SOCIÉTÉ HYDROTECHNIQUE DE FRANCE

Comité technique — Session n° 127 — Paris — 20 et 21 mars 1985

FONCTIONNEMENT DES TURBOMACHINES A DÉBIT PARTIEL

Calcul de l'écoulement tridimensionnel potentiel dans une roue de pompe centrifuge à débit partiel

*Three dimensional potential flow
Calculation in a centrifugal impeller at low flow rate*

J.F. Combes
EDF
Chatou

Pour permettre une meilleure connaissance du fonctionnement des turbomachines hydrauliques, on a développé un ensemble de programmes de calcul par éléments finis de l'écoulement tridimensionnel dans de telles machines.

Après avoir exposé la méthode, limitée dans un premier temps à des écoulements potentiels, on présente les résultats obtenus à trois débits différents, pour la pompe SHF.

To gain a better understanding of the operation of hydraulic turbomachines, a set of programs for finite element computation of the 3D flow in such machines was developed.

After describing the method, initially limited to potential flows, the results obtained for the SHF impeller at three different flow rates are presented.

Calcul de l'écoulement tridimensionnel potentiel dans une roue de pompe centrifuge à débit partiel

I. INTRODUCTION

L'écoulement dans une pompe est par nature tridimensionnel, instationnaire, visqueux et fortement turbulent, surtout aux débits partiels, et ne peut être appréhendé globalement par le calcul à l'heure actuelle. Cependant, une analyse de cet écoulement à partir de modèles simplifiés permet d'apporter un grand nombre d'informations quant au fonctionnement des pompes. La simplification la plus importante consiste à supposer l'écoulement relatif dans la roue comme stationnaire et composé d'un écoulement principal "sain" non visqueux, et de couches limites sur les parois.

Pour étudier cet écoulement "sain", l'approche numérique la plus utilisée a été introduite par Wu vers 1950 et consiste à calculer l'écoulement sur deux familles de surfaces sécantes S1 et S2 et à itérer entre les deux solutions. En général, on suppose de plus que les surfaces S1 sont axissymétriques, et on calcule l'écoulement méridien sur une surface S2 moyenne et l'écoulement aube à aube sur ces surfaces S1. Depuis quelques années, grâce au développement des moyens de calcul, on commence à calculer directement cet écoulement "sain" tridimensionnel. Une approche simplifiée consiste à se limiter au cas d'écoulements potentiels (réf. 2, 3). C'est ce que nous avons retenu dans un premier temps et que nous décrivons ici. Par la suite, nous envisageons des calculs rotationnels tels que ceux qui sont décrits pour des compresseurs centrifuges, en réf. 4 et 6.

II. FORMATION DE L'ÉCOULEMENT POTENTIEL

II.1. Equations

Dans un système de coordonnées lié à la roue tournant avec une vitesse angulaire ω , les équations régissant l'écoulement stationnaire d'un fluide non visqueux sont les suivantes :

Equation de continuité

$$\text{div}(\rho \vec{W}) = 0 \quad (1)$$

Equation du mouvement

$$\vec{W} \wedge (\text{rot } \vec{W} + 2 \vec{\omega}) = \text{grad } I - T \text{ grad } S \quad (2)$$

Equation d'énergie

$$\vec{W} \cdot \text{grad } I = 0 \quad (3)$$

Equation d'état

$$\rho = \text{cte} \quad (4)$$

$$I = h + \frac{W^2 - U^2}{2} \quad \text{désigne la rothalpie}$$

On supposera en plus que l'écoulement est isentropique, soit :

$$\vec{W} \cdot \text{grad } S = 0 \quad (5)$$

et que la rothalpie I et l'entropie S sont uniformes dans le plan d'entrée. On en déduit que :

$$\text{grad } I = \text{grad } S = 0$$

dans tout le champ et que si :

$$\text{rot } \vec{W} + 2 \vec{\omega} = 0$$

dans le plan d'entrée, cette relation est vérifiée partout.

Moyennant ces hypothèses, l'équation du mouvement devient :

$$\text{rot } \vec{V} = 0 \quad \text{avec} \quad \vec{V} = \vec{W} + \vec{U}$$

et on peut définir une fonction potentiel Φ

$$\text{telle que :} \quad \text{grad } \Phi = \vec{V}$$

soit en coordonnées cylindriques :

$$\frac{\partial \Phi}{\partial r} = v_r = w_r$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial \Phi}{\partial \theta} = v_\theta = w_\theta + w_r$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial z} = v_z = w_z$$

L'équation de l'écoulement potentiel à résoudre sera donc :

$$\Delta \Phi = 0$$

II.2. Conditions aux limites

Les hypothèses précédentes correspondent à un écoulement de type vortex libre dans tout plan suffisamment éloigné des aubes pour que l'on puisse considérer que l'écoulement y est axisymétrique.

Pour une pompe centrifuge, on pourra donc considérer comme frontière amont un plan orthogonal à l'axe de rotation Oz sur lequel en tout point, on aura :

$$\frac{\partial \Phi}{\partial n} = -v_z = \text{cte}$$

De même, on choisira comme frontière aval, un élément de cylindre d'axe Oz en tout point duquel :

$$\frac{\partial \Phi}{\partial n} = v_r = \text{cte}$$

Les valeurs correspondantes de v_z et v_r doivent satisfaire à la conservation du débit.

Sur les parois, on applique une condition de glissement : $\vec{W} \cdot \vec{n} = 0$

soit $\frac{\partial \Phi}{\partial n} = 0$ sur le plafond et la ceinture

et $\frac{\partial \Phi}{\partial n} = W_r \cos \beta$ sur les aubes, β désignant l'angle entre la normale à l'aube $\vec{n}$ et la direction périphérique $\vec{U}$.

En amont et en aval des aubes, on applique une condition de périodicité :

$$\bar{W}(r, \theta, z) = \bar{W}(r, \theta + \frac{2\pi}{N_a}, z) \quad \text{où } N_a \text{ est le nombre d'aubes.}$$

Cette condition correspond à un saut de potentiel

$\Delta \Phi$ entre deux espaces interaubes consécutifs : $\Delta \Phi$ est proportionnel à la circulation.

Le choix de $\Delta \Phi$ à l'aval doit être compatible avec la condition de Kutta-Joukowski. Celle-ci, dans l'hypothèse d'un écoulement potentiel, ne pourra être réalisée qu'en moyenne, ou qu'en un seul point du bord de fuite, ce qui limite la méthode de façon importante.

II.3. Superposition de solutions

On tire parti du caractère linéaire de l'équation du potentiel en cherchant quatre solutions indépendantes correspondant respectivement à la prise en compte du débit, de la rotation, de la circulation amont et de la circulation aval. Par combinaison linéaire entre ces quatre solutions, on peut obtenir numériquement tous les cas de fonctionnement possibles.

III. RESOLUTION PAR UNE METHODE D'ELEMENTS FINIS

Nous avons choisi de résoudre l'équation du potentiel par une méthode d'éléments finis, bien adaptée à la prise en compte de la géométrie et des conditions aux limites.

Le domaine de calcul est constitué par un canal interaube prolongé à l'amont et à l'aval, maillé au moyen d'éléments isoparamétriques à 20 noeuds.

L'équation du potentiel est discrétisée aux N noeuds de ce maillage à partir d'une méthode de résidus pondérés, en utilisant une formulation de Galerkin (fonctions de pondération égales aux fonctions de forme des éléments). On obtient :

$$\sum_{j=1}^N \Phi_j \iiint_V \overrightarrow{\text{grad}} N_i \cdot \overrightarrow{\text{grad}} N_j \, dV = \iint_S N_i \frac{\partial \Phi}{\partial n} \, ds$$

où Φ_j est le potentiel au noeud j, N_i et N_j les fonctions de forme.

Les conditions aux limites de type Neumann sont ainsi introduites directement dans le second membre. L'équation précédente correspond à un système de N équations à N inconnues. Pour que ce système soit régulier, il faut imposer la valeur du potentiel en au moins un point. Pour le résoudre, nous avons choisi une méthode frontale : l'assemblage et la résolution sont faits simultanément et les équations sont éliminées dès qu'elles sont complètement assemblées. Ceci permet de travailler sur des matrices réduites comportant peu de termes nuls. Ainsi, dans l'exemple décrit plus loin, pour 3660 équations, on ne doit stocker en mémoire centrale qu'une matrice d'ordre 137.

Les vitesses sont obtenues par dérivation des fonctions de forme en 8 points de Gauss par élément.

IV. DESCRIPTION DES PROGRAMMES DE CALCUL UTILISES

Un ensemble de trois programmes de calcul a été constitué pour calculer l'écoulement dans les turbomachines hydrauliques. Le premier, permet d'obtenir très rapidement et de façon interactive, un maillage tridimensionnel du domaine de calcul. Il est basé sur les considérations suivantes :

- les données géométriques sont les mêmes que celles qui sont requises pour un calcul d'écoulement méridien : les aubes sont définies par les coordonnées (r, θ, z) de points situés sur leur squelette, et par une répartition d'épaisseur.
- on maille séparément le squelette de l'aube et son prolongement à l'amont et à l'aval, et on raccorde les maillages bidimensionnels obtenus. Le maillage d'une telle surface est obtenu en assimilant cette surface à un élément isoparamétrique : le maillage rectangulaire du carré de référence permet d'obtenir un maillage régulier en utilisant les fonctions d'interpolation de l'élément. Le maillage tridimensionnel complet est obtenu par rotation du maillage des surfaces autour de l'axe Oz, tout en prenant en compte l'épaisseur de l'aube.
- le programme est écrit en mode conversationnel, et on peut contrôler et modifier le maillage obtenu par visualisation sur console graphique. On trouvera un exemple de surfaces

de maillage sur les figures 1 et 2. Le temps de calcul sur IBM 3081 est de l'ordre de 10 à 20 secondes pour un maillage complet.

Le deuxième programme, fonctionnant sur Cray 1, permet de calculer en chaque noeud du maillage, les quatre potentiels élémentaires correspondant au débit, à la rotation, à la circulation amont et à la circulation aval. Il utilise le fichier constitué par le programme de maillage et comprenant les coordonnées des noeuds, la numérotation des noeuds et des éléments, et les conditions aux limites.

Comme le premier, le troisième programme est écrit en mode conversationnel et il est utilisé sur une console graphique. A partir du fichier de maillage, et du fichier des potentiels calculés, il permet de calculer les trois composantes de la vitesse en 8 points de Gauss par élément, et par suite de fournir sous forme graphique, les champs de vitesse sur les surfaces de maillage, la répartition des vitesses et pressions sur les aubes, l'évolution de la circulation, etc... Le temps de calcul pour ce programme est de l'ordre de 10 à 30 s sur IBM 3081, selon les sorties désirées.

V. APPLICATION AU CALCUL DE L'ECOULEMENT DANS LA POMPE SHF

L'écoulement dans la pompe SHF a été calculé par cette méthode pour trois débits différents : le débit nominal Q_n , et les débits partiels $0,8 Q_n$ et $0,7 Q_n$.

Figure 1 : Maillage dans un plan méridien

Figure 2 : Maillage sur une coupe aube-à-aube

Le maillage comporte 675 éléments, soit : 27 mailles dans la direction de l'écoulement (7 en amont, 15 sur l'aube et 5 en aval) et 5 mailles dans chacune des directions transversales (figures 1 et 2).

Le nombre de noeuds correspondants est de 3660. Le calcul des potentiels a duré environ 25 s sur Cray1.

On trouvera sur le tableau I, la hauteur interne obtenue pour les trois débits, ainsi que les angles α'_2 et β'_2 et les valeurs minimales et maximales de la vitesse relative sur les aubes au niveau de la ceinture et du plafond. A titre de vérification, le débit a été réintégré à partir du champ de vitesses calculées, et l'écart avec le débit imposé est partout inférieur à 0,5 %

	H_i en m	α'_2 en degrés	β'_2 en degrés	Plafond		Ceinture	
				W_{min} en m/s	W_{max} en m/s	W_{min} en m/s	W_{max} en m/s
Q_n	33,25	12,9	13,8	5,3	15,5	5,4	15,7
$0,8 Q_n$	37,21	9,3	12,7	3,2	13,4	3,2	13,6
$0,7 Q_n$	39,16	7,7	12,0	1,9	12,4	1,9	12,5

Tableau I

Figure 3 : Comparaison entre les calculs 3D et quasi 3D au niveau du plafond

Figure 4 : Comparaison entre les calculs 3D et quasi 3D au niveau de la ceinture

Sur les figures 3 et 4, on compare les répartitions de vitesse sur l'aube obtenues par le calcul tridimensionnel et par un calcul quasi-tridimensionnel au débit nominal. La différence au niveau du bord de fuite provient essentiellement d'une prise en compte différente de la condition de Kutta-Joukovsky. Au bord d'attaque, l'absence de point d'arrêt s'explique par le fait que l'on calcule les vitesses aux points de Gauss, situés à l'intérieur des éléments, et non sur l'aube. En dehors de ces zones, les résultats obtenus par ces deux méthodes complètement différentes concordent très bien. Les effets tridimensionnels sont très faibles au débit nominal, et l'hypothèse de calcul potentiel tout à fait justifiée pour cette géométrie de pompe (la condition de Kutta-Joukovsky est respectée sur toute la largeur du bord de fuite). Ces effets tridimensionnels peuvent être mis en évidence sur la figure 5 qui représente le champ de vitesses méridiennes au voisinage de la face en dépression : les vecteurs-vitesse sont légèrement inclinés vers le bas dans la région située en aval du bord d'attaque, côté ceinture, par rapport à la direction moyenne de l'écoulement qui suit bien les lignes de maillage. Cet effet n'apparaît pas sur la face en pression (fig. 6).

Figure 5 : Vitesses méridiennes sur la face en dépression

Figure 6 : Vitesses méridiennes sur la face en pression

Sur les figures 7 et 8, on peut voir l'influence du débit sur la répartition de vitesses sur les aubes. On constate une désadaptation croissante au niveau du bord d'attaque, surtout au plafond, lorsque l'on réduit le débit. On notera également, le creusement progressif de la courbe de vitesse sur la face en dépression en aval du bord d'attaque. L'effet de la variation du débit se fait sentir surtout dans le premier tiers de la roue.

Figure 7 : Vitesse relative sur l'aube au niveau du plafond

Figure 8 : Vitesse relative sur l'aube au niveau de la ceinture

VI. CONCLUSION

La méthode de calcul que nous venons de décrire est maintenant opérationnelle ; en plus des calculs présentés, elle a été appliquée aussi bien à l'écoulement dans une roue que dans une bache spirale de turbine Kaplan. Par rapport aux méthodes quasi-tridimensionnelles classiques, pour la mise en oeuvre, elle semble intermédiaire entre un calcul méridien simple, et un calcul complet faisant intervenir un couplage entre

calculs méridiens et aube à aube, le temps de calcul global étant du même ordre de grandeur. Par contre, elle présente l'inconvénient d'être limitée actuellement aux cas d'écoulements potentiels, et il n'est pas possible d'introduire de schémas de pertes. Elle est ainsi beaucoup mieux adaptée aux pompes centrifuges qu'aux turbines ou aux machines axiales ou diagonales. Si la condition de Kutta-Joukovsky n'est pas respectée sur toute la largeur, il est possible d'empiler des solutions pour lesquelles cette condition sera respectée localement, mais l'équilibre radial risque alors de ne plus être satisfait.

Des développements sont en cours pour étendre les possibilités de calcul à des écoulements rotationnels, mais on perdra alors l'avantage de pouvoir superposer des solutions.

BIBLIOGRAPHIE

- 1 WU C.H. A General Theory of Three-Dimensional Flow in Subsonic and Supersonic Turbo-machines of Axial, Radial, and Mixed Flow Types.
NACA TN 2604 1952
- 2 EL-GUINDEHI S., EMLER J., KECK H. : Three-dimensional potential flow through

turbomachinery cascades of complex shape modelled by finite elements.
Symposium sur la modélisation fine des écoulements.
AIRH PARIS 7-10 septembre 1982

- 3 HOLMES D.G. et Mc NABB J.Y. : Application of three dimensional finite element potential flow analysis to hydraulic turbines.
Symposium sur la modélisation fine des écoulements.
AIRH PARIS 7-10 septembre 1982
- 4 LACOR C. et HIRSCH Ch. : Rotational flow calculations in three-dimensional blade passages.
ASME GT 316 Avril 1982
- 5 IRONS B.M. A Frontal Solution Program For Finite Element Analysis.
Int. Journal For Numerical Methods in Engineering (1970)
- 6 BOSMAN C. et AHRABIAN D. Calculation of stalled flow in a Centrifugal Impeller.
Computational Methods in Turbomachinery.
IME Birmingham 10-12 avril 1984

Discussion

Président : M. Le Professeur J. MATHIEU

En réponse à M. MATHIEU, M. COMBES précise que l'application de la condition de KUTTA-JOUKOVSKI se fait en imposant la circulation à l'aval.

M. GUITON souligne le problème de définition de la condition de KUTTA-JOUKOVSKI au bord de fuite qui fait apparaître les différences entre les répartitions de vitesse obtenues par les calculs quasi-tridimensionnel et tridimensionnel qui viennent d'être présentées. Il rappelle le problème industriel du profilage des aubes à la sortie qui crée des variations sur les résultats expérimentaux et suggère d'effectuer des essais de profilage sur la roue S.H.F. et un contact à ce sujet entre les sous-groupes 1 c et 1 e/f.

M. WEGNER observe un début de divergence entre les vecteurs vitesse sur l'intrados et l'extrados au voisinage de la ceinture sur les figures présentées et demande s'il est possible d'obtenir des tourbillons complets en réduisant le débit.

M. COMBES explique que cela est possible mais que la validité du calcul est alors remise en cause en raison des hypothèses : fluide parfait, écoulement irrotationnel.

En réponse à une question de M. FANELLI concernant l'influence de la densité du maillage et de la distorsion des éléments sur les résultats du calcul, M. COMBES indique qu'elle joue surtout au voisinage du bord d'attaque, les résultats restant inchangés sur le reste de l'aube. Il précise que pour un maillage constitué de deux fois moins d'éléments, l'angle de sortie varie de moins d'1/2 degré.

Avant de lever la séance, Le Président donne la parole à Monsieur CANAVELIS.

M. CANAVELIS. — Je profite de cette heure de la demi-journée pour vous dire combien les animateurs du groupe de travail n° 1 qui s'occupe des débits partiels, c'est-à-dire M. AMBLARD, M. BONNAFOUX, et moi-même, sommes reconnaissants envers toutes les personnes et tous les organismes qui collaborent dans ce groupe de travail et qui ont fait les exposés de ce matin,

particulièrement dans le groupe 1 e/f qui s'est occupé d'expérimentations et des calculs sur un véhicule d'essai.

Je voudrais souligner entre autres l'importance du travail effectué au niveau des calculs : il convient en effet de prendre conscience du nombre d'heures de techniciens, du temps machine et, donc des dépenses auxquelles tout cela conduit; dépenses qui sont prises en charge par les différents organismes et sociétés participant au Groupe de Travail.

Au niveau expérimental, je voudrais rappeler les nombreux essais qui ont été faits à Lyon, à Lausanne et à Lille. Je veux souligner particulièrement la sympathique collaboration apportée par nos amis suisses à Lausanne et par nos amis italiens (HYDROART) à Milan. Sans eux, je crois que la Société Hydrotechnique de France serait amputée d'une grosse partie de son potentiel.

En ce qui concerne les expériences faites à l'I.N.S.A. et à l'E.N.S.A.M., je voudrais rappeler qu'elles ont été financées en partie par le Ministère de la Recherche et de la Technologie dans une action qui a été très fortement appuyée par le Professeur MATHIEU et le Professeur CHAUVIN et je les en remercie au nom de la Société Hydrotechnique de France.

(Applaudissements)

Le Président. — Il faut en effet remercier le Ministère qui nous a aidés de son mieux. Je crois que l'essentiel est que nous parvenions à donner à l'ensemble de la Nation, toutes options confondues (industriels et universitaires), l'assurance que nous allons vers une allure de croisière qui soit tout à fait compatible avec les difficultés économiques que l'on peut rencontrer, et je me félicite de cette rencontre d'aujourd'hui qui, à mon sens, a été extrêmement fructueuse.

Je remercie encore les auteurs de communications et les personnes qui sont intervenues et je lève la séance.

La séance est levée à 12 h 40.