Calcul direct, sans itération, de la perte de charge en conduite par la formule de Colebrook

J. Nackab

(BP 32, 78670 Villennes-sur-Seine)

La formule empirique de Colebrook, formule universelle de calcul des pertes de charge des conduites industrielles de section circulaire en régime turbulent, s'écrit

$$\lambda = \left[2 \log_{10} \left(\frac{0,27}{D/k} + \frac{2,51}{Re \sqrt{\lambda}} \right) \right]^{-2} = f \left(\frac{D}{k}, Re, \lambda \right) \quad (1)$$

λ est le coefficient de pertes de charge, celle-ci $= \Delta H$ en hauteur du fluide – étant donnée par la relation

$$\Delta H = \lambda \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g}$$

L est la longueur de la conduite, D son diamètre, V la vitesse moyenne de l'écoulement.

Dans la formule (1), k est l'épaisseur des rugosités de la paroi, et Re le nombre de Reynolds de l'écoulement ($Re = VD/\nu$, ν étant la viscosité cinématique du fluide).

La formule (1), formule de Colebrook, a l'inconvénient de comporter la grandeur recherchée λ dans des deux membres, ce qui conduit à une résolution par approximations successives.

Pour transformer ce calcul par itérations en calcul direct, nous avons essayé de trouver la valeur λ_0 qui, introduite dans le deuxième membre, conduirait à une valeur de λ aussi voisine que possible de la valeur donnée par (1). Nous avons pensé prendre pour λ_0 la valeur de λ correspondant au régime lisse (D/k très grand). Cette valeur est aussi donnée par une formule implicite, mais l'approximation ci-dessous est excellente

$$\lambda_0 = 0,4 Re^{-0,3} + 0,0053 = f(Re) \quad (2)$$

La formule (1) devient alors

$$\lambda = \left[2 \log_{10} \left(\frac{0,27}{D/k} + \frac{2,51}{Re \sqrt{0,4 Re^{-0,3} + 0,0053}} \right) \right]^{-2} = f \left(\frac{D}{k}, Re \right) \quad (3)$$

Dans le tableau ci-dessous, le chiffre supérieur est, en %, le λ calculé au moyen de la formule explicite (3), le chiffre inférieur étant calculé à partir de la formule de Colebrook (1) par approximations successives, dans la gamme des D/k et Re correspondant aux utilisations habituelles.

On voit que l'emploi de la formule (3) donne des valeurs tout à fait acceptables.

$D/k \backslash Re$	10^3	10^4	10^5	10^6	10^7	10^8
10	12.3 11.7	10.5 10.3	10.2 10.2	10.2 10.2	10.2 10.2	10.2 10.2
10^2	6.3 6.8	4.1 4.3	3.8 3.9	3.8 3.8	3.8 3.8	3.8 3.8
10^3	6.2 6.3	3.1 3.2	2.2 2.2	2.0 2.0	2.0 2.0	2.0 2.0
10^4	6.3 6.3	3.1 3.1	1.8 1.9	1.3 1.3	1.2 1.2	1.2 1.2
10^5	6.3 6.3	3.1 3.1	1.8 1.8	1.2 1.2	0.9 0.9	0.8 0.8
10^6	6.3 6.3	3.1 3.1	1.8 1.8	1.2 1.2	0.8 0.8	0.6 0.6