

Calcul des écoulements pariétaux : modèles de turbulence et méthodes numériques

Calculation of wall flows : turbulence models and numerical methods

J. Cousteix

Chef du D.E.R.A.T., ONERA/CERT, Toulouse

Différents aspects du calcul des écoulements turbulents pariétaux sont présentés. En particulier, les approches récentes de représentation pratique des effets de la turbulence sont discutées. Différents modèles de calcul appliqués en aérodynamique sont également discutés.

Various aspects of wall turbulent flow calculations are presented. Recent approaches of practical turbulence modelling are discussed. Various calculation models applied in aerodynamics are also discussed.

1. Introduction

L'aérodynamique est un domaine privilégié dans lequel les méthodes de calcul des écoulements sont de plus en plus utilisées. Même s'il n'est pas envisagé de définir les formes d'un avion uniquement à partir des résultats qui sortiraient d'un super-ordinateur, les prévisions théoriques se doivent d'être sans cesse de plus en plus précises. L'une des difficultés qui limitent l'amélioration des méthodes théoriques est la représentation des effets de la turbulence.

Actuellement, une grande partie des techniques effectivement exploitées industriellement reposent sur la résolution des équations de Navier-Stokes moyennées. Ces équations ne permettent pas de décrire directement l'évolution de l'écoulement moyen car elles contiennent des inconnues supplémentaires : les tensions de Reynolds.

Après avoir rappelé les différentes voies qui permettent d'aboutir à des modèles de turbulence qui visent à calculer ces tensions, nous indiquerons comment ces modèles sont utilisés dans les méthodes de calcul.

2. Représentation des effets de la turbulence

La principale difficulté que soulève le calcul des écoulements turbulents est liée à la viscosité qui se caractérise par le rôle important qu'elle joue même lorsque le nombre de Reynolds est grand. Son action résulte en une transformation en chaleur d'une partie de l'énergie cinétique de l'écoulement par le travail qu'effectuent les forces de viscosité. Ce phénomène de dissipation est une cause essentielle d'irréversibilité.

A grand nombre de Reynolds, le passage au régime turbulent s'accompagne de la formation de tout un ensemble de mouvements imbriqués les uns dans les autres. Suivant la description classique, on attribue à chacun de ces mouvements une échelle de longueur et une échelle de vitesse. Il existe des mouvements à grande échelle de longueur qui assurent un brassage énergétique de l'écoulement. Il existe aussi des mouvements de petite échelle dont le nombre de Reynolds caractéristique est de l'ordre de l'unité. Dans ces structures, la viscosité agit très

efficacement et elle donne lieu à une forte dissipation.

Les échelles de longueur, de vitesse et de temps mises en jeu dans l'ensemble du mouvement turbulent sont telles que le fluide se comporte comme un milieu continu. Les équations de Navier-Stokes s'appliquent donc parfaitement à l'étude de la turbulence et l'écoulement peut, en principe, être calculé à l'aide de méthodes numériques. Les techniques de simulation directe sont effectivement en plein développement actuellement.

Une difficulté pratique s'oppose toutefois à leur généralisation pour calculer des écoulements à très grand nombre de Reynolds. En effet, la diminution de la taille des structures dissipatives lorsque le nombre de Reynolds augmente conduit, pour résoudre numériquement les équations, à un découpage de l'espace tellement fin que la capacité des ordinateurs, actuels ou futurs, ne permet pas de capturer tous les détails de la turbulence. Néanmoins, ces techniques sont fort intéressantes car elles permettent de faire des expériences numériques [1] et, dans certains cas, de pallier les insuffisances des mesures qui peuvent être réalisées en soufflerie. Ces simulations fournissent aussi des données pour éventuellement améliorer les hypothèses introduites dans des méthodes approchées, comme celles présentées ci-dessous, mettant en œuvre une représentation des effets de la turbulence.

Pour les applications industrielles systématiques, il est nécessaire de faire appel à ces méthodes approchées. Le principe général de leur élaboration consiste à appliquer un filtre aux équations de Navier-Stokes. Formulés dans l'espace spectral, ce filtre est par exemple un filtre passe-bas. Les équations décrivent alors l'évolution des vitesses liées à des mouvements de grande échelle. Malheureusement, la non linéarité des équations fait apparaître des termes inconnus qui reflètent les interactions entre les mouvements de grande échelle et les mouvements de petite échelle rejetés par le filtrage des équations.

Les méthodes de simulation de grande échelle posent ainsi un problème délicat de représentation de ces interactions [2]. Toutefois la coupure du filtre peut être placée dans une gamme de nombres d'ondes suffisamment élevés pour que la structure de la turbulence ne dépende pas trop des caractéristiques des mouvements de grande échelle. De fait, les modèles existants, même relativement simples, permettent de reproduire assez bien les propriétés de la turbulence au moins dans des cas simples de turbulence homogène. L'avantage de ces techniques est de pouvoir traiter des écoulements à des nombres de Reynolds plus grands que les méthodes de simulation directe. Un de leurs défauts est de rester très coûteuses.

En pratique, les méthodes de calcul les plus utilisées font appel à un filtre qui ne laisse passer que la partie moyenne de l'écoulement.

La décomposition de l'écoulement en une partie moyenne (vitesse U_i , pression P) et en une partie fluctuante (u'_i , p') conduit aux équations de Reynolds (équations de Navier-Stokes moyennées) :

$$\rho \frac{\partial U_i}{\partial t} + \rho U_j \frac{\partial U_i}{\partial x_j} = - \frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\mu \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \rho \langle u'_i u'_j \rangle \right)$$

Les corrélations $-\rho \langle u'_i u'_j \rangle$ ou tensions de Reynolds sont des inconnues qu'il faut calculer par ailleurs, à l'aide d'un modèle de turbulence.

Les modèles de turbulence reposent très largement sur la schématisation d'une turbulence essentiellement réglée par un seul type de mouvements à grande échelle. Dans une couche limite bidimensionnelle, ces mouvements sont caractérisés par une échelle de vitesse u et une échelle de longueur ℓ . D'autre part, le gradient de vitesse moyenne a une composante prépondérante $\partial U / \partial y$ qui est la dérivée de la vitesse longitudinale suivant la normale à la paroi. Ce terme de cisaillement est à l'origine de l'existence de la turbulence et on admet qu'il impose son échelle de temps à la turbulence. On en déduit :

$$\frac{u}{\ell} = \frac{\partial U}{\partial y} \quad (1)$$

Si on admet de plus qu'il existe une bonne corrélation entre les fluctuations de vitesses longitudinale u' et transversale v' , on a : $-\langle u'_i v'_j \rangle \sim u^2$ (le signe est imposé par le fait que la turbulence a tendance à homogénéiser l'écoulement). On en déduit alors un modèle de type longueur de mélange.

Ce modèle donne des résultats corrects pour le calcul des couches limites. Son défaut est son manque de généralité car la longueur ℓ doit être modifiée. Pour remédier à cette déficience, des modèles ont été développés dans lesquels l'échelle de longueur ℓ est reliée à d'autres caractéristiques de la turbulence. En continuité de l'idée d'une turbulence régie par une seule échelle, on admet que le temps caractéristique de la dissipation est le même que celui des mouvements à grande échelle. Si ε est le taux de dissipation de l'énergie cinétique, on déduit que :

$$\frac{u^2}{\varepsilon} = \frac{\ell}{u} \quad (2)$$

Par élimination de ℓ , à partir de (1) et (2), on obtient :

$$-\langle u'_i v'_j \rangle \sim \frac{k^2}{\varepsilon} \frac{\partial U}{\partial y} \quad (3)$$

Cette formule ne résout pas le problème car k et ε sont de nouvelles inconnues. Celles-ci sont calculées à partir d'équations de transport qui décrivent leur évolution. En fait, ces équations, déduites des équations de Navier-Stokes et de la définition de k et ε , ne sont pas exactes et nécessitent une modélisation. Tous les modèles proposés jusqu'à présent sont assez voisins et font régulièrement l'objet de critiques, en particulier l'équation pour ε .

Dans les modèles de type longueur de mélange ou $k - \varepsilon$, la tension de Reynolds est reliée au gradient de vitesse par un coefficient de viscosité turbulente effective. Cette hypothèse est très discutable car elle constitue une relation phénoménologique qui n'est valable que pour des écoulements particuliers. De ce fait, des modèles plus élaborés ont été développés pour calculer directement les tensions de Reynolds à partir d'équations de transport.

Ces équations sont formées à partir de la définition des tensions de Reynolds et résultent d'une manipulation des équations de Navier-Stokes. A grand nombre de Reynolds, elles s'écrivent :

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \langle u'_i u'_j \rangle + U_j \frac{\partial}{\partial x_j} \langle u'_i u'_j \rangle \\ = P_{ij} - D_{ij} + \Phi_{ij} + \frac{\partial}{\partial x_l} J_{ijl} \end{aligned}$$

avec

$$P_{ij} = - \langle u'_i u'_l \rangle \frac{\partial U_j}{\partial x_l} - \langle u'_l u'_j \rangle \frac{\partial U_i}{\partial x_l}$$

$$D_{ij} = 2\nu \langle \frac{\partial u'_i}{\partial x_l} \frac{\partial u'_j}{\partial x_l} \rangle$$

$$\Phi_{ij} = \langle \frac{P'}{\rho} \left(\frac{\partial u'_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u'_j}{\partial x_i} \right) \rangle$$

$$J_{ijl} = - \langle u'_i u'_j u'_l \rangle + \langle \frac{P'}{\rho} (u'_i \delta_{jl} + u'_j \delta_{il}) \rangle$$

Ces équations requièrent naturellement une modélisation qui est très délicate à cause notamment de la présence de termes de corrélation pression-vitesse [3]. En restant dans le cadre d'une turbulence idéalisée, on peut admettre une relation ponctuelle avec les tensions de Reynolds, mais le caractère fortement non local du lien entre la pression et la vitesse met souvent en défaut une telle hypothèse. De plus, la modélisation de ce terme de corrélation pression-vitesse fait appel à l'idée d'une turbulence mono-échelle.

Ce rapide rappel de quelques approches permettant de représenter les effets de la turbulence montre que ce problème est loin d'être résolu de façon satisfaisante. En particulier, il faut bien noter que les principes mis en œuvre sont fondés sur une description très schématique de la turbulence et sur des propriétés d'écoulements très particuliers.

Malgré tous ces défauts et les critiques qu'ils suscitent, ces modèles de turbulence restent un outil commode qui permet de déboucher sur des résultats assez corrects si on prend soin de ne les appliquer que pour des écoulements où ils ont été validés. De fait, la comparaison systématique à l'expérience reste l'une des voies les plus sûres qui permet d'améliorer les modèles de turbulence.

3. Méthodes numériques

Supposons maîtrisées les questions de représentation des effets de la turbulence dans les équations de Reynolds. En principe, un écoulement peut alors être calculé par résolution numérique de ces équations. En pratique, cette approche ne répond pas complètement au problème car la lourdeur des techniques mises en œuvre et le souci de l'efficacité maximum n'autorisent pas l'emploi systématique de la solution numérique brutale des équations de Reynolds.

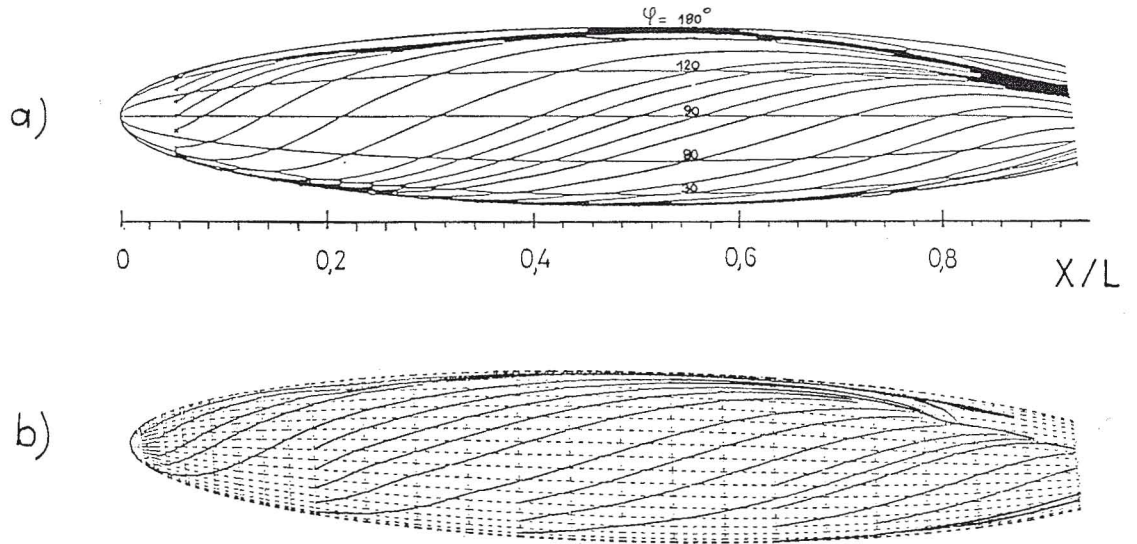
Une approximation bien connue consiste à décomposer l'écoulement en deux zones. Dans la plus grande partie du champ aérodynamique, les effets de la viscosité et de la turbulence sont négligeables et l'hypothèse de fluide parfait est justifiée. Près des parois, au contraire, la

viscosité et la turbulence jouent un rôle essentiel et on y applique l'hypothèse de couche limite ainsi que dans les sillages issus du mélange des couches limites. On montre qu'il y a équivalence entre d'une part les équations de Navier-Stokes (moyennées) complètes et d'autre part, les équations de fluide parfait associées à celles de la couche limite à condition de raccorder soigneusement l'écoulement visqueux à l'écoulement non visqueux. Les techniques de couplage sont précisément destinées à assurer correctement ce raccordement [4]. Ce raccord se fait en utilisant la notion d'épaisseur de déplacement ou de façon, en principe, équivalente, celle de vitesse de transpiration à la paroi. Suivant cette méthode, on montre que l'effet de la couche limite se traduit sur le calcul du fluide parfait par une condition à la paroi portant sur la vitesse normale à la paroi v_n : v_p est la condition de vitesse normale à la paroi qu'il faut appliquer aux équations de fluide parfait pour que soient représentés les effets de couche limite.

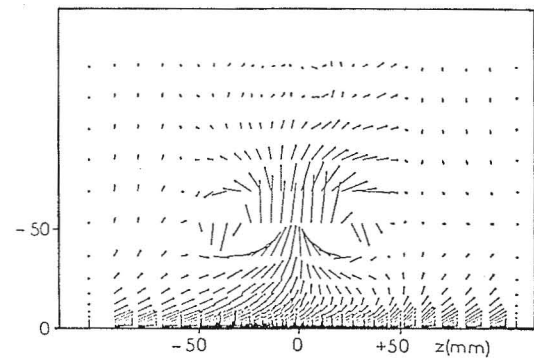
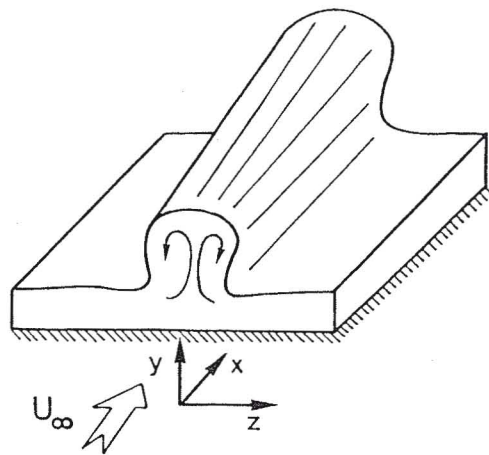
La procédure classique consiste dans une première étape à calculer le fluide parfait autour du profil (sans tenir compte des effets de couche limite). Dans une deuxième étape, la couche limite est calculée en utilisant la pression issue du premier calcul de fluide parfait. Ensuite, un nouveau calcul de fluide parfait est effectué en imposant la valeur de v_p à la paroi. Cette technique, dite de couplage faible, tombe en défaut lorsque la couche limite est décollée : on sait en effet que le calcul de la couche limite ne peut pas être poursuivi au-delà du point de décollement. Dans ce cas, des procédures différentes ont été mises au point. Elles consistent en particulier à résoudre les équations de la couche limite en mode inverse : suivant ce procédé, la pression n'est plus une donnée du calcul mais un résultat, alors que la vitesse de transpiration devient une donnée. De plus, l'ensemble des équations de fluide parfait et de couche limite complété par la condition de couplage doit être résolu exactement et non plus de façon approchée comme dans la technique de couplage faible. Il faut encore ajouter que, lorsque des décollements étendus interviennent, la description de la région visqueuse réclame un traitement moins restrictif que celui des couches limites classiques à cause notamment de l'existence d'une variation de la pression statique dans l'épaisseur de la couche limite.

En écoulement bidimensionnel, les techniques de couplage écoulement visqueux-non visqueux sont très largement appliquées à l'étude et à la définition de profils d'ailes [4]. Il est incontestable que ces techniques sont très avantageuses lorsque les couches limites sont minces. Par contre, lorsque des décollements étendus interviennent, ces techniques deviennent très lourdes et on peut légitimement se demander s'il n'est pas plus simple de résoudre directement les équations de Navier-Stokes (moyennées) complètes.

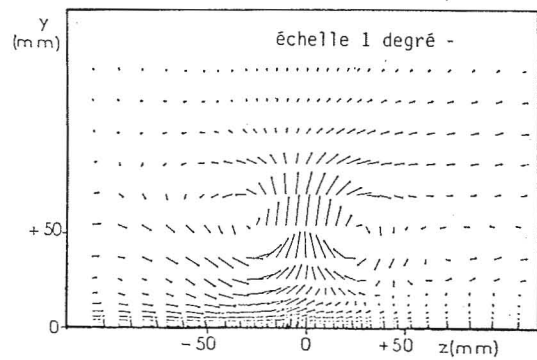
En écoulement tridimensionnel, le calcul de l'écoulement autour d'une aile en flèche ou d'un fuselage est plus complexe que celui d'un écoulement bidimensionnel. A terme, dans le cas d'un décollement étendu, il est raisonnable de penser que la voie la plus sûre s'appuiera sur la résolution des équations de Navier-Stokes (moyennées) complètes. Le décollement et l'allure de l'écoulement dans une zone décollée en écoulement tridimensionnel sont si compliqués qu'il est bien difficile d'y retrouver des éléments qui ressemblent à la couche limite.



1. Ecoulement autour de l'ellipsoïde DFVLR (incidence 10° — $R_e = 7,2 \cdot 10^6$ $U_\infty = 45 \text{ m s}^{-1}$)
 a) Lignes de courant pariétales déduites des mesures directionnelles de frottement
 b) Lignes de courant pariétales calculées (méthode intégrale)



Champ secondaire expérimental



Champ secondaire calculé

2. Calcul du mélange d'un écoulement tourbillonnaire et d'une couche limite

Actuellement, l'état des techniques est beaucoup moins avancé qu'en bidimensionnel et l'approche fluide parfait-couche limite reste l'outil de base de l'étude des écoulements tridimensionnels.

A titre d'exemple, la *figure 1* montre l'application d'un calcul de couche limite [5] à l'écoulement sur un ellipsoïde étudié expérimentalement par Meier *et al.* [6, 7]. Le nombre de Reynolds formé avec la longueur L de l'ellipsoïde est : $R_L = 7,2 \cdot 10^6$ et l'angle d'incidence est 10° . Dans ce cas, la couche limite est laminaire près du point d'arrêt et devient turbulente ensuite; la position de la transition a été fixée dans le calcul d'après les résultats expérimentaux. La vitesse, en grandeur et direction, à la frontière de la couche limite, est une donnée fournie par un calcul en fluide parfait. Dans l'expérience, les lignes de frottement pariétal sont déterminées d'après des mesures à l'aide de jauges directionnelles. La *figure 1* montre la comparaison de ces résultats à ceux issus du calcul de couche limite. On constate que ce calcul, simple, permet de déterminer assez bien l'existence du décollement mis en évidence expérimentalement sur la partie arrière de l'ellipsoïde.

Pour certains types d'écoulements, il est possible d'envisager des procédures de calcul dont le niveau de complexité se situe entre les méthodes de couche limite et celles de résolution des équations de Reynolds complètes. Elles s'appliquent lorsque l'écoulement possède une direction privilégiée; c'est par exemple le cas de l'écoulement au voisinage d'un raccord aile-fuselage. Certaines simplifications sont alors possibles. On néglige les termes de diffusion dans la direction principale. De plus, on suppose que la pression est de la forme : $P = \bar{P}(x) + p'(y, z)$, où x représente la direction longitudinale et y, z sont les coordonnées dans le plan de l'écoulement secondaire; la pression $\bar{P}(x)$ est supposée connue. Il résulte de ces simplifications que les équations peuvent être résolues par une méthode de marche de l'amont vers l'aval.

Cette procédure a été appliquée au calcul du mélange d'un tourbillon d'axe longitudinal avec une couche limite [8]. Dans ce cas, on a supposé que la pression $\bar{P}(x)$ est uniforme. Les données initiales sont fixées à l'abscisse $x = 0$, d'après les résultats expérimentaux obtenus par Bradshaw *et al.* [9] à cette station. Le modèle de turbulence utilisé est un modèle avec équations de transport pour les six composantes du tenseur de Reynolds et pour le taux de dissipation de l'énergie turbulente. La *figure 2* donne la comparaison calcul-expérience du champ des vitesses secondaires à l'abscisse $x = 0,465$ m.

Pour cet écoulement complexe, le modèle d'équations de transport utilisé reproduit assez bien l'évolution des vitesses moyennes, mais la comparaison des tensions de Reynolds, non donnée ici, est moins satisfaisante.

4. Conclusions

Les schémas de turbulence les plus largement utilisés industriellement font appel aux modèles d'équations de transport décrivant l'évolution des principales caractéristiques de la turbulence. Dans les années 70, ces techniques ont connu un développement spectaculaire qui a permis de franchir une étape significative dans le calcul des écoulements turbulents. Pour devenir réellement sûrs, ces modèles nécessitent encore des perfectionnements mais les très nombreuses améliorations proposées n'ont pas apporté un progrès décisif. En revanche, les méthodes numériques sont sans cesse en évolution et elles autorisent de traiter des écoulements autour de géométries de plus en plus complexes.

Références

- [1] ROGALLO R.S. — *Numerical experiments in homogeneous turbulence* — NASA TM 81315 (1981).
- [2] AUPOIX B. — Subgrid scale models for homogeneous anisotropic turbulence — *Proceedings of the EUROMECH Colloquium N° 199* — Direct and large eddy simulation of turbulence — *Notes on Numerical Fluid Mechanics*, Vol. 15, Vieweg, Braunschweig (1986).
- [3] LAUNDER B.E., REECE G.J., RODI W. — Progress in the development of REYNOLDS stress turbulence closure — *J. Fluid Mech.*, Vol. 68, Part 3 (1975).
- [4] LE BALLEUR J.C. — « Couplage visqueux non visqueux : analyse du problème incluant décollements et ondes de choc » — *La Recherche Aérospatiale*, N° 1977-6 (1977).
- [5] COUSTEIX J., GLEYZES C., AUPOIX B. — « Analysis of three-dimensional separation by using a boundary layer approach » — *International Conference on Fluid Mechanics* — Beijing, China (1987).
- [6] MEIER H.U., KREPLIN H.P., VOLLMERS H. — « Development of boundary layer and separation patterns on a body of revolution at incidence » — *2nd Symposium on Numerical and Physical Aspects of Aerodynamic Flows*, Long Beach, California (1983).
- [7] MEIER H.U., KREPLIN H.P., LANDHAUSSER A., BAUMGARTEN D. — *Mean velocity distributions in three-dimensional boundary layers developing on 1:6 prolate spheroid with natural transition* — Internal Report DFVLR N° IB 228-84 A 10 (1984).
- [8] LIANDRAT J. — *Simulations numériques de l'interaction de tourbillons longitudinaux avec une couche limite turbulente de plaque plane* — Thèse de l'ENSAE, Toulouse (1986).
- [9] BRADSHAW P., SHABAKA I.M.M.A., MEHTA R.D. — *Turbulent vortex flows* — Report of Aeronautics Department of Imperial College of Science and Technology, London (1982).

Adresse de l'auteur

Monsieur J. Cousteix, Chef du DERAT, ONERA/CERT,
2, avenue Edouard Belin, 31055 Toulouse Cedex.

