apport considéré alors comme une fonction de Dirac.

$$\int_{x_i-c}^{x_i+c} u \, dx = Q_i \text{ débit de branchement}$$

Q_s débit total de sortie

Ω volume total de liquide dans tout le réseau.

Ce qu'il y a de merveilleux, c'est que cette équation est rigoureuse, qu'il s'agisse d'un bout de conduite, d'un ensemble de canalisations ou de tout le réseau lui-même avec ses regards, ses fosses de décantation, ses zones d'expansion, le réseau étant alors considéré comme système.

Cette relation lapidaire malheureusement n'est qu'un constat de la loi de Lavoisier « Rien ne se perd, rien ne se crée, la matière est indestructible » (Depuis, cela a été remis en question par un certain Einstein mais, pour nos besoins, nous pourrions rester dans le corps d'hypothèses de la mécanique non relativiste négligeant les transmutations réciproques de la matière et de l'énergie).

Or, donc, pour passer du contrôle de gestion a posteriori à la prévision des événements hydrauliques, il va falloir relier volume et débit par une deuxième relation. On peut dire grosso modo que c'est à quoi s'employait l'équation dynamique locale :

$$\frac{\partial V}{\partial t} + V \frac{\partial V}{\partial x} + g \frac{\partial H}{\partial x} = g(I - J)$$

Si on châtre cette équation de son terme d'inertie

$$\frac{dV}{dt} = \frac{\partial V}{\partial t} + V \frac{\partial V}{\partial x} = 0$$

on retrouve alors l'équation habituelle des crues qui, bien que complexe à cause de sa non linéarité, présente les caractères significatifs de l'opérateur aux dérivées partielles de type mixte parabolique/hyperbolique de l'équation de la diffusion convective.

Sans trop dénaturer le problème, l'équation locale résultante, combinaison de l'équation de continuité et de l'équation dynamique amputée du terme d'inertie, est

$$D \frac{\partial^2 Q}{\partial x^2} = \frac{\partial Q}{\partial t} + C \frac{\partial Q}{\partial x} + D \frac{\partial u}{\partial x}$$

avec $D(Q, H)$ diffusivité apparente

$C(Q, H)$ célérité apparente.

Si l'on va plus loin dans la simplification, en supposant qu'en tout point l'écoulement est uniforme, $\partial H / \partial x$ disparaît à son tour et l'équation dynamique conduit alors tout bonnement à une courbe de tarage $Q(H)$. L'équation de continuité s'écrit alors :

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + C \frac{\partial Q}{\partial x} + D \frac{\partial u}{\partial x} = 0$$

Figure 28 — Galerie de profil circulaire ($\varnothing = 0,2 \text{ m}$).

Figure 31 — Intumescence dans une galerie à profil circulaire. Fermeture graduelle de débit à l'aval.

Figure 29

Figure 32 — Surélévation dans la chambre d'expansion. Etude de l'influence de h (courbes $Y(X)$. Cas $q = 0,5$, $\Gamma = 2$, $F/S = \beta = 2500$)
 Y : volume βY : pression

Figure 30 — Intumescence dans une galerie à profil circulaire.

Figure 33

S'il n'y a pas de débit d'apport, on retrouve l'équation classique de la convection ou de l'onde simple

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + C \frac{\partial Q}{\partial x} = 0$$

C'est le modèle de l'onde cinématique où la célérité apparente C n'est qu'un artefact de la manipulation analytique qui n'a plus rien à voir avec les célérités des intumescences superficielles mises en évidence dans la théorie des caractéristiques ».

M. Duregard est inquiet : « Mais alors, si cette équation ne représente pas foncièrement la réalité, puisqu'elle suppose des écoulements uniformes successifs alors qu'on s'intéresse aux écoulements transitoires, pourquoi s'en servir ? »

« Vos scrupules vous honorent, mon cher ami, et vous avez fondamentalement raison de vous offusquer car paradoxalement, cette onde cinématique de caractère tout hyperbolique est conservative. C'est-à-dire que si on considère la célérité constante, l'onde se propage d'amont vers l'aval sans déformation (à entropie constante diraient les thermodynamiciens). En fait, à cause de la non linéarité de l'opérateur, C croît avec Q et il y a un raidissement d'onde qui peut aller jusqu'au déferlement (verbal puisque la réalité est foncièrement violente par les hypothèses).

Alors, pourquoi ce modèle a-t-il la faveur des techniciens ? Sa simplicité n'est pas une raison suffisante. Obtenir des résultats faux avec un modèle simple est une bien piètre satisfaction intellectuelle. Non, la raison est dans le dernier avatar du modèle quand on revient à une forme forcément discrétisée pour faire du calcul numérique concret et pratique.

Pour cela, pondérons l'équation de l'onde cinématique dans l'espace entre x et $x + \Delta x$ et dans le temps entre t et $t + \Delta t$ suivant la figure 33. On obtient :

$$\begin{aligned} & \left(1 + C \frac{\Delta t}{\Delta x}\right) Q(x + \Delta x, t + \Delta t) \\ & + \left(1 - C \frac{\Delta t}{\Delta x}\right) Q(x, t + \Delta t) \\ & - \left(1 - C \frac{\Delta t}{\Delta x}\right) Q(x + \Delta x, t) \\ & - \left(1 + C \frac{\Delta t}{\Delta x}\right) Q(x, t) = 0 \end{aligned}$$

Et alors, Ô miracle, comme le phénix, le modèle diffusif renaît de ses cendres si $\Delta x / \Delta t < C$ (c'est-à-dire si la célérité de l'onde d'information numérique est inférieure à la célérité convective apparente C). Dans le cas contraire, on a de surprenantes ondulations secondaires numériques dont il y aurait beaucoup de choses à dire, car on les rencontre aussi dans l'étude numérique de l'équation de la diffusion convective ».

« Mais, Monsieur le Professeur, compte tenu de tous ces défauts accumulés, je ne comprends pas pourquoi on persiste à vouloir utiliser ce truc, ce modèle comme vous l'appellez, pour étudier les écoulements transitoires ? »

« Mais si, nous y arrivons, avec la diffusion numérique induite tout se passe comme si c'était la réalité. L'algo-

rithme numérique joue alors le rôle d'un modèle analogique de la propagation de crue. Le grand hydraulicien italien, le Professeur De Marchi, n'avait pas fait autre chose, en 1942, dans sa belle étude des crues, mais sans se rendre compte de cet artefact diffusif du découpage dans l'espace et dans le temps. Maintenant, les gens sont mieux avertis des facéties numériques.

Mais à tant faire d'utiliser un modèle analogique, on peut le faire directement sans s'abriter sous l'ombre déformée de Barré de Saint Venant.

Perdons encore quelques minutes pour suivre un autre cheminement à partir de la forme globale intégrale déjà présentée de l'équation de continuité

$$\frac{d\Omega}{dt} = Q_e - Q_s$$

Nous supposons toujours connu le débit d'entrée en fonction du temps $Q_e(t)$.

Nous disposons alors d'une équation à deux fonctions inconnues Q_s et Ω . Tel quel, le problème est indéterminé (les conditions sont hypostatiques). Pour se tirer d'affaire, il faut proposer une hypothèse de fermeture (bonne manière déjà rencontrée dans l'étude de la turbulence). La fermeture sera une relation entre Ω , Q_s , Q_e et t éventuellement.

Pour concrétiser, nous examinerons quelques hypothèses de fermeture mais au préalable, peut-être pourriez-vous, cher Monsieur Duregard, nous dire quel peut être l'ordre de grandeur du volume Ω ? »

« A Toulouse, le réseau d'eaux usées comporte 640 km de canalisation de diamètre égal ou supérieur à 200 mm et 30 km d'égouts visitables de dimension transversale de 1,0 m à 1,8 m. On dispose donc au minimum de 20 000 m³ pour les petits diamètres, 23 000 m³ pour les grands diamètres. Au total 43 000 m³, et il s'agit-là d'une estimation vraiment pessimiste. Sans compter les 17 500 regards dont le volume individuel est de l'ordre du demi-mètre cube.

Ceci est à comparer avec les 100 000 m³ d'eaux usées produites par la ville dont pour l'instant 66 000 m³ seulement sont collectés. La capacité d'accumulation est donc de l'ordre de grandeur de la production journalière.

Et Toulouse n'est pas un cas particulier. Le même calcul effectué pour Paris ferait apparaître un nombre énorme.

« Bon, nous voilà donc convaincus de l'intérêt d'examiner l'effet du stockage sur la propagation des débits dans le réseau de collecte.

Passons en revue quelques hypothèses possibles de fermeture. Dans tous les cas, l'alibi physique pourra être cherché dans la relation implicite qui existe en un point entre débit et tirant d'eau. Nous savons que, du fait de l'hystérésis, cette relation est plutôt équivoque qu'univoque. En somme, sans y paraître, on va implicitement utiliser la généralisation aux valeurs globales de la courbe de tarage en écoulement uniforme ou naturel $Q(H)$ ou $H(Q)$.

1. Volume stocké dépendant du débit à l'entrée $\Omega = f(Q_e)$

Alors, le débit de sortie est donné directement explici-

tement en fonction du temps :

$$Q_s = Q_e - \frac{d\Omega}{dt} = Q_e - \frac{\partial \Omega}{\partial Q_e} \frac{dQ_e}{dt}$$

Par exemple, si $Q_e = \frac{Q^*}{t_o^2} t^2 e^{-m t/t_o}$

et qu'on pose $\Omega = \frac{\Omega^*}{Q^*} Q_e$ (et $\frac{\Omega^*}{Q^*} = t_1$), alors

$$Q_s = \frac{Q^*}{t_o^2} \left[\left(1 + \frac{t_1}{t_o}\right) t^2 - 2m t_1 t \right] e^{-m t/t_o}$$

Le volume total entré est $2 Q^* t_o / m^3$.

A l'examen du graphe $Q_s(t)$, on a des surprises désagréables. Au début, l'eau remonte dans le réseau ($Q_s < 0$) au lieu d'en sortir tant que

$$t < \frac{2 t_1 t_o}{t_o + t_1}$$

De plus, il y a une légère amplification du débit maximal. On aurait même chose avec un débit d'entrée variant sinusoïdalement.

Même mésaventure surviendra avec tout graphe $Q_e(t)$ plausible dont celui afférent à une variation sinusoïdale du débit d'entrée en fonction du temps.

Cet exemple montre que l'exigence de la cohérence peut remettre en question le choix d'un modèle.

La remarque est générale : tout modèle a ses contraintes de compatibilité (c'est parfois du point de vue mathématique les conditions de problème bien posé).

Pour conclure sur cette première hypothèse de fermeture, disons qu'elle est inintéressante voire désastreuse car elle ne change pas l'échelle de temps, il n'y a pas intervention de mode propre.

2. Volume stocké dépendant du débit de sortie

On peut considérer un graphe non linéaire tel celui afférent à un déversoir $\Omega = \Omega^* (Q_s/Q^*)^{2/3}$. Mais pour simplifier l'illustration, posons

$$\Omega = \frac{\Omega^*}{Q^*} Q_s \quad (\text{avec toujours } t_1 = \frac{\Omega^*}{Q^*})$$

D'où l'équation

$$t_1 \frac{dQ_s}{dt} + Q_s = Q_e$$

En utilisant une transformation intégrale (par exemple, la transformation de Laplace $L(Q)$), on obtient l'expression générale de l'image $L(Q_s)$ de $Q_s(t)$.

Avec $Q_s(0) = 0$, il vient :

$$L(Q_s) = \frac{L(Q_e)}{1 + p t_1} \quad p \text{ paramètre de Laplace.}$$

Par exemple, si $Q_e(t) = Q^* \frac{t}{t_o} e^{-m t/t_o}$

$$L(Q_e) = \frac{1}{\left(p + \frac{m}{t_o}\right)^2} \frac{Q^*}{t_o}$$

et

$$L(Q_s) = \frac{Q^*}{t_o} \left[\frac{1}{\left(\frac{m}{t_o} - \frac{1}{t_1}\right)^2} \frac{1}{1 + p t_1} + \frac{1}{1 - \frac{m t_1}{t_o}} \frac{1}{\left(p + \frac{m}{t_o}\right)^2} - \frac{1}{t_1 \left(\frac{m}{t_o} - \frac{1}{t_1}\right)^2} + \frac{1}{p + \frac{m}{t_o}} \right]$$

$$Q_s(t) = Q^* \frac{t_1}{t_o} \frac{1}{\left(1 - \frac{m t_1}{t_o}\right)^2} \left[e^{-t/t_1} e^{-m t/t_o} \left\{ 1 - \frac{t}{t_1} \left(1 - \frac{m t_1}{t_o}\right) \right\} \right]$$

ou avec le produit sans dimension $\alpha = 1 - m(t_1/t_o)$ et la variable réduite $\tau = t/t_1$

$$m Q_s(\tau) = Q^* \frac{(1 - \alpha)}{\alpha^2} [e^{-\tau} - e^{-(1-\alpha)\tau} (1 - \alpha\tau)]$$

Cette fois, le graphe $Q_s(t)$ fait apparaître étalement et atténuation du maximum par rapport au graphe du débit d'entrée $Q_e(t)$.

Sur cet exemple, on peut d'ailleurs se rendre compte de possibilité d'étude plus fine.

Au lieu de schématiser le réseau par un système avec une entrée groupée Q_e et une sortie Q_s , on peut considérer qu'il est un système arborescent (fig. 34) constitué à chaque étage i de canalisations identiques soumises aux mêmes débits d'entrée Q_{ei}/n_i et délivrant un débit de sortie Q_{si} .

Pour chaque étage, les images de Laplace $L(Q_{si})$ et $L(Q_{ei})$ sont liées par la relation :

$$L(Q_{si}) = \frac{1}{1 + p t_{1i}} L(Q_{ei})$$

Pour un système à N étages, la sortie à la station de traitement sera

$$L(Q_{sN}) = \left(\prod_{i=1}^N \frac{1}{1 + p t_{1i}} \right) \cdot L(Q_{e1})$$

Figure 34

Si les paramètres t_{1i} sont les mêmes pour tous les étages et égaux à t_1

$$L(Q_{SN}) = \frac{1}{(1 + p t_1)^N} L(Q_{e1})$$

Pour simplifier, supposons que le débit d'entrée soit une fonction de Dirac, $Q_{e1}(t) = Q^* \delta(t)$, alors :

$$Q_{SN} = \frac{t^{N-1}}{(N-1)!} e^{-t/t_1}$$

On retrouve grosso modo les résultats de la méthode des réservoirs en cascade de Nash utilisée avec profit par le Professeur Besbes pour simuler approximativement l'infiltration de la pluie dans les couches superficielles du sol.

3. Volume stocké dépendant à la fois des débits d'entrée et de sortie

Examinons maintenant le panachage des deux hypothèses de fermeture précédentes.

Bien sûr, la relation $\Omega(Q_e, Q_s)$ peut être non linéaire mais, encore une fois, pour simplifier, nous considérerons un graphe linéaire

$$\Omega = \frac{\Omega^*}{2 Q^*} (Q_e + Q_s) \text{ et } t_1 = \frac{\Omega^*}{Q^*}$$

Alors

$$\frac{dQ_s}{dt} + \frac{2Q_s}{t_1} = \frac{2Q_e}{t_1} - \frac{dQ_e}{dt}$$

dont l'image par la transformation de Laplace est

$$L(Q_s) = L(Q_e) \frac{1 - (p t_1/2)}{1 + (p t_1/2)}$$

Si on considère plusieurs étages de canalisations dans un système arborescent tel que déjà présenté, alors :

$$L(Q_{SN}) = L(Q_{e1}) \prod_{i=1}^N \frac{1 - \frac{p t_{1i}}{2}}{1 + \frac{p t_{1i}}{2}}$$

Si les étages ont des fonctions de transfert identiques

$$L(Q_{SN}) = L(Q_{e1}) \left(\frac{1 - \frac{p t_1}{2}}{1 + \frac{p t_1}{2}} \right)^N$$

Admettons que l'entrée soit une fonction de Dirac ou fonction impulsion

$$Q_s(t) = \frac{Q^*}{(N-1)!} \left[1 - N \frac{t_1}{2} \frac{d}{dt} + \dots + (-1)^i C_i^N \left(\frac{t_1}{2} \right)^i \frac{d^i}{dt^i} + \dots + (-1)^N \left(\frac{t_1}{2} \right)^N \frac{d^N}{dt^N} \right] \left(\frac{2t}{t_1} \right)^{N-1} e^{-2t/t_1}$$

M. Duregard ne voulait pas faire de peine au Professeur Lémate mais, enfin, il fallait enrayer ce déferlement de ces petits êtres mathématiques biscornus et malicieux qui semblaient tant réjouir le savant.

« Vraiment, je suis très heureux que vous vous intéressiez si fort à nos préoccupations mais je vous avouerai humblement que je ne vois pas trop comment mettre à profit vos équations pour voir l'effet du volume intérieur des tuyaux sur l'éroussement des pointes de débit ».

« Nous y arrivons, dit le Professeur. Cherchons une majorante ». « Pourquoi pas une majorette, pensait M. Duregard ». « Chaque graphe conduit à une valeur maximale du volume accumulé. A titre d'illustration, reprenons l'hypothèse de fermeture $\Omega = \Omega^* Q_s/Q^*$. Par exemple, avec un seul étage de conduites et un graphe d'entrée

$$Q_e = Q^* \frac{t}{t_1} e^{-t/t_1}, \text{ on obtient :}$$

$$Q_s = \frac{Q^*}{2} \left(\frac{t}{t_1} \right)^2 e^{-t/t_1}$$

Le débit maximal à l'entrée a lieu au temps t_1 et a pour valeur $Q_{e \max} = Q^*/e$.

Le débit maximal à la sortie apparaît au temps $2t_1$ et vaut $Q_{s \max} = 2Q^*/e^2$.

D'où l'atténuation $Q_{s \max}/Q_{e \max} = 2/e \approx 0,74$.

Elle est possible grâce à un volume $\Omega_c = (2/e^2) \Omega^* = (2/e) t_1 Q_{e \max}$. Ω^* est aussi ici le volume total entré.

Ainsi donc, les 43 000 m³ des égouts de Toulouse pourraient écouler de 26 % le débit maximal afférent au passage d'un volume de 160 000 m³ suivant la loi horaire retenue. Si on considère deux étages

$$Q_s = \frac{Q^*}{3!} \left(\frac{t}{t_1} \right)^3 e^{-t/t_1}$$

$$Q_{s \max} = \frac{9 Q^*}{2 e^3} \quad \text{à } t = 3 t_1$$

D'où l'atténuation :

$$Q_{s \max}/Q_{e \max} = (9/2 e^2) = 0,61$$

Le volume de stockage est la somme des volumes maximaux accumulés dans le premier étage ($\Omega_{c1} = (2/e^2) \Omega^*$) et dans le second étage ($\Omega_{c2} = (9/2 e^3) \Omega^*$) qui n'apparaissent pas au même moment.

Au total : $\Omega_c = 1,35 t_1 \cdot Q_{e \max} = 0,5 \Omega^*$

Donc, suivant le modèle retenu, une atténuation de 40 % est possible pour le passage d'un volume de 86 000 m³ qui est plus que le volume actuellement traité par l'usine d'épuration de Toulouse.

En considérant un nombre d'étages plus grand, on pourrait tracer un graphe global de synthèse reliant atténuation de pointe de débit et rapport du volume du réseau au volume transporté (fig. 35).

La forme de chaque graphe étant caractérisée de manière variationnelle par la donnée des premiers moments dont, par exemple le coefficient de variation $C_v = \sigma/t_m$ (qui, pour le graphe pris en exemple, vaut 1).

La considération de plusieurs étages dans l'arborescence des collecteurs permet aussi de donner une impression de propagation. Par exemple, avec le graphe choisi, le maximum de débit se déplace avec une célérité de phase constante (puisque l'instant du maximum à l'étage i est $i t_1$).

Remarquons au passage que compte tenu de la linéarité supposée ou imposée de l'opérateur, on peut appliquer le principe de superposition et considérer par exemple comme graphe d'entrée le supplément au-dessus du débit de base dont le volume cumulé est alors bien plus faible (mais dans l'appréciation du volume disponible à l'intérieur du réseau, il faudra tenir compte d'un remplissage de

Figure 35 — Influence du volume accumulé sur l'atténuation de la pointe de débit ($\alpha = Q_{e,max}/Q_{e,max}$).

base qui peut correspondre à $h = 0,2$ à $0,4$). Et on pourrait recommencer pour différents graphes d'entrée.

Bien entendu, ces résultats valent ce que valent les hypothèses, choix du modèle, du graphe d'entrée, du nombre d'étagé à prendre en considération ».

M. Duregard est maintenant satisfait « Les approximations ne nous font pas peur à nous, hommes de la pratique, et, grâce à vous, maintenant je vois qu'il est possible d'avoir une idée approchée de l'influence du phénomène d'accumulation dans les égoûts et je vous remercie sincèrement de votre explication ».

« Mais je n'en ai pas encore tout à fait terminé, sourit le Professeur Lémate; je voudrais maintenant attirer votre attention sur une genèse de la méthode de Muskingum. Peut-être, avez-vous entendu parler de cette méthode, très en faveur chez les hydrologues à cause de sa simplicité. Le grand homme Muskingum est en fait, paraît-il, une rivière sur laquelle en 1934 les services hydrologiques américains du Geological Soil Conservation Service éprouvèrent le procédé. Depuis, la petite musique de Muskingum a donné lieu à bien des variations et des arpèges dont se sont mêlés, depuis une quinzaine d'années, les mélomanes français (Cunge (1969), Thirriot (1968), Chocat (1973), Thibault (1979) et bien d'autres).

Dans la méthode Muskingum, le volume accumulé est encore évalué en fonction linéaire des débits Q_e et Q_s

$$\Omega = \frac{\Omega^*}{Q^*} (\alpha Q_e + (1 - \alpha) Q_s)$$

α étant un paramètre de calage souvent proche de 0,5.

Pour l'instant, rien de nouveau par rapport à ce que nous avons vu dans la recherche d'une hypothèse de fermeture visant à rendre autonome l'équation de continuité. La spécificité du modèle de Muskingum réside dans sa mise en œuvre discrète. Car la présentation habituelle est fondée implicitement sur la présentation intégrale

$$\Omega(t + \Delta t) - \Omega(t) = \int_t^{t+\Delta t} (Q_e - Q_s) dt$$

L'intégrale est calculée par la méthode des trapèzes

$$\int_t^{t+\Delta t} (Q_e - Q_s) dt = \frac{\Delta t}{2} [Q_e(t) + Q_e(t + \Delta t) - Q_s(t) - Q_s(t + \Delta t)]$$

Au total, on obtient l'équation aux différences finies, analogue à celle afférente à l'onde cinématique que je vous ai déjà présentée, qui permet d'expliciter la valeur $Q_s(t + \Delta t)$ en fonction des valeurs connues ou calculées :

$$(1 - \alpha + \beta) Q_s(t + \Delta t) = (\alpha + \beta) Q_e(t) + (\beta - \alpha) Q_e(t + \Delta t) + ((1 - \alpha) - \beta) Q_s(t)$$

avec

$$\beta = \frac{Q^* \Delta t}{2 \Omega^*}$$

Ensuite, disposant d'observations $Q_e(t)$ et $Q_s(t)$, on fait joujou avec les paramètres α et β pour caler de son mieux le modèle face à la réalité naturelle.

Bien sûr, comme à la base de l'algorithme, il y a le phénomène d'accumulation, les évolutions naturelles et simulées ont un air de famille surtout dans la parenté des conditions de calage. Mais, tel quel, l'algorithme de Muskingum recèle implicitement toutes les carences, tous les défauts dus d'une part, au corset de la linéarité et d'autre part, à l'oubli volontaire du gradient de tirant d'eau et dans une moindre mesure, à l'ignorance de l'inertie.

Modèle analogique plus que physique, à notre avis le modèle de Muskingum serait plutôt à classer dans les modèles à régression multiple tels que :

$$\begin{aligned} Q_s(t + \Delta t) = & a_0 Q_s(t) + a_{-1} Q_s(t - \Delta t) \\ & + a_{-2} Q_s(t - 2\Delta t) + \dots \\ & + b_1 Q_e(t + \Delta t) + b_0 Q_e(t) + b_{-1} Q_e(t - \Delta t) + \dots \end{aligned}$$

(On pourrait d'ailleurs faire intervenir dans la corrélation plus de deux sections et au lieu de Q_s et Q_e introduire $Q_1(t)$, $Q_2(t)$, $Q_k(t)$ aux sections repérées 1,2...k d'amont en aval. Mais ceci nous entraînerait trop loin aujourd'hui.) »

« En somme, constate M. Duregard, vous n'êtes pas trop optimiste pour ce qui concerne la prévision convenable des écoulements transitoires dans les réseaux de collecteurs ».

Le Professeur Lémate est un peu interloqué mais, à la réflexion, il doit reconnaître le bien-fondé de cette remarque : « La méthode des caractéristiques est la seule satisfaisante d'un point de vue scientifique mais la méthode des réservoirs en cascade permet de mettre en lumière de manière concrète l'effet d'accumulation. Les méthodes analogiques des algorithmes discrets ont pour elles l'avantage de la simplicité mais doivent conserver la discrétion de la boîte noire sans prétention à une représentation physique ».

« Bon, je vais aller réfléchir à cela d'ici notre prochaine rencontre. Encore grand merci ».

Cinquième entretien : Les écoulements diphasiques

Quand la fois suivante, le Professeur Lémate ouvrit la porte à M. Duregard, ils échangèrent un sourire de complices. C'étaient maintenant des vieilles connaissances qui s'appréciaient et appréciaient mutuellement leurs différences.

« Jusqu'à maintenant, dit Monsieur Duregard, nous avons considéré comme de l'eau pure sortant du robinet le liquide circulant dans le réseau d'assainissement. En fait, ce fluide est un drôle de mélange. On y trouve de tout en solution, en suspension ou en charriage au fond, des éléments solides tels le sable, des particules liquides telles les huiles en émulsion, des molécules de gaz tel l'oxygène dont la teneur va être signe de santé compte tenu de son rôle dans la réduction des déchets organiques ».

« Hum, que de problèmes mêlés et difficiles dont je ne suis pas spécialiste. Enfin, tant pis, bavardons un peu sur les écoulements diphasiques, propose le Professeur Lémate ».

« Voulez-vous que nous commençons par parler du déplacement des matériaux solides, suggère M. Duregard. Pour donner une idée de l'importance, rappelons qu'à Paris, chaque année, on enlève des égouts 30 000 tonnes de déchets solides soit, environ, 100 tonnes par jour. A Toulouse, les statistiques municipales annoncent $10 \text{ m}^3/\text{j}$ qui sont transportés à plus de 30 km à raison de 70 francs par tonne (ce qui, grosso modo, représente 250 000 francs sur l'année). Ces déchets sont fort hétéroclites mais laissons de côté les dentiers, les bijoux (tout de même rares) et parlons plutôt des matériaux particuliers ». Et Monsieur Duregard continue : « J'ai eu la chance de rencontrer à plusieurs reprises deux éminents spécialistes du transport solide, Messieurs Gruat et Alquier, qui m'ont expliqué que le déplacement de particules solides pouvait s'effectuer de différentes manières suivant la composition granulométrique des déchets et suivant le débit. Dans un collecteur, on peut avoir en peu de temps la succession des situations suivantes :

— à très faible débit mais tirant d'eau assez élevé de l'eau claire (ou presque) s'écoulant sur un fond de dépôt immobile;

— avec l'arrivée d'une crue d'orage, la remise en suspension et l'entraînement des matériaux;

— puis, avec le ralentissement de l'eau, à nouveau, dépôt qui peut être volontairement localisé par les égoutiers dans les fosses de décantation qui voudraient être des nasses pour le sable ».

« Vous avez parlé en même temps d'entraînement et de remise en suspension. Est-ce à dire que les matériaux solides doivent paraître flotter pour être emportés, demande le Professeur Lémate ? »

« Vous avez raison d'être inquiet, répond M. Duregard, car le phénomène de transport solide est complexe et peut procéder de plusieurs mécanismes à la fois.

• Pour accrocher les idées sans les fixer rigidement, voyons ce qui se passe pour un matériau donné quand on augmente progressivement la vitesse de l'eau (fig. 36).

D'abord, il y a l'ébranlement des grains de sable coincés les uns contre les autres du fait de l'effort de frottement stable ou fluctuant créé par l'écoulement dans la sous-couche laminaire ou turbulente. Soudain, un bloc lilliputien est décroché et se met à rouler : c'est le roulage. Puis, de ci de là, un grain part avec un vol de poule lourd et court : c'est la saltation.

Roulage et saltation sont les deux artisans du charriage et quand il y a un assez grand nombre de grains mis en mouvement, on parle de début d'entraînement ou seuil critique. C'est évidemment un fait décisif et pour cerner la valeur de l'effort tranchant ou de frottement critique τ_{oc} , on dispose de nombreuses formules (en système MKSA) :

$$\tau_{oc} = 0,05 (\rho_s - \rho) g D_{50}$$

$$\tau_{oc} = 0,8 D_{75}$$

$$\tau_{oc} = 0,52 D_{50}$$

$$\tau_{oc} = 0,61 (D_{90})^{4/5}$$

Meyer Peter

Lane

Kellerhals

Figure 36 — Mécanismes du transport solide.

Figure 37 — Début d'entraînement. Critère de Shields.

u_* vitesse de frottement $= \sqrt{\tau_0 / \rho}$

τ_0 effort tranchant critique $= \rho g R_H J$

R_H rayon hydraulique

On peut aussi utiliser le diagramme proposé par Monsieur Shields (fig. 37).

On voit l'embarras du praticien pour choisir la quantité caractéristique de la dimension de grain significative. D_{50} , D_{75} , D_{90} apparaissent déjà; il faudrait y ajouter D_{35} et D_{65} rencontrés dans le critère d'Einstein-Barbarosa. Evidemment, les valeurs de τ_{oc} fournies par les différentes formules varient allègrement⁽¹⁾.

Il faut encore ajouter qu'avec les graisses qui servent souvent de ciment au sable du lavage des légumes, le début d'érosion est retardé. On peut comparer cela avec l'effet coagulant de l'argile dans les fonds fluviaux. La vitesse de début d'entraînement croît très vite avec la proportion d'éléments argileux comme le montrent les résultats de Fadous et Righi (1982) (fig. 38) ».

« Quel beau rébus la nature pose à l'ingénieur ! s'exclame le Professeur Lémate, et il y a là une mine inépuisable de sujets de thèse ».

« Mais ce n'est pas fini, reprend M. Duregard, car si le débit, donc la vitesse au fond, augmente encore, le lit va se déformer, de petites rides puis des dunes apparaissent. On retrouve le déplacement de ces dunes dans le nettoyage hydraulique des collecteurs avec les bateaux vannes ou les mitrailleuses pour les petits égouts comme on dit dans le jargon du métier. Les grains de sable roulent, courent sur la face amont peu inclinée de la digue et retombent au fond du précipice aval où ils sont aussitôt enfouis sous la multitude de congénères qui dégringolent à leur tour. Le temps d'arrêt d'un grain est donc celui du déplacement de la dune jusqu'à ce que le grain refasse surface.

Troisième niveau dans l'escalade du débit : le courant est si fort qu'il lisse les dunes mais en même temps il met en suspension une quantité importante de particules ».

« Ce transport en suspension c'est le moment où l'on croit voir flotter les particules. Cela défie la loi de la pesanteur, se dit dubitatif le Professeur Lémate. Mais dans le fond, il suffit que les rouleaux turbulents induisent une

⁽¹⁾ D_v est tel que les grains de diamètre inférieur représentent $x\%$ de la masse totale de l'échantillon.

vitesse ascensionnelle supérieure à la vitesse de chute en eau calme qui, on le sait, est donnée par la formule de Stokes fondée sur l'équilibre du poids, de la poussée d'Archimède et de l'effort de trainée ou de frottement visqueux.

Pour une particule sphérique

$$\underbrace{\rho_s g \frac{\pi D^3}{6}}_{\text{poids}} = \underbrace{\rho g \frac{\pi D^3}{6}}_{\text{poussée d'Archimède}} + \underbrace{3 \pi \eta D W}_{\text{trainée visqueuse}}$$

Soit au total, la vitesse de chute W

$$W = g \frac{\rho_s - \rho}{\rho \nu} \frac{D^2}{18}$$

On voit que W est très sensible à la dimension des particules. Pour une particule d'argile de dimension équivalente de un micron, $W \approx 1 \mu\text{m/s}$, c'est-à-dire qu'il faut une journée pour que la particule tombe de 10 cm, autrement dit, elle paraîtra flotter. Au contraire, pour un grain de sable de 0,1 mm, la vitesse de chute sera de 1 cm/s.

Pour les grandes vitesses, le coefficient de trainée ne décroît plus comme pour les faibles nombres de Reynolds de chute. Pour se faire une idée, on peut utiliser le graphe hydrodynamique obtenu pour la sphère (fig. 39).

On voit donc que la turbulence pourra créer les vitesses ascendantes verticales suffisantes à la flottaison puisqu'une vitesse de 0,1 mm/s fait flotter les limons de 10 μm . Par voie de conséquence, les particules en suspension vont manger de l'énergie de la turbulence. Cette idée est à la base de la théorie énergétique du transport en suspension de Velikanov qui dit qu'un pourcentage η de l'énergie cédée par le mouvement moyen à la turbulence est utilisé pour lutter contre les forces de pesanteur.

Sur la longueur L , la chute normale de la particule serait $\Delta H = L \cdot W_o / \bar{V}$, $\bar{V}$ vitesse moyenne globale.

Le travail de pesanteur serait alors, pour les particules en concentration volumique C_s , et de masse spécifique ρ_s pour le mélange Ω

$$g (\rho_s - \rho) \Omega C_s \Delta H = g (\rho_s - \rho) \Omega C_s L \frac{W_o}{\bar{V}}$$

Sur la même longueur, l'énergie cédée à la turbulence est, si J est la perte de charge linéique $g \rho \Omega J L$.

L'énergie mangée par les particules est $\eta g \rho \Omega J L$.

Figure 38 — Influence du pourcentage d'argile C et de son humidité W sur l'érosion (d'après Fadous et Righi, 1982)

Figure 39 — Trainée d'une sphère.

D'où la concentration possible à l'équilibre :

$$C_s = \frac{\eta V J}{\rho_s - \rho W_o}$$

On admet que η_s varie de 0,01 à 0,001.

Et, en retour, les particules en suspension vont atténuer la turbulence. On retrouve là un fait de la rhéologie des mélanges, par exemple les macromolécules des hauts polymères en solution dans l'eau retardent l'apparition de la turbulence à cause de leur inertie. Ce serait sans doute la même chose avec les fines gouttes d'huile en émulsion.

Vous voyez aussi dans la comparaison d'échelles des grains et des structures turbulentes la raison pour laquelle la turbulence fine ou microturbulence qui est, nous l'avons vu, dissipatrice d'énergie, a peu d'effet sur les particules, comme le fait remarquer le Professeur J. Gruat. La remontée du matériau est donc dû essentiellement à la macroturbulence.

Pour l'instant, on ne peut suivre l'histoire détaillée d'une particule que de manière qualitative. Par contre, comme pour les autres paramètres déjà rencontrés, on peut suivre globalement l'évolution de la concentration.

Supposons la distance verticale au fond représentée par x_j et faisons quelques tours de prestidigitiation en suivant la figure 40.

Flux de particule vers le bas dû à la pesanteur

$$W C_s (x_j + dx_j) dS$$

Flux dû à la convection turbulente

$$\text{vers le bas} \quad V_j C (x_j + dx_j) dS$$

$$\text{vers le haut} \quad V_j C (x_j) dS$$

Au total

$$V_j dx_j \frac{C(x_j + dx_j) - C(x_j)}{dx_j} + C(x_j + dx_j) W = 0$$

En posant $V_j dx_j = D_T$ « diffusivité » turbulente, on obtient une loi phénoménologique du type de celle de Fick

$$D_T \frac{dC}{dx_j} + C W = 0$$

Le gradient et donc la variation de concentration sont d'autant plus grands que la diffusivité D_T est faible c'est-à-dire la turbulence faible.

Figure 40 — « Diffusion » turbulente.

« Hum, dit M. Duregard, vous avez raison de prévenir qu'il s'agit d'un tour de passe passe, vous m'avez accoutumé à plus de rigueur. Mais, enfin, le calcul appuie sur l'aspect aléatoire, en somme ce ne sont jamais les mêmes particules qui sont à une altitude donnée. Les particules peuvent même se déposer au fond puis être reprises par la turbulence ».

« Merci de votre indulgence, dit le Professeur Lémate, enchanté de voir son ami aussi lucide devant la modélisation du transport solide. Mais puisque vous êtes si bien disposé, continuons à jouer avec la mécanique aléatoire (dans tous les sens du terme).

Pour essayer de vous présenter l'approche stochastique du transport solide et de la décantation, nous nous inspirons du mémoire de thèse d'un jeune et talentueux chercheur, G. Dartus, qui a effectué une digestion diététique des différents travaux de Bajazit, Shen et Todorovich.

L'image la plus simple est celle du décanteur, la particule solide peut avoir l'un des trois statuts : 1) celui du saltimbanque en saltation frénétique dans les rouleaux turbulents, 2) celui du dépôt à terme au fond, plus ou moins garanti et 3) celui de l'expulsé sans espoir de retour.

La particule, pendant l'intervalle de temps $t, t + \Delta t$, peut changer d'état suivant le graphe 41. Ces possibilités de changement sont caractérisées par des probabilités p_{ij} , i état à l'instant t, j état à l'instant $t + \Delta t$. Soit N_i le nombre de particules en l'état i (à partir duquel on pourrait définir une concentration volumique voire massique par rapport au volume ou la masse d'eau de la fosse de décantation).

Il est raisonnable de penser que, pour des conditions variant peu, la probabilité de saut d'un état à un autre est proportionnelle à Δt .

$$p_{ij, i \neq j} = \lambda_{ij} \Delta t \text{ et } p_{ii} = 1 - \sum_{j=1,3} \lambda_{ij} \Delta t$$

A l'instant $t + \Delta t$, le nombre de particules de chacun des états est :

$$N_1(t + \Delta t) = p_{11} N_1(t) + p_{21} N_2(t)$$

$$N_2(t + \Delta t) = p_{12} N_1(t) + p_{22} N_2(t)$$

$$N_3(t + \Delta t) = p_{13} N_1(t) + p_{23} N_2(t) + p_{33} N_3(t)$$

puisque aucune particule ne sort de l'état 3 ($p_{3j} = 0$).

Ainsi, on passe de la situation à l'instant t à celle afférente à $t + \Delta t$ grâce à la matrice de transition T caractéristique d'un processus de Markov du premier ordre :

Figure 41

$$T = \begin{vmatrix} p_{11} & p_{21} & 0 \\ p_{12} & p_{22} & 0 \\ p_{13} & p_{23} & 1 \end{vmatrix}$$

Par récurrence, on obtient l'état au temps $t + k \Delta t$

$$\begin{vmatrix} N_1(t + k \Delta t) \\ N_2(t + k \Delta t) \\ N_3(t + k \Delta t) \end{vmatrix} = T^k \begin{vmatrix} N_1(t) \\ N_2(t) \\ N_3(t) \end{vmatrix}$$

Par application du théorème de Sylvester, on peut montrer que :

$$T^k = a_k T + b_k$$

avec les relations de récurrence

$$a_k = a_{k-1} S + b_{k-1} \text{ et } b_k = -P a_{k-1}$$

S et P paramètres de l'équation aux valeurs propres de T

$$\lambda (\lambda^2 - S \lambda + P) = 0$$

Considérant les variations ΔN_i des populations, on peut écrire :

$$\begin{aligned} \Delta N_1 &= -(\lambda_{12} + \lambda_{13}) \Delta t N_1 + \lambda_{21} \Delta t N_2 \\ \Delta N_2 &= +\lambda_{12} \Delta t N_1 - (\lambda_{21} + \lambda_{23}) \Delta t N_2 \\ \Delta N_3 &= (\lambda_{13} N_1 + \lambda_{23} N_2) \Delta t \end{aligned}$$

Bien que le phénomène corpusculaire de saut de particules soit essentiellement discontinu, admettons que pour des grands nombres de particules, on puisse faire un passage à la limite, il vient le système différentiel :

$$\frac{d N_1}{d t} = -(\lambda_{12} + \lambda_{13}) N_1 + \lambda_{21} N_2$$

$$\frac{d N_2}{d t} = \lambda_{12} N_1 - (\lambda_{21} + \lambda_{23}) N_2$$

$$\frac{d N_3}{d t} = \lambda_{13} N_1 + \lambda_{23} N_2$$

Tel quel, l'évolution de N_3 n'est qu'une conséquence de l'évolution de N_1 et N_2 en fonction du temps que nous examinerons dans le plan de phase (N_1, N_2)

$$\frac{d N_2}{d N_1} = \frac{\lambda_{12} N_1 - (\lambda_{21} + \lambda_{23}) N_2}{-(\lambda_{12} + \lambda_{13}) N_1 + \lambda_{21} N_2}$$

Figure 42 — Modèle stochastique de Todorovich-Gami

On retrouve ainsi un modèle de concurrence de populations cher à Volterra.

Que peut-on dire du point singulier du système différentiel ($N_1 = 0, N_2 = 0$) ? S'agit-il d'un nœud, d'un col ou d'un foyer suivant la terminologie classique de la théorie des points singuliers ? La nature physique du phénomène inciterait à dire a priori qu'il s'agira ici d'un nœud correspondant à l'extinction concomitante des deux populations 1 et 2 au profit de la troisième. Mais alors, la conséquence pratique est néfaste car ceci signifie que la fosse de décanation état 2 ne joue pas son rôle de piège. Mathématiquement, ceci correspond à des valeurs propres réelles et négatives pour le système différentiel (N_1, N_2) ce qui est assuré avec le choix de base $\lambda_{ij} > 0$.

Dans ce qui précède, on considère l'évolution d'un ensemble de particules en nombre fini sans arrivée de nouvelles particules, ce qui correspond bien à l'évolution des particules solides dans une fosse. Mais on peut examiner ce qui se passe s'il y a une alimentation par l'amont telle que, à chaque temps t , on connaisse $\Delta N_o(t_k)$ le nombre de particules qui entre en suspension dans la fosse. Le modèle différentiel devient alors :

$$\frac{d N_1}{d t} = \frac{d N_o}{d t} - (\lambda_{12} + \lambda_{13}) N_1 + \lambda_{21} N_2$$

$$\frac{d N_2}{d t} = \lambda_{12} N_1 - (\lambda_{21} + \lambda_{23}) N_2$$

$$\frac{d N_3}{d t} = \lambda_{13} N_1 + \lambda_{23} N_2$$

Utilisant encore la transformation de Laplace, on obtient :

$$(p + \lambda_{12} + \lambda_{13}) L(N_1) - \lambda_{21} L(N_2) = p L(N_o) + N_1(O) - N_o(O)$$

$$- \lambda_{12} L(N_1) + (p + \lambda_{21} + \lambda_{23}) L(N_2) = N_2(O)$$

$$p L(N_3) = N_3(O) + \lambda_{13} L(N_1) + \lambda_{23} L(N_2)$$

D'où, l'image du flux de sortie $pL(N_3)$ en fonction du flux d'entrée $pL(N_o)$

$$\begin{aligned} pL(N_3) &= N_3(O) + \{pL(N_o) + N_1(O) - N_o(O)\} \\ &\quad [\lambda_{13}(p + \lambda_{21} + \lambda_{23}) + \lambda_{23}(p + \lambda_{12} + \lambda_{13})] \\ &\quad + N_2(O)(\lambda_{13}\lambda_{21} + \lambda_{23}\lambda_{12}) \\ &/ [(p + \lambda_{13})(p + \lambda_{23}) + p(\lambda_{12} + \lambda_{21}) \\ &\quad + \lambda_{12}\lambda_{23} + \lambda_{21}\lambda_{13}] \end{aligned}$$

En plaçant en cascade plusieurs modules, de rang r , on écrira que $N_3^{(r)}(t) = N_o^{(r+1)}(t)$ et on pourra établir l'équation de récurrence.

Dans le cas particulier simple où les différents modules sont vides à l'instant initial :

$$L(N_o^{(r+1)}) = L(N_o^{(r)}) \cdot \frac{(\lambda_{13} + \lambda_{23}) p + \lambda_{13} (\lambda_{21} + \lambda_{23}) + \lambda_{23} (\lambda_{12} + \lambda_{23})}{(\lambda_{13} + \lambda_{23}) p^2 + (\lambda_{12} + \lambda_{21} + \lambda_{13} + \lambda_{23}) p + \lambda_{12} \lambda_{23} + \lambda_{21} \lambda_{13} + \lambda_{13} \lambda_{23}}$$

ou avec l'écriture globale :

$$L(N_o^{(r+1)}) = L(N_o^{(r)}) \cdot L_T(p),$$

$$L_T(p) = \frac{p + \gamma}{p^2 + (a_1 + a_2) p + a_1 a_2} \text{ avec } a_2 > a_1 > 0$$

La relation entre l'entrée et la sortie

$$L(N_o^{(n)}) = L(N_o^{(0)}) [L_T(p)]^n$$

La forme simple de l'image permet d'obtenir sans trop de difficulté l'original $N^{(n)}(t)$.

Cet ensemble de modules en cascade permet de représenter de manière approchée dans un décanteur long ou un tronçon de conduite les phénomènes de transport, dépôt et remise en suspension avec la condition de non retour de l'aval vers l'amont. Mais, on peut, bien sûr, envisager d'élargir les possibilités en prévoyant l'échange d'aval vers l'amont, ce qui est fait dans le modèle proposé par Todorovich, Gani, Alquier et Le Guennec (1981) (fig. 42). Le graphe montre que le dépôt sur le fond est supposé indistinct quelle que soit l'abscisse. Et il n'y a pas non plus, à proprement parler, remise en suspension mais seulement évacuation directe ».

M. Duregard est plutôt perplexe : « Si j'ai bien compris, dans le fond, une fois encore, le support physique du raisonnement est le bilan de masse ou équation de continuité. Et derrière le choix des probabilités de passage constantes, s'embusquent des lois phénoménologiques que nous aurions pu prendre comme équations de fermeture suivant votre terminologie ».

« Vous avez tout à fait raison et ces équations de fermeture qui sont des expressions de flux sont en définitive de la forme des équations des phénomènes couplés du type d'Onsager ».

« Bon, reprend M. Duregard, ce modèle n'est qu'une saisie globale de la réalité, c'est encore en quelque sorte un modèle analogique et qui, tel quel, n'aura droit à la vie qu'après calage, c'est-à-dire confrontation avec la réalité ».

« Exact, répond le Professeur Lemate, et c'est à quoi s'est employé D. Dartus en réalisant minutieusement des expériences de mouvement de dépôt de particules de deux qualités différentes comme indiqué dans le tableau ci-après :

Type	Masse volumique kg/m ³	Forme	Diamètre mm	Vitesse de chute cm/s
Polystyrène bleu	1 035	Cylindrique	2	4,5
Polystyrène blanc	1 025	Sphérique	2	3,5

Les échantillons de 10 grammes comportent environ 500 particules.

Les résultats présentés sur la figure 43, $N_3(t)/N_0$, montrent que le modèle simplifié proposé par D. Dartus rend convenablement compte de la réalité expérimentale et qu'il suffit d'avoir la patience d'attendre assez pour voir une fosse de décantation laisser s'échapper toutes les particules qu'elle avait temporairement piégées.

Avec ces résultats concrets, Monsieur Duregard se trouvait en terrain connu. Il se rappelait le prototype de séparation tourbillonnaire que son service avait fait étudier par l'Institut de Mécanique des Fluides de Toulouse où, pour éviter l'entraînement intempestif des matériaux déposés, on faisait un soutirage adéquat.

Pendant qu'il rêvait, le Professeur Lemate était allé chercher une bouteille de muscat apportée par son cousin du Roussillon. Le vieux cher homme buvait rarement, mais ce soir-là, il était heureux de trinquer avec son visiteur peu à peu devenu son ami.

Figure 43 — Taux d'expulsion. Résultats d'expériences de D. Dartus (décanteur rectiligne).

Figure 44 — Evolution du profil des vitesses le long de la cellule dans un repère lié à la poche (d'après G. Forschner et L. Masbarnat).

Sixième entretien : Les écoulements diphasiques fluides

« Alors, cher Monsieur Duregard, quels sont vos problèmes d'écoulements diphasiques fluides ? »

« Oh, cher Professeur Lémate, écoulements diphasiques, c'est peut-être un mot trop savant pour les choses obscures qui se passent dans nos égoûts. Peut-être, pourrait-on simplement parler d'écoulements de mélanges de liquides et de gaz qui sont notre réalité quotidienne.

L'air est souvent tellement discret qu'on l'oublie mais qu'il soit chassé par une onde d'orage à la manière d'un piston et l'on voit aussitôt des vaguelettes naître à la surface liquide qui peuvent s'amplifier jusqu'à toucher le plafond. Alors, passent dans un profil des paquets d'eau séparés par des poches de gaz : c'est l'écoulement bouchon marqué par de forts jaillissements intermittents aux exutoires » (fig. 44).

« Que ce phénomène est intéressant, s'exclame le Professeur Lémate, mais il doit défier toute molélisation ».

« C'est vrai qu'il n'y a pas actuellement de formules miracles, répond M. Duregard, mais tout de même il y a eu quelques tentatives et je vous ai apporté-là un mémoire de Monsieur J.M. Fitreman qui, comme vous, est un homme de science et même d'hydroscience ».

« Je vois, dit le Professeur Lémate, après avoir ajusté son binocle. Tout résiderait dans la variation d'énergie cinétique. Pour un courant d'air à grande vitesse et débit constant, la surélévation de la vaguelette provoque une réduction de section de passage du gaz, il y a comme un effet Venturi et alors la diminution de la pression « atmosphérique » locale peut provoquer l'aspiration de la partie liquide qui était déjà en bourrelet.

Reprenons l'idée ingénieuse de Monsieur Fitreman (1976) de considérer une flaque d'eau stagnante au fond d'une conduite qui présente localement un point bas mais sans supposer constante la courbure longitudinale (fig. 45).

Soient Z l'altitude de la surface de l'eau
 Y l'altitude du fond de la conduite
 $Y = \phi(x/L')$
 et H toujours le tirant d'eau.

Figure 45 — Apparition de bouchon dans un point bas par effet Venturi dans le gaz.

En négligeant toute dissipation d'énergie (pour simplifier la mise en évidence de l'instabilité) et même la variation de masse volumique du gaz, en écrivant le théorème de Bernoulli dans l'air en écoulement et dans l'eau immobile, on obtient :

$$\frac{\rho_G}{\rho_L - \rho_G} \frac{V_{G\infty}^2}{2g} \left(\frac{1}{\alpha^2} - 1 \right) = Z - Z_0$$

avec : $\alpha = \frac{S_G(x)}{S_0}$

$$Z(x) = Y(x) + H(x) = \phi_f \left(\frac{x_0}{L^*} \right) + \Phi h(\alpha)$$

Dans le cas d'un profil rectangulaire $h(\alpha) = 1 - \alpha$ et dans tous les cas $h(1) = 0$ et $h(\alpha)$ est une fonction monotone. Posons :

$$\Psi = \frac{\rho_G}{\rho_L - \rho_G} \frac{V_{G\infty}^2}{2g \Phi} \text{ et } X = \frac{x}{L^*}$$

Alors le graphe $\alpha(X)$ est donné par la relation :

$$\Psi \left(\frac{1}{\alpha^2} - 1 \right) = f(X) + h(\alpha) - f(X_0)$$

$f(0) = 0, f(X) \geq 0$ X est monotone par partie

$$\frac{df}{dX} < 0 \text{ si } X < 0, \frac{df}{dX} > 0 \text{ si } X > 0$$

Le graphe obtenu se prête bien à une discussion graphique (fig. 46) comme dans les exercices pédagogiques de mécanique rationnelle.

Si $f(X_0) < \text{Max} \left\{ h(\alpha) - \Psi \left(\frac{1}{\alpha^2} - 1 \right) \right\}$,

alors X peut décroître de X_0 à 0 puis croître. Il y a surélévation de la surface liquide sans surprise et sans qu'elle colle au plafond du collecteur.

Par contre,

si $f(X_0) > \text{Max} \left\{ h(\alpha) - \Psi \left(\frac{1}{\alpha^2} - 1 \right) \right\}$,

Figure 46 — (d'après Fitreman).

alors $f(x)$ ne pourra descendre en-dessous de la valeur minimale :

$$f(X_0) = \text{Max} \left\{ h(\alpha) - \Psi \left(\frac{1}{\alpha^2} - 1 \right) \right\}$$

et donc, du fait de la monotonie de la fonction $f(X)$, $|X|$ restera supérieur à une valeur limite X_1 pour laquelle $da/dX \rightarrow -\infty$ c'est-à-dire que la section d'air se réduira sur un intervalle très bref jusqu'à provoquer la mise en charge.

Bien sûr, il est téméraire d'induire des conclusions générales d'un tel cas singulier où l'on néglige en particulier l'influence pourtant essentielle de l'effort tranchant à l'interface. Mais, il nous paraît amusant de signaler cet essai d'explication fondée uniquement sur l'équation de Bernoulli ».

« En somme, Monsieur le Professeur, vous n'êtes pas loin de penser que la connaissance du phénomène dans toute sa complexité ne peut venir que de l'observation de la nature. Eh bien, c'est ce qu'est en train de faire une équipe du Laboratoire d'Hydraulique de Toulouse animée par les Professeurs Fabre et Masbernat et les résultats qu'ils ont déjà obtenus avec leurs élèves Messieurs Ferschneider et Bayini sont fort alléchants.

Les poches de gaz peuvent aussi provenir du rassemblement de bulles (les savants disent la coalescence). De toutes façons, des petites bulles il y en a toujours dans les écoulements bouchon comme le montrent les figures A et B. Mais bien souvent, les bouchons sont dus au développement de l'instabilité de l'interface de l'écoulement stratifié (fig. 47).

Evidemment, il s'agit de configurations dans l'espace visibles sur une conduite transparente de laboratoire mais dans un tuyau d'assainissement enterré il est impossible de voir avec les yeux, il faudra ausculter dans le temps en quelques points à l'aide de sondes appropriées de vitesse, de niveau et de teneur en gaz ou taux de présence par exemple.

Les paramètres physiques seront obtenus par un décodage savant et traitement statistique par ordinateur des signaux en faisant intervenir des seuils de coupure qui fournissent des données binaires pour obtenir des fonctions de présence des poches et des bouchons comme l'explique Monsieur Ferschneider.

Ce qui intéresse au premier chef les industriels, c'est évidemment la perte de pression provoquée par les pertes d'énergie et la figure 48 donne une idée de l'influence de la proportion de gaz et d'eau sur le taux de variation de pression ».

« Mais je suppose que, compte tenu du grand intérêt industriel, on a déjà dû essayer d'ajuster une formule de prévision du gradient de pression en fonction des conditions d'écoulement, demande le Professeur Lémate ».

« Bien sûr, et la plus fameuse de ces formules est peut-être celle de Martinelli-Lockhart Chisholm, qui surestime en général le gradient de pression et d'autant plus que la vitesse débitante du gaz est grande d'après G. Ferschneider.

On pourrait encore citer les formules de Ros, Beggs et Brill, Dukler Wicks-Cleveland et la tentative de modèle

cellulaire de Dukler-Hubbard qui s'appuie sur les bilans mais nécessite pour ce que vous appelez la fermeture la connaissance (ou la donnée) de deux paramètres internes que sont la période des poches et le taux de présence ».

« Mais ces paramètres sont justement ceux qui intéressent le scientifique soucieux de mieux comprendre le phénomène, interrompt Monsieur Lémate, qui souligne plusieurs questions.

En définitive, la cause du phénomène c'est pour un écoulement supposé permanent en moyenne la donnée des débits masse injectés à l'amont qui pourront être représentés par les vitesses débitantes U_G et U_L (qui sont les vitesses fictives afférentes à la circulation à pleine section). Et l'on peut essayer de dresser une cartographie des écoulements diphasiques selon la figure 49, comme l'a fait Mandhane (encore que les valeurs frontières estimées par cet auteur nous paraissent en quelques endroits discutables, mais qualitativement la classification est intéressante).

Pour ce qui concerne les poches de gaz, on voit apparaître un glissement par rapport au liquide. Leur vitesse de propagation selon l'ensemble des résultats bibliographiques peut s'exprimer par :

$$U = A(U_G + U_L) + BU_\infty$$

U_∞ est la vitesse d'une poche isolée dans un liquide au repos.

Mais du point de vue des vitesses, il ne s'agit là que d'une vitesse de propagation de la configuration et non des particules de gaz.

En effet, la nature n'est pas manichéenne car du gaz il y en a aussi sous forme de bulles et mène en dissolution dans les bouchons liquides et sous la poche. Par contre, les auteurs ne parlent pas de pulvérisation de liquide dans la poche.

Pour ce qui concerne la proportion en volume de gaz dans les bouchons appelée R_{GB} , taux de présence de gaz moyenne dans les bouchons, on ne dispose encore que de relations empiriques établies à partir de banques de données telles que :

— corrélation de Grégory Nicholson Aziz :

$$R_{GB} = 1 - \frac{1}{1 + \left(\frac{V_G + V_L}{8,66} \right)^{1,4}}$$

— corrélation de Garcia :

$$R_{GB} = 0,0735 \frac{V_G + V_L}{\sqrt{gD}} - 0,170$$

— corrélation proposée par Masbernat-Ferschneider :

$$R_{GB} = \frac{1}{1 + \left(\frac{V_G + V_L}{\frac{\Delta p}{\rho} gD} \right)^2 / \left(\frac{A}{B_0} \right)^2}$$

Cette dernière relation toujours empirique a le mérite de prendre en compte les caractéristiques des fluides et le diamètre de la conduite par deux nombres adimensionnels.

Le premier est un genre de nombre de Froude :

$$\frac{U_G + U_L}{\left(\frac{\Delta p}{\rho} gD \right)^{1/2}}$$

Figure 48 — (d'après G. Forschner et L. Masbernat).

Figure 47 — Formation de l'écoulement intermittent à poche d'après Taitel-Dukler.

Figure 49a — Cartographie diphasique (d'après Mandhane).

Figure 49b — Ecoulement de mélanges gaz-liquide.

Le second est un nombre de Bond $B_o = \Delta\rho g D^2 / \sigma$ qui permet la comparaison de l'influence des forces de pesantisme et des forces de surface.

Mais il faut bien remarquer que cette relation séduisante par son caractère rationnel et son bon comportement asymptotique n'a été éprouvée que pour des variations de U_G , U_L et dans une faible plage de $\Delta\rho$ pour une valeur σ à peu près constante.

A partir de ces résultats et de l'observation des configurations on peut se poser des questions sur le mécanisme détaillé du phénomène. Les bulles dans le bouchon proviennent-elles de l'érosion de la queue de la poche qui s'élève sous l'effet de l'effort tranchant de l'interface ? Les bulles ainsi dispersées ne sont-elles pas ralenties par rapport à la poche qui les a engendrées et ainsi ne vont-elles pas engraisser le nez de la poche suivante ? Il y aurait alors un transfert de gaz d'une poche vers la suivante à l'arrière, ce qui expliquerait (au moins partiellement) une différence entre la vitesse moyenne effective du gaz et la célérité apparente de déplacement des poches considéré comme une onde de déformation.

Et quel abîme de complexité et de perplexité présente alors l'aérodynamique interne de la poche avec deux couches limites au plafond et à l'interface et des effets de production et d'ablation respectivement au nez et en queue !

Il faut alors revenir aux équations de Navier-Stokes ou tout au moins de Reynolds. C'est ce qu'ont entrepris Messieurs Masbernat et Ferschneider qui ont établi un modèle cellulaire fondé sur une schématisation de la poche avec une zone amont à forts gradients suivie d'une zone aval d'écoulement stratifié. Mais ils doivent faire appel à des hypothèses de fermeture constituées par trois informations : vitesse de poche empirique, taux moyen de présence de gaz dans les bouchons et période de poche théorique du modèle de Taitle-Dukler. Tel quel, leur modèle donne une représentation très convenable des résultats expérimentaux.

Comme la longueur des poches peut atteindre parfois une dizaine de mètres dans un tuyau de diamètre de vingt centimètres, on voit qu'entre bouchons liquides, on aura donc comme un écoulement stratifié.

Mais dans les égouts, on peut trouver bien d'autres formes d'écoulement stratifié.

Lors de crues, l'eau boueuse de la rivière peut rentrer dans les émissaires et l'eau de pluie collectée par les avaloirs peut s'écouler en couche superposée à la couche inférieure chargée. Même situation peut intervenir avec de

l'eau salée, intrusion marine dans le collecteur pluvial ou délestage industriel dans l'égout-vanne.

Pour éviter les intrusions intempestives, on peut utiliser déversoirs ou vannes et alors on peut avoir une compétition entre les deux types d'eau de densités différentes au voisinage de l'obstacle avec un effet exacerbé de l'effort tranchant à l'interface qui fait arracher des copeaux liquides de la masse immobile.

Une autre cause possible d'écoulement stratifié dans les égouts est la différence de température (qui va aussi entraîner des différences de masses volumiques). Les eaux usées de bains ou de lessives débouchent à des températures pouvant dépasser 30°C. Elles peuvent donc surnager quelques temps au-dessus d'une eau plus froide. Il peut s'agir aussi d'injection d'eau froide dans un courant d'eau tiède comme ce fut présenté au Congrès AIRH 1971 à Paris par Jean-Louis Verrette de l'Université Laval de Québec. Les mesures au thermocouple mettent nettement en évidence une intumescence à front raide qui se déplace en reptation rapide au fond de l'égout avec une à six réflexions successives sur les parois latérales avant de disparaître du fait de la diffusion turbulente.

C'est vrai que la stratification comme l'individualité présente une résistance surprenante à l'homogénéisation. Quelques degrés d'écart, un peu de sel suffisent à la séparation. Et chacun de nous a dû faire l'expérience tactile du mélange des eaux chaudes et froides arrivées séparément dans la baignoire !

Mais il ne peut s'agir que de situations rapidement variées et le plus souvent transitoires. Ainsi, on retrouve le problème des ondes.

Si la couche supérieure est à surface libre, le modèle mathématique simplifié fait intervenir quatre équations (deux pour chacun des fluides équation de continuité et équation dynamique) et par l'application de la théorie des caractéristiques on obtient quatre modes propres (reliés aux paires de modes afférents à chaque fluide considéré seul mais affecté par le couplage).

Si l'écoulement général est en charge, alors si les fluides sont réputés incompressibles, un mode propre disparaît.

Si le fluide supérieur est de l'air compressible, alors les quatre modes subsistent et comme l'a montré C. Thirriot (1977), le couplage entre les écoulements augmente la valeur absolue de la célérité des ondes dans l'air et diminue la valeur absolue de la célérité des ondes dans l'eau.

Mais tout ceci, c'est sans tenir compte des efforts tranchants de la dissipation d'énergie et il y a donc encore de belles études en perspective pour les écoulements stratifiés dans les égouts et ailleurs !

Septième entretien : Lacs, lagunes et golfes

Une fois encore, Monsieur Duregard est en visite chez son ami le Professeur Lémate. En effet, petit à petit les relations ont évolué entre les deux hommes. De la connaissance lucide et modeste des préoccupations est venue une estime silencieuse mais profonde. Et cette estime réciproque peu à peu s'est transformée en amitié fondée sur la compréhension et le respect de la différence. Insensiblement cette connivence à demi-mots a conduit à une osmose de pensée telle que Monsieur Duregard parlait de théorie et Monsieur Lémate trouvait les exemples pratiques d'incitation ou d'illustration.

« Mon Cher Monsieur Duregard, nous nous sommes beaucoup promenés sous les artères de la ville, le long de ces veines qui charrient le sang noir de la cité chargées de déchets de la vie. Bien sûr, il aurait fallu parler du poumon qui va régénérer ce sang, mais aujourd'hui, faisons plutôt l'école buissonnière. Allons vers ces lacs, lagunes et golfes qui vaillamment essaient de supporter la concentration des hommes et les violences écologiques de leurs rejets ».

« Eh bien soit ! Les violences écologiques comme vous dites sont parfois sauvages, quand les rejets sont anarchiques, mais douces quand l'homme prépare à la nature une digestion paisible à l'aide de ses stations d'épuration.

Et ceci est très important lorsque les exutoires naturels sont des systèmes fermés comme les lacs, les lagunes ou presque fermés comme les golfes.

La solution la plus expéditive mais tout de même coûteuse, c'est de protéger le milieu naturel par une ceinture de propreté, comme le fit en pionnier la région d'Annecy qui entoura son lac d'un collecteur souterrain.

Le problème de survie était encore plus aigu pour le lac de Tunis. Bien que le canal de navigation et la digue autoroutière et ferroviaire coupe l'ancienne lagune en deux, le lac de Tunis Nord et le lac de Tunis Sud nous ne parlerons que du Lac Nord, car le problème du Lac Sud a été apparemment convenablement réglé (fig. 50).

Le Lac Nord de Tunis est un bel exemple de problème complexe d'assainissement à la longue histoire ».

Figure 50 — Lac de Tunis Nord.

« Mais pourquoi ne pas supprimer le problème en le rayant de la carte en le remblayant, suggère naïvement le Professeur Lémate ».

« D'abord parce qu'il présente tout de même une surface de 30 km² environ, bien que sa profondeur soit faible (0,9 m en moyenne). Ensuite, parce qu'avec la pêche, il est une ressource économique non négligeable (produisant environ 10 millions de francs de poisson par an). Ensuite, parce que, réhabilité, il sera un joyau écologique de la région tunisoise.

Il a servi de tout à l'égout sans trop de problème tant que Tunis était une petite ville. Mais le développement énorme de la capitale submergea le pouvoir auto-épuraire du lac qui est pourtant très élevé mais fort sensible aux variations de températures très fortes. Par exemple, encore cet été, par une belle après-midi avec 45°C à l'ombre, le développement des petites algues rouges couvrit une partie du lac d'une nappe de sang. Et après bien des études et des expériences, la solution mise en œuvre a été la construction du canal du Lac Nord qui capte toutes les eaux usées, déjà traitées ou pluviales. En période d'abondance de précipitations, des vannes permettent d'envoyer vers le lac l'eau de pluie bienfaisante. Mais en temps normal, la circulation est surtout assurée à travers la passe de Khereddine d'un débit d'eau de mer (qui peut atteindre 12 m³/s) qui ressortira par la passe vers le canal de navigation. Pour faire le bilan complet des apports, il faut aussi ajouter le rejet des eaux de refroidissement de la centrale thermoélectrique de la STEG (11 m³/s environ).

« Quel bel argument pour étudier la circulation s'exclame le Professeur Lémate ! Que voilà de beaux sujets de thèse en perspective ! »

« Mais qui sont déjà en cours d'étude reprend Monsieur Duregard ».

En effet, une concertation très active entre l'Office national de l'assainissement tunisien et le Département d'hydraulique de l'ENIT, dirigé par le Professeur Besbes, a conduit déjà à plusieurs travaux sous la direction du Professeur Masbernati, tels l'examen du fonctionnement du canal, le bilan hydrologique mais surtout la simulation numérique des écoulements dans le lac, entreprise par Monsieur Moussa.

Bien sûr, pour juger de la réaération en profondeur, il faudrait utiliser un modèle à trois dimensions à mailles très fines. Ceci sera peut être nécessaire pour estimer le temps de régénération de la zone voisine de l'Esplanade rendue malade par l'accumulation des dépôts et cloaques. Mais dans l'ensemble, vu la faible profondeur, considérer un modèle horizontal avec pondération sur la verticale doit conduire déjà à une bonne idée de la circulation. Le débit de la passe de Khereddine, comme les apports éventuels pluviaux à partir du canal vont constituer comme des jets dont il faut voir la conséquence : mise en rotation de grandes masses d'eau ou bien simplement dispersion et dilution ?

Figure 51 — Lagune Ebrié. Position des sections de mesure.

Figure 52 — Coupe verticale suivant l'axe du canal de Vridi.

Figure 53 — Salinité moyenne dans le bras Ouest (marnage de la marée = 0,50 m).

a) Jet de mur.

b) Attachement de jet.

Figure 54

Figure 55

Figure 56

Mais vous ne me parlez pas de l'effet du vent. Compte tenu de la forme allongée du lac, le fetch a le temps de s'établir ?

Mais oui, le Professeur Masbernat a remarqué que cet effet du vent pouvait être très rapide et cessait aussi en peu de temps. L'ondulation développée va augmenter la rugosité interfaciale et l'épaisseur de la couche limite (sur-tout côté air) et les échanges atmosphère-lac vont être profondément modifiés dans le bon sens de la réaération.

Mais ce lac de Tunis peut constituer comme un modèle réduit de la lagune Ebrié à Abidjan en Côte d'Ivoire. N'exagérons pas la similitude des problèmes, mais effectivement les analogies peuvent catalyser un fructueux dialogue entre scientifiques et techniciens. Car en effet des études approfondies sont aussi menées sur le fonctionnement biologique et hydrologique de la lagune d'Abidjan depuis plusieurs années, en collaboration entre le Centre national de recherche océanographique ivoirien, la Faculté des sciences d'Abidjan et l'Institut de mécanique des fluides de Toulouse. Témoin en est la thèse que Monsieur Ramany Bala a préparé sous la direction du Professeur Jean Fabre et intitulée : « Le système lagunaire en Côte d'Ivoire : fonctionnement hydrodynamique et salinité ».

La lagune Ebrié (fig. 51) longue de 125 km, est assez découpée puisque les coefficients de tortuosité sont de 1,8 sur la rive Sud et de 3,0 sur la rive Nord, c'est dire l'importance que peuvent prendre les courants locaux dans la circulation de la masse d'eau. La hauteur moyenne est de 4,8 m mais les tirants d'eau atteignent 10 à 25 m dans la zone où a été implanté le port d'Abidjan. Reliée à la mer par le canal de Vridi qui coupe le cordon littoral sur une longueur de 2 700 m. Ce canal constitue actuellement la seule liaison entre la lagune et la mer où il débouche sur cette curiosité de bas-fond littoral qu'est le trou sans fond qui descend à — 120 m et va englober tous les matériaux solides drainés par les courants côtiers ou le canal (fig. 52).

Une dissymétrie forte existe entre les bras Est et Ouest de la lagune. Le bras Ouest est large, profond et majestueux, alors que le bras Est est tortueux, étroit et encombré d'eaux mortes et pourtant, c'est lui qui reçoit les apports les plus importants par le fleuve Comoé qui prend sa source en Haute-Volta et traverse donc toute la Côte d'Ivoire. De débit moyen 300 m³/s entre des extrêmes de 40 m³/s à l'étiage et 1 800 m³/s en crue.

Avec les deux autres cours d'eau l'Agnéby et le Mé, l'apport annuel fluvial est environ de dix milliards de mètres cubes, alors que les précipitations sont de 1,5 à 2,1 m sur le bassin de 2 000 km², directement drainé par la lagune (en tenant compte d'une évaporation de l'ordre de 60 %, il restera environ comme apport net de l'ordre de 1,2 milliard de m³).

Le volume échangé avec la mer n'est pas du tout négligeable. Le flot peut atteindre 180 millions de mètres cubes aux fortes marées, soit grosso modo un débit moyen de 2 000 m³/s comparable au débit de crue du fleuve Comoé.

Ces quelques chiffres permettent de comprendre la complexité du problème et son intérêt scientifique : circulation générale, courants locaux, afflux de sel et dispersion suivie de dilution par les eaux pluviales. Mais l'observation de l'évolution « naturelle » de la salinité n'est pas la seule question préoccupante du point de vue

de l'assainissement. L'urbanisation extrêmement rapide des rivages de la lagune, bien qu'elle soit un modèle de planification, pose aussi le problème de l'ajustement de la fonction naturelle d'autoépuration de la lagune à l'amplification des rejets même s'il s'agit d'eaux partiellement traitées. D'où la raison des études déjà réalisées et poursuivies actuellement, et en particulier de l'étude in situ, aussi de l'évolution de la qualité biologique et biochimique des eaux que de l'observation des courants (fig. 53).

Pour mettre en évidence les problèmes des exutoires ouverts sur la mer, nous considérerons quelques exemples Grecs : Zeas, le port de plaisance et de pêche du Piré, le lac Strofylia de l'île de Skyatos et le Golfe de Thessalonique.

Le port de Zeas séparé en deux bassins, est encombré de quais d'appontement qui gênent la circulation des courants naturels dont l'effet serait le renouvellement des eaux et leur réaération. Il fallait donc envisager d'aider l'oxygénation en stimulant la circulation par des jets. L'étude a été réalisée expérimentalement au Laboratoire d'Hydraulique de Toulouse, sous la direction de Messieurs Dat et Fonade, spécialistes de l'hydrodynamique des jets.

L'objectif était d'éviter la stratification des eaux, de provoquer des mouvements d'échanges entre les différentes zones d'un bassin et de rassembler les matériaux polluants dans des zones localisées ou vers la mer.

Le modèle a été construit à échelle distordue : longueur ($\lambda_L = 1/100$, hauteur $\lambda_H = 1/50$) ce qui a un peu compliqué la modélisation des jets.

Le point de départ hydrodynamique est le jet de mur, c'est-à-dire débouchant d'une paroi dans un milieu semi-infini rempli du même fluide (fig. 54).

Trois régions peuvent être distinguées suivant Messieurs Fonade et Dat :

- la région I du noyau potentiel dont la longueur est de l'ordre de 4 à 5 fois le diamètre de la buse, où la vitesse est égale à la vitesse de sortie du jet;
- la région II de transition;
- la région III de jet établi où la composante longitudinale de vitesse peut s'exprimer par

$$\bar{V}_i(x_i, x_j) = \bar{V}_i(x_i, 0) f(x_i/x_j)$$

dès que $x_i/\varnothing > 15$.

Les équations de la couche limite permettent de déterminer $f(X)$ (avec $X = x_i/x_j$) suivant l'hypothèse de viscosité turbulente. Par exemple, suivant Goertel :

$$f(X) = \frac{1}{(1 + X^2/8)^2}$$

Dans le cas de lac ou port, les influences du fond et de la surface libre vont modifier les profils. On peut alors utiliser la méthode des images, mais rien ne vaut le recours à l'expérience et la visualisation.

Lorsqu'il y a des parois à proximité du jet, il faut souligner le risque d'oscillation appelé *effet Coanda* (et qui est à l'origine des basculeurs et amplificateurs fluides). Pour éviter cela, il faut « attacher » le jet. La figure 55 donne quelques exemples des résultats de circulations obtenus sur modèle réduit et assurant un brassage convenable avec quelques jets de puissance totale 20 kW (la vitesse de circulation est de l'ordre de 20 cm/s, compatible avec la stabilité des petits bateaux).

Pour le lac Strophylia, la technique d'étude mise en œuvre est la même, mais il est envisagé un fonctionnement uniquement nocturne des jets et il a été tenu compte de l'effet de la houle éventuelle dans le port à l'aide d'un batteur entraîné par un vérin pneumatique à double effet.

Même en limitant à deux le nombre de jets, les nombres de circonstances possibles sont très nombreux compte tenu des paramètres, orientation débit des jets.

Les mesures fournissent la cartographie des vitesses et l'on recherche une solution avec points d'arrêts peu nombreux.

Pour certains débits, l'écoulement est instationnaire, il y a basculement avec une période de quelques heures sur l'ouvrage. Les rouleaux de circulation changent de sens de circulation, ce qui favorise le brassage mais gêne l'évacuation vers le canal, exutoire vers la mer. Cette instabilité est stoppée avec une petite digue.

Ces deux exemples montrent tout le profit que le praticien de l'environnement peut tirer de la coopération avec des mécaniciens de la dynamique des jets.

Avec l'examen de la vie biochimique du golfe de Thessalonique (fig. 56) nous changeons d'échelle et de méthode. La ville est abritée au fond du golfe profond qui pendant longtemps, a rempli son rôle d'épurateur sans trop rechigner. Mais l'extension de la cité et des exigences de qualité, a été la raison d'une étude écologique d'ensemble. A côté de mesure des courants et des paramètres de pollution, il a été demandé au Professeur Ganoulis, directeur du Laboratoire d'hydraulique de l'Université Aristote, de mettre au point un modèle de simulation. Cette préoccupation rejoignant celles des Professeurs Fabre et Masbernat dans les études de la lagune d'Abidjan et du Lac de Tunis, nous essaierons de faire un tour d'horizon rapide des modèles mathématiques, propose le Professeur Lémate ».

Au commencement, bien sûr, étaient les équations de Reynolds. Mais procéder à leur intégration n'est pas une mince affaire, même avec des hypothèses de fermeture simples, en tenant compte de la forme tumultueuse de la frontière solide et du caractère a priori inconnu de la surface libre constituant une partie de la frontière du domaine.

Alors souvent lorsqu'on aborde ces problèmes de circulation dans les masses liquides à grande extension horizontale par rapport à la profondeur, on fait des concessions dont la première consiste à considérer l'écoulement dans quelques couches superposées (avec échange entre couches bien entendu). C'est ce que firent les Professeurs Ganoulis et Koutatis. Dans chaque couche,

on procède à une pondération ou une prise de moyenne.

La simplification est encore plus expéditive lorsqu'on considère une seule couche (ce que font Monsieur Ramani Bala pour la lagune d'Abidjan et Monsieur Moussa pour le Lac de Tunis). Mais la résolution du problème hyperbolique n'est pas encore triviale. Comment prolonger le concept des lignes caractéristiques mis en évidence en écoulement unidimensionnel ? Monsieur Balafoutas, qui travailla avec Monsieur Abbott, propose le procédé original que nous appellerons des directions alternées puisqu'il applique la méthode des caractéristiques successivement dans deux directions orthogonales.

On peut aussi utiliser un découpage du domaine en éléments finis comme le fit Monsieur Rémi Gaudu dans sa thèse pour étudier la résonance dans des bassins portuaires de forme compliquée en conservant les termes de Coriolis.

Bien entendu, la modélisation numérique la plus simple est celle des différences finies. En utilisant un algorithme fortement implicite, il n'y a plus de problème de stabilité de calcul, mais on peut se poser la question de la signification physique des résultats compte tenu de la diffusion numérique omniprésente. A notre avis, il serait souhaitable d'adapter à ces problèmes d'hydrodynamique à deux dimensions, les algorithmes hautement performants proposés récemment pour les problèmes hyperboliques à choc fort.

Mais dans une première exploration, si le domaine d'écoulement est très étiré dans une direction comme c'est le cas de la lagune d'Abidjan et même du lac de Tunis, on peut envisager l'attaque à la hussarde à l'aide d'un modèle unidimensionnel (qui pourra donner en particulier une idée approximative de l'influence de la marée).

Ainsi, comme on le voit, dans un souci d'économie, on peut ajuster l'outil informatique aux préoccupations pratiques et surtout au budget. Mais il faut être bien averti des conséquences des simplifications. Avec un modèle à deux variables horizontales, on conserve l'effet de la rotation de la terre, mais on perd la mise en évidence des rouleaux tridimensionnels qui vont régénérer les eaux en profondeurs. Cependant, on peut juger globalement de la tâche provoquée par le rejet en mer ou en lac des eaux traitées.

Avec le modèle unidimensionnel, on revient à la circonstance des estuaires. La prise en compte de deux couches, permet de suivre l'évolution du biseau salé sous l'effet conjugué de la marée et d'une crue mais on perd évidemment l'influence de la rotation de la terre.

Conclusion

« Dans le fond, au cours de nos entretiens, dit l'un, j'ai retrouvé l'hydraulique biblique, l'hydraulique des patriarches, l'hydraulique d'Escande : l'onde grondante d'orage c'est l'écoulement sur fond sec à l'effacement du barrage, les oscillations dans les regards après la mise en charge, c'est le ballet des cheminées d'équilibre, la lame à peine frémissante du déversoir, c'est l'évacuateur de crue bien aéré ».

Et l'autre renchérit : « L'hydraulique de l'égoutier c'est d'abord le sens et le bon sens : il faut voir les tourbillons, écouter la cavitation, flairer le point pernicieux d'obstruction ».

« Mais parce que le réseau d'assainissement est souvent hors du regard, tout comme en hydraulique souterraine, la reconstitution en laboratoire, reprend l'autre, permet la

visualisation et l'appréhension des phénomènes. L'égoutier doit savoir utiliser la navette entre l'observation in situ et l'expérimentation in vitro ».

« Mais la théorie » ? interroge le premier.

« La théorie peut donner un ordre de grandeur, un sens de variation, un indice de sensibilité, un encadrement par majorante et minorante. Elle peut déceler les traits essentiels par les comportements asymptotiques et ainsi

éclairer la compréhension sans prétendre reconstituer fidèlement la réalité.

En somme l'égoutier d'aujourd'hui est placé sous le signe des Gémeaux : d'abord homme d'action dans l'ombre humide des collecteurs, mais aussi homme de prévision dans le bureau d'études ».

Ainsi finit ce conte de fin de jour, et l'enfant endormi (ou l'auditeur assoupi) glissait déjà en rêve vers un monde où, l'homme réconcilié avec sa nature, tout ne serait que luxe, calme, et... propreté.

Remerciements

Les bons « contes » font les bons amis. Souhaitons que la réciprocité soit vraie et ce sera alors pour moi un double plaisir de remercier tous ceux qui m'ont apporté leur aide cordiale et donc en particulier M. Alquier, C. Angelvin, C. Bocquillon, M. Bernard, M. Brunato, A. Cans, Ma-

dame Cagne, P. Chassaing et H. Ha Minh, G. Claverie, J. Fabre, J.M. Fitreman, C. Fonade, J. Gruat, J. Ganoulis, G. Lacroix, F. Legrand et Madame Suys de la Ville de Paris, L. Masbernard, M. Moussa, M.H. Puech, M. Rambouil, M. Sanchez, M.L. Tison, D. Trivellato, J.P. Vacher.

Bibliographie partielle et partielle

- AGENCE DE BASSIN LOIRE-BRETAGNE (1980)
L'assainissement individuel — Principes et techniques actuelles.
Rapport d'Etude inter-agences (126 pages).
- AISA L., CAUSSADE B., GEROGÉ J., MASBERNAT L. (1981)
Echanges de gaz dissous en écoulements stratifiés de gaz et de liquide.
International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 24, N° 6, pp. 1 005-1 018.
- ALQUIER M. (1976)
Le transport solide dans les canaux découverts et les rivières naturelles.
Cours Polycopié ENSEEIHT, Institut National Polytechnique de Toulouse (110 pages).
- BALAFOUTAS G., ABBOTT M.B. (1977)
Two dimensional model for two layer flow
Journal of the Engineering Mechanics Division ASCE, Vol. 103, EMS Proc. Paper, October 1977, pp. 789-806.
- BESBES M. (1978)
L'estimation des apports aux nappes souterraines : un modèle régional.
Thèse de Doctorat ès Sciences — Université Pierre et Marie Curie — Paris — Décembre.
- BOCQUILLON C. (1980)
Les petits ruisseaux font les grandes rivières.
Rapport interne, Laboratoire d'Hydrologie Mathématique, Université des Sciences et Techniques, Montpellier.
- CAMICHEL C. (1935)
Contribution à l'étude des veines liquides
Revue Générale de l'Hydraulique, Nov-Déc., N° 6, pp. 293 à 299.
- CAMICHEL C., MONFERRAN L. (1963)
Sur les tourbillons
C.R.A.S. t. 256, pp. 4 334-4 337, Séance du 20 Mai.
- CHAMBOLLE T. (1980)
L'assainissement, où en est-on ?
Le Moniteur des Travaux Publics, 28 Juillet, pp. 14-18.
- CHARDENA S. (1982)
Note documentaire sur l'assainissement de Saint Jean de Luz
Document Agence de Bassin Adour-Garonne.
- CHASSAING P. (1979)
Mélange turbulent de gaz inertes dans un jet de tube libre.
Thèse de Doctorat ès-Sciences, Institut National Polytechnique de Toulouse (240 pages).
- CHASSAING P., HA MINH H. (1980)
Turbulence — Introduction à l'analyse physique et à la modélisation mathématique.
ENSEEIHT (63 pages).
- CLAVERIE G. (1976)
Le service de l'assainissement à Toulouse.
Ingénieurs des Villes de France, N° 5, pp. 51-61.
- CLAVERIE G. (1982)
L'assainissement pluvial au service de l'urbanisme.
Session de formation continue : la conception des V.R.D. et l'urbanisme dans les opérations d'habitat individuel.
Ecole Nationale des Ponts et Chaussées — Paris — 9-11 Mars.
- CUNGE J.A. (1969)
Au sujet d'une méthode de calcul de propagation de crues (MUSKINGUM)
Journal of Hydraulic Research, Vol. 6, N° 2.
- DARTUS D.
Etudes et modélisation de l'influence des grosses structures tourbillonnaires sur les performances d'un appareil de décanation.
Thèse de Docteur-Ingénieur, Institut National Polytechnique de Toulouse.

- DAT J., FONADE C. (1972)
Aménagement du lac Strofylia de l'île Skiotos.
Rapport N° 289-1, Institut de Mécanique des Fluides de Toulouse.
- DELMAS (1979)
Méthode d'analyse des performances d'un décanteur rectangulaires.
Thèse de Docteur-Ingénieur, Institut National Polytechnique de Toulouse.
- DESBORDES M. (1974)
Réflexions sur les méthodes de calcul des réseaux urbains d'assainissement pluvial.
Thèse de Docteur-Ingénieur, Université des Sciences et Techniques du Languedoc, Montpellier.
- DESBORDES M. (1975)
Une étude générale de l'assainissement pluvial urbain.
La Houille Blanche, N° 1, pp. 37-43.
- DESBORDES M. (1975)
Un essai de modélisation des phénomènes de ruissellement pluvial urbain.
T.S.M., Mars.
- DOMINGUEZ (1977)
Etude fondamentale d'un décanteur de particules solides — Détermination des critères de similitude.
Thèse de Docteur-Ingénieur, Institut National Polytechnique de Toulouse.
- FABRE J., RAMNY BALA (1980)
Equations générales de transfert de masse de quantité de mouvement d'énergie dans les eaux de surface.
Annales Université d'Abidjan, Série C; Tome XVI, pp. 71-102.
- FADOUS B., RIGHI S. (1982)
Etude sur modèle réduit de l'affouillement du lit de la Mejerdah à Sidi-Salem.
Mémoire d'Ingénieur, ENIT Tunis, (63 pages).
- FERSCHNEIDER G. (1982)
Ecoulement gaz-liquide à poches et bouchons dans les conduites de section circulaire.
Thèse de Docteur-Ingénieur, Institut National Polytechnique de Toulouse (145 pages).
- FITREMAN J.M. (1976)
The stability of gas flow over a stagnant liquid in a pipe and the onset of slugging.
Int. J. Multiphase Flow, Vol. 3, pp. 117-122.
- FLOKSTRA (1976)
Generation of two dimensional horizontal secondary currents.
Rapport S 163-11, Laboratoire d'Hydraulique de Delft.
- FONADE C., DAT J. (1974)
Aménagement du port de Zeas.
Rapport N° 310-2, Institut de Mécanique des Fluides de Toulouse.
- GAHOULIS J., KOUTITAS C. (1980)
Utilisation des données hydrographiques et de modèles mathématiques pour l'étude hydrodynamique du Golfe de Thessalonique.
5^e Journées Etude Pollution, pp. 937-944, Cagliari, CIESM.
- GAHOULIS J., KRESTONITIS J. (1982)
Choix du site optimum d'évacuation des eaux usées dans une région côtière.
Rapport V-9 — L'assainissement de demain — XVII^e Journées de l'Hydraulique, Nantes, 14-16 Septembre.
- GAUDU R. (1978)
Structures arborescentes et maillées et hydraulique et hydrologie.
Thèse de Doctorat ès Sciences, Institut National Polytechnique de Toulouse.
- GRUAT J. (1981)
Transport solide et modèles réduits.
Cours présenté à l'Université Pontificale du Chili.
- GUERRIN F. (1981)
Le lagunage naturel des eaux usées des collectivités rurales.
Rapport de l'Agence de Bassin Adour-Garonne — Mai.
- HUFFENUS (1974)
La simulation de la turbulence dans les modèles petula.
Analytical and Numerical Methods for Investigation of Flow Fields with Chemical Reactions Especially related to combustion — AGARD Conference Proceedings N° 164, Communication 13, (13 pages).
- Instruction technique relative aux réseaux d'assainissement des agglomérations (1977).
Imprimerie Nationale.
- JBARA M. (1982)
Ecoulements diphasiques en conduite.
Mémoire d'Ingénieur, ENIT Tunis, Juin.
- LACROIX G. (1980)
Le projet de station d'épuration de la Ville de Marseille.
Le Moniteur, 28 Juillet, Assainissement, pp. 19-22.
- MARSEILLE INFORMATIONS (1975)
Deuxième émissaire.
Marseille Informations, N° 60, Janvier.
- MARSEILLE INFORMATIONS (1979)
La grande station d'épuration des eaux.
Marseille Informations, N° 100-101, Janvier-Février.
- MASBERNAT L., FABRE J. (1981)
Modèle numérique de calcul des fréquences de poches dans l'écoulement intermittent diphasique en conduite.
Rapport de Contrat I.F.P., Janvier.
- RAMANY BALA POOBADY (1979)
Le système lagunaire Ebrie en Côte d'Ivoire : fonctionnement hydrodynamique et salinité.
Thèse de Doctorat Ingénieur — Institut National Polytechnique de Toulouse (189 pages, 64 figures).
- RANCHET J. RUPERT Y. (1982)
Moyens d'action pour limiter la pollution due aux eaux de ruissellement en système séparatif et unitaire — Synthèse bibliographique.
Rapport de recherche N° 111, Laboratoire des Ponts et Chaussées (Laboratoire Régional de l'Ouest Parisien).
- REMIERAS G. (1960)
L'Hydrologie de l'Ingénieur.
Eyrolles.
- THIBAUT S. (1979)
Eléments pour une phénoménologie en hydrologie urbaine.
Thèse de Docteur-Ingénieur — INSA Lyon, (361 pages).
- THIRRIOT C. (1960)
Contribution à l'étude des régimes variés et des régimes transitoires dans les canaux d'usine.
Thèse Doctorat ès Sciences — Faculté des Sciences de Toulouse (370 pages).
- THIRRIOT C. (1968)
Critique d'un algorithme de calcul de propagation des crues.
C.R.A.S. t. 266, p. 90.
- THIRRIOT C. (1973)
De l'oxygène frais pour les petits poissons.
Rapport Interne — Institut de Mécanique des Fluides de Toulouse.
- TODOROVICH, GANI, ALQUIER M., LE GUENNEC B. (1981)
A stochastic model for the transport of solid particles in a concentrator.
Rapport Interne G.T.S., Institut de Mécanique des Fluides de Toulouse.
- VACHER J.P. (1982)
Collecte et épuration des eaux.
Revue Adour-Garonne, N° 23, Février, pp. 13-16.
- VIGNOLLES C. (1982)
Les réseaux d'assainissement de la Ville de Toulouse — Examen des principaux problèmes et de quelques solutions apportées.
- VILLE DE PARIS (1982)
Les égouts de Paris.
Documents du Service Technique de l'Assainissement.