Instabilités interfaciales : étude et modélisation de la pulvérisation

par J. Cousin, P. Camatte, X. Jeandel, C. Dumouchel, M. Ledoux

de l'Université de Rouen

I ■ INTRODUCTION

On pense souvent que la conception des dispositifs de pulvérisation ne peut relever que de pratiques empiriques. De fait, les nombreux techniciens concernés par la pulvérisation, de la pharmacie aux moteurs fusés ont dû résoudre leurs problèmes de conception d'atomiseur en faisant appel à l'expérience. De plus la grande variété des domaines d'activité et des échelles des entreprises concernées conduisait à une communication nulle des résultats sur le sujet. Par ailleurs ce sujet n'éveillait pas dans le monde universitaire, surtout latin, d'intérêt particulier.

Bien que Rayleigh et lord Kelvin aient déjà posé dès la fin du siècle dernier les bases de la théorie linéaire des instabilités, il a fallu pratiquement attendre les années 50 pour voir Squire tenter d'appliquer ces théories à l'instabilité d'une nappe liquide, et les années 70 pour que N. Dombrowski associe ces méthodes à des visualisations en vue de valider de premiers calculs. Dans l'ambiance de ces dernières décennies qui a vu les Universitaires jeter un regard moins dédaigneux sur les problématiques industrielles, le développement de nouvelles méthodes optiques, tant de visualisation rapide que de granulométrie, a été observé, possible grâce aux performances des calculateurs modernes et quelques équipes universitaires se sont penchées à nouveau sur un thème de mécanique des fluides à la complexité parfois désespérante. Dans cette perspective, cet article présente quelques résultats obtenus à Rouen, dans le cadre du GDR 1027.

Tout dispositif de pulvérisation a pour objet la génération d'un écoulement liquide, jet ou nappe qui se révélera instable et se divisera en gouttelettes, ayant dans la pratique un diamètre compris entre dix et quelques centaines de μm . La pratique montre que, hormis pour le problème de Rayleigh, c'est la différence de vitesse entre le liquide et l'atmosphère gazeuse qui l'entoure qui induit l'existence de forces aérodynamiques *déstabilisantes*. Les forces de tension superficielle sont par ailleurs généralement *stabilisantes*. Ces forces sont inversement proportionnelles

aux rayons de courbure de l'interface, en vertu de la loi de Laplace. On comprendra alors qu'un fort différentiel de vitesse conduise à des structures d'instabilité, donc à des tailles de gouttes plus petites.

On distingue généralement la *pulvérisation mécanique*, où le différentiel de vitesse est obtenu en projetant le liquide dans une atmosphère calme, et la *pulvérisation assistée* où l'énergie cinétique est donnée au gaz ambiant. Toutes choses égales par ailleurs, un même différentiel de vitesse sera obtenu à moindre coût en pulvérisation assistée. En général, ce dernier mode de fonctionnement conduira à des tailles plus petites. Par contre, sur le plan pratique, l'assistance implique deux générateurs de fluide au lieu d'un.

Les études effectuées et résumées ici relèvent de divers domaines industriels. La pulvérisation mécanique (*pressure swirl atomizer*), intéresse entre autres la pharmacie, la parfumerie, la combustion domestique ou industrielle, les moteurs terrestres ou maritimes (essence ou gazole), l'agriculture (pesticides...), le génie des procédés (génie chimique, séchage) ou la sécurité civile (incendies). L'atomisation assistée concerne les moteurs aéronautiques ou spatiaux, certaines applications militaires, à moyen terme l'industrie automobile (injecteurs « ventilés »), la pharmacie.

La modélisation d'un pulvérisateur implique différents calculs relevant de la mécanique des fluides, mais de natures différentes.

- Génération de l'écoulement à déstabiliser (ou des écoulements en cas d'assistance) : il s'agit là d'un calcul d'hydrodynamique interne, qui varie suivant l'atomiseur étudié.
- Etude de la stabilité de l'écoulement liquide produit. Dans la majorité des cas on fera appel à une théorie de stabilité linéaire, souvent à caractère analytique, ou non linéaire, impliquant un traitement numérique.
- Etude de la production du spray postérieure à la nappe. Le plus souvent la plus grande complexité du problème se trouve à ce stade, et il faut envisager le recours à des méthodes statistiques, telles que le Formalisme d'Entropie

Maximum, décrit plus loin. Il faut en effet être conscient de ce que le résultat d'une pulvérisation est un *brouillard composé de gouttes réparties en général sur un spectre assez large*.

On peut déjà envisager une modélisation complète d'un atomiseur mécanique, incluant, on le verra la prédiction d'un spectre de tailles. Une telle technique est présentée au § 2. Dans d'autres cas, les phénomènes sont mal connus et une étude par visualisation est nécessaire pour valider la modélisation, non seulement au niveau des résultats, mais aussi des hypothèses. On en présentera un exemple au § 3 dans le cas de la modélisation des injecteurs aérodynamiques utilisée en aéronautique. Lorsque le différentiel de vitesse est important, la zone occupée par les phénomènes d'instabilité est très mince et on peut considérer qu'on a un phénomène localisé à une interface unique. Les méthodes linéaires, basées sur une analyse en modes normaux ne peuvent conduire qu'à des déformations d'interface purement sinusoïdales, ce qui est démenti par la visualisation [29]. On doit alors avoir recours à des méthodes non linéaires. On présente au § 4 une telle méthode (feuilletés tourbillonnaires discrétisés). Dans ce cas, les modes normaux sont susceptibles d'interactions non linéaires. On en montrera de premiers effets ici.

II ■ L'INJECTEUR MÉCANIQUE À COMPOSANTE ROTATIVE (SWIRL)

Un spray de liquide est caractérisé, d'une part, par les diamètres et les vitesses des gouttes produites, et d'autre part par sa densité et sa répartition spatiale. Ces caractéristiques sont fonctions de la géométrie et de la vitesse de l'écoulement libre généré par l'atomiseur, et de l'instabilité de cet écoulement. On va retrouver ici les trois étapes de la modélisation énumérées en introduction : l'hydrodynamique interne, la déformation et la rupture du système liquide, et la formation d'un nuage polydispersé.

● 2.1 Hydrodynamique interne et production de la nappe liquide

Présent dans de nombreuses applications domestiques et industrielles, l'injecteur à composante rotative (ou injecteur à swirl) repose sur le principe de fonctionnement suivant. Par l'intermédiaire des canaux d'entrée (voir fig. 1) le liquide à atomiser est injecté tangentiellement dans la chambre circulaire (chambre de « swirl ») dans laquelle un fort écoulement de rotation prend place. À l'orifice de décharge, le vecteur vitesse des particules fluides a deux composantes (axiale et azimutale) ; la nappe liquide produite est donc conique. Une des particularités de l'écoulement interne dans ce type d'injecteur réside dans le développement autour de l'axe de symétrie d'un cœur d'air dont le rayon est plus important dans l'orifice que dans la chambre de swirl. Ainsi, le système liquide au sortir de l'injecteur est une nappe conique de très faible épaisseur.

Afin de prédire au mieux les caractéristiques initiales de cet écoulement libre déterminantes pour la génération du spray en aval, nous avons développé un modèle numérique permettant le calcul de l'écoulement interne d'un injecteur à swirl. Basé sur la résolution directe des équations de la mécanique des fluides dans un domaine d'intégration dé-

1. Schéma d'un injecteur à swirl. a) vue de dessus, b) vue de côté (1 : port d'entrée, 2 : chambre de swirl, 3 : orifice).

duit de la géométrie interne de l'injecteur étudié, ce code de calcul, baptisé FISA (*Flow Inside a Swirl Atomizer*) et présenté en détail dans les références [1] à [3], a clairement montré l'influence des propriétés géométriques de l'injecteur sur la forme des profils de vitesses en sortie, et donc sur le processus d'atomisation lui-même, et a permis d'établir une relation semi-empirique pour prédire l'angle de cône au sortir de l'injecteur.

Dans sa configuration actuelle, FISA suppose que l'injecteur est rempli de liquide et ignore la présence du cœur d'air, ce qui empêche le calcul de l'épaisseur initiale de la nappe conique. Pour cette raison, nous couplons ce calcul avec l'étude de Doumas et Laster [4] qui suggère une méthode simple pour calculer ce paramètre, mais qui ne reste utilisable que pour des liquides de faibles viscosités et pour des fonctionnements en régime établi, zone dans laquelle le cône de la nappe a atteint sa valeur maximum et n'est plus fonction de la pression d'injection. Moyennant ces hypothèses quelque peu restrictives, il nous est donc possible de prédire la géométrie et les composantes moyennes de vitesses du système liquide libre et donc d'étudier son évolution dans le milieu gazeux environnant.

● 2.2. Déformation et rupture du système liquide

L'atomisation des liquides trouve son origine dans l'instabilité de la nappe formée. Des perturbations, toujours présentes dans la nature, vont croître en amplitude, jusqu'à entraîner la rupture. Il existe des approches linéaires ou non linéaires à ce problème, d'ailleurs très inégalement développées. Dans le cadre d'applications pratiques, la méthode linéaire apparaît comme un bon compromis.

La théorie linéaire convient aux systèmes liquides basses vitesses (typiquement inférieure à 40 m/s). Cette approche mathématique, décrite en détails dans les références [5] et [6], suppose que la perturbation des interfaces est une somme de déformations sinusoïdales (modes du spectre de Fourier) définies par un nombre d'onde k . Dans le développement mathématique, les équations écrites sont linéaires.

risées, en négligeant tous les termes quadratiques incluant la perturbation. Les solutions pour chaque mode sont alors additives.

Les équations utilisées sont, d'une part les *équations de la mécanique des fluides* (continuité et Euler linéarisée), et, d'autre part des conditions à l'interface. Les *conditions cinématiques* expriment que les interfaces sont toujours constituées des mêmes particules liquides et gazeuses. Les *conditions dynamiques* utilisent la loi de Laplace et traduisent la continuité de la composante normale du tenseur des contraintes. Si la viscosité du liquide est prise en compte, la conservation de la composante tangentielle du tenseur des contraintes doit être ajoutée (voir [6]).

Ce système d'équations amène l'écriture de l'*équation de dispersion du problème* qui permet de calculer le taux de croissance en fonction du nombre d'onde de la perturbation considérée. La résolution de cette équation de dispersion, algébrique, conduit à un diagramme de dispersion.

Cette approche est (relativement) légère et pour l'essentiel, analytique. Elle met en évidence la contribution déstabilisatrice des forces aérodynamiques qui vont toujours jouer en faveur du développement des instabilités, et celle stabilisatrice des forces de tension superficielle ou de viscosité, qui, dans la majorité des cas, s'opposent à la croissance des perturbations et tentent de ramener le système liquide vers sa forme initiale.

Le diagramme de dispersion indique les modes qui sont susceptibles de croître. L'un d'eux possède un taux de croissance supérieur à tous les autres. Cette perturbation, définie par son nombre d'onde et son taux de croissance, est appelée *onde dominante*, et est supposée être seule responsable de la désintégration du système liquide. La théorie linéaire permet donc de prédire une *échelle caractéristique du processus de désintégration* qui, couplée avec un schéma de rupture, peut être transformée en un diamètre théorique de goutte. En effet, en se basant sur le processus de rupture suggéré par Dombrowski et Hooper [7]. Il est immédiat de déduire un diamètre d_G de gouttes en faisant appel à la théorie de Rayleigh, théorie linéaire appliquée au jet cylindrique. On obtient :

$$d_G = 1,51 \sqrt{\lambda h} \quad (2.1)$$

où λ est la longueur d'onde de l'onde dominante et h l'épaisseur de la nappe liquide.

Pour appliquer ce formalisme aux nappes coniques produites par les injecteurs à swirl, nous avons tout d'abord adapté la théorie linéaire au cas d'une nappe cylindrique munie de deux composantes de vitesse (une axiale et une azimuthale), et nous avons supposé qu'une nappe conique pouvait être assimilée à une série de nappes cylindriques de rayon interne croissant et d'épaisseur décroissante. L'onde dominante obtenue est alors la superposition d'une perturbation azimuthale et d'une perturbation longitudinale. Le schéma de rupture que nous avons utilisé est directement calqué sur celui de la nappe plane avec production de ligaments toriques, et le diamètre théorique conserve une forme identique à l'équation (2.1).

Nous sommes donc face à un modèle qui à partir d'une géométrie d'injecteur et de propriétés physiques d'un couple liquide-gaz, propose un diamètre théorique des gouttes du spray produit à des conditions de fonctionnement choisies.

Ce modèle a été récemment testé sur une série de quatre injecteurs à swirl, construits pour ce travail, et en fonctionnement avec de l'eau et dans les conditions atmosphériques uniquement [3]. Les mesures de distributions de tailles ont été effectuées avec un Malvern 2600D. Dans chaque cas, une méthode simple de repérage a été utilisée pour situer la mesure la plus proche possible du plan des ligaments où les risques d'atomisation secondaires sont minimisés.

Les comparaisons entre les calculs et la série des diamètres moyens d_{pq} déduite des mesures, ont montré que le diamètre théorique d_G pouvait être assimilé au diamètre moyen de Sauter d_{32} avec une tolérance raisonnable. Ce résultat permet alors d'aborder la dernière phase de l'étude, la prédiction d'une polydispersion.

2.3. Formation du nuage. Polydispersion

Dans la pratique quelquefois, la connaissance d'un diamètre moyen n'est pas suffisante pour caractériser le spray

2. Procédure de calcul des p.d.f. de tailles des sprays produits par les injecteurs à swirl.

et on recherche la fonction de densité de probabilité (p.d.f.) représentative de la distribution de tailles des gouttes produites. Beaucoup d'industriels sont fortement intéressés par la possibilité de prédire cette p.d.f. sans aucune aide expérimentale, mais là encore les méthodes d'investigations ne sont que trop peu développées. En 1985, une nouvelle voie s'est ouverte grâce aux études de Sellens [8] et Li et Tankin [9] qui, pour la première fois, ont suggéré l'utilisation du formalisme de l'entropie maximum à la détermination théorique des distributions de tailles des gouttes d'un spray.

Ce formalisme permet de calculer une fonction de densité de probabilité d'une variable aléatoire, respectant d'éventuelles propriétés connues regroupées sous le terme générique d'informations, et dont les expressions mathématiques constituent la série des contraintes que la p.d.f. recherchée se doit de satisfaire. Pour ce faire, il suggère que la p.d.f. à considérer comme solution est celle qui reste la plus objective face à la série de contraintes imposées, c'est-à-dire, celle dont l'entropie est maximum.

Dans leurs différentes investigations, Sellens, et Li et Tankin, ont choisi d'écrire les contraintes à partir des lois physiques de conservation s'appliquant à la masse, à la quantité de mouvement et aux énergies cinétiques et de surface. L'utilisation de ce type de contraintes à partir des principes présente deux inconvénients. D'abord elles introduisent une série de termes sources qui restent inconnus. De plus, même si on « devine » pour ces termes sources des valeurs ou expressions empiriques, le résultat obtenu réclame l'introduction d'une échelle des diamètres des gouttes, déduite de résultats expérimentaux, qui enlève à la méthode le caractère purement théorique qu'on lui souhaite.

Pour contourner ce problème, nous avons utilisé la remarque suivante : d'un point de vue mathématique, l'écri-

ture d'une contrainte est équivalente à la définition des diamètres moyens D_{q0} c'est-à-dire :

$$\int_{D_{\min}}^{D_{\max}} f_n(D) D^q dD = D_{q0}^q \quad (2.2)$$

où f_n est la p.d.f. de distribution numérique.

Dans l'application de ce formalisme au cas de nos injecteurs à swirl, nous avons proposé une nouvelle procédure, schématisée sur la figure 2. Dans la mesure où le calcul amont, décrit dans les paragraphes précédents, ne permet d'obtenir qu'un seul diamètre théorique, une seule contrainte doit être utilisée ici afin d'assurer l'unicité de la solution. L'ordre de la contrainte (valeur de q) a une influence sur la forme finale de la p.d.f. Dans les situations que nous avons testées, il est apparu qu'un ordre égal à 1 était le mieux adapté. Comme l'indique la figure 2, la valeur du d_{10} est utilisée comme pivot, prenant différentes valeurs estimées jusqu'à fournir une distribution dont le diamètre de Sauter est équivalent au diamètre théorique d_G .

Les confrontations entre distributions de tailles calculées et mesurées ont montré un excellent comportement de la procédure de calcul dans la mesure où, dans chaque cas, la largeur de la p.d.f. et la position du maximum sont prédites avec satisfaction. Deux exemples de comparaisons sont présentés sur les figures 3 et 4. Notons cependant, que pour des raisons liées au schéma de rupture utilisé dans la modélisation et qui correspond essentiellement à la production des gouttes qui représentent la majeure partie du volume injecté, la procédure présentée ici n'est performante que pour la détermination des distributions volumiques de tailles.

3. Comparaison des distributions de tailles (pression d'injection : 10 bars).

4. Comparaison des distributions de tailles (pression d'injection : 3 bars).

III ■ PULVÉRISATION ASSISTÉE. INSTABILITÉ D'UNE NAPPE ANNULAIRE

● 3.1 Le programme de recherche

Des injecteurs utilisés fréquemment en aéronautique utilisent la déstabilisation d'une nappe liquide annulaire par deux écoulements gazeux (intérieur et extérieur) à composante azimutale (swirl). On peut là encore diviser les phénomènes de pulvérisation en instabilité primaire et en un processus de désintégration secondaire. Les rares visualisations dont on disposait montrent une situation très complexe. C'est à l'*instabilité primaire* qu'on s'est intéressé ici.

Partant de l'hypothèse de travail d'une instabilité capillaire transversale analogue à ce qu'on observe dans le cas d'une nappe plane, une *approche linéaire a fait l'objet d'une étude particulière*. On renverra à Camatte *et al.* ([19], [20]), pour l'exposé, assez lourd, de cette méthode originale. Précisons simplement qu'il s'agit d'un calcul applicable à toute nappe liquide annulaire. Par rapport à d'autres méthodes publiées antérieurement ([11] à [13]), on s'est affranchi de nombreuses hypothèses restrictives, notamment celles qui exigent un rapport h/a négligeable (Martinon, Weihs ; h est l'épaisseur de la nappe liquide et a son rayon), ou qui ne peuvent prendre en compte que des échelles d'instabilité (longueur d'ondes) grandes devant le rayon a (Guillié).

Afin de simplifier la géométrie (et de piloter les paramètres expérimentaux), un générateur de nappe annulaire idéalisé a été construit [20]. Ce générateur permet de « cisailler » une nappe liquide annulaire de quelques centaines de μm d'épaisseur par deux écoulements d'air, éventuellement affectés d'une composante azimutale. Les dimensions choisies sont représentatives des injecteurs aéronautiques.

Différents schémas de déstabilisation ont alors été observés ; les échelles identifiables ont été, à chaque fois que cela a été possible, comparées aux résultats de la théorie d'instabilité linéaire évoquée plus haut. Nous nous limiterons dans ce qui suit à une rapide description des régimes observés.

● 3.2 Etude expérimentale

Différents paramètres de fonctionnement du générateur de nappe sont contrôlables. Nous avons fait varier :

- le diamètre $2a$ de la nappe annulaire : 7 mm et 17,8 mm,
- la vitesse du liquide U_L : de 0,5 à 4 m/s,
- la vitesse de l'air intérieur U_i : de 0 à 60 m/s,
- la vitesse de l'air extérieur U_e : de 0 à 60 m/s,
- l'épaisseur de la nappe liquide a été maintenue à 400 μm .

Par ailleurs, nous avons pu effectuer quelques essais à pression ambiante forte dans le cadre de l'Action concertée.

Les différentes configurations d'écoulement observées peuvent être classées en fonction de la vitesse débitante du liquide, V_L . Ils apparaissent sur les figures 5.

a)

b)

c)

d)

e)

5. Les processus de rupture de la nappe annulaire.

- a) $U_L = 0,5 \text{ m/s}$, $U_i = U_e = 10 \text{ m/s}$; b) $U_L = 0,5 \text{ m/s}$, $U_i = U_e = 20 \text{ m/s}$; c) $U_L = 3 \text{ m/s}$, $U_i = 3,4 \text{ m/s}$, $U_e = 0$; d) $U_L = 4 \text{ m/s}$, $U_i = 40 \text{ m/s}$, $U_e = 0$; e) $U_L = 10,6 \text{ m/s}$, $U_i = 30 \text{ m/s}$, $U_e = 0$.

Figures 5a et b : $V_L < 0,5$ m/s. Des « longueurs d'ondes » λ longitudinales apparaissent. Leur échelle est petite et correspond aux prédictions de la méthode linéaire. Lorsque la vitesse de l'écoulement d'air intérieur croît, la rupture apparaît de plus en plus tôt. Pour U_L supérieur à 40 m/s les instabilités transversales ne sont plus visibles. La formation de gouttes résulte de l'apparition de filaments longitudinaux.

La modélisation développée dans le cadre de l'Action concertée ([19], [20]) a pu être comparée aux diverses échelles dans le cas des faibles vitesses ($U_L < 0,5$ m/s) de liquide, et pour une gamme de vitesses de gaz limitée de 10 à 20 m/s. Pour ces conditions, la comparaison s'avère satisfaisante (fig. 6).

6. Comparaison, pour $U_L = 0,5$ m/s entre les échelles observées et la théorie linéaire.

Figures 5c et d : $0,5 \text{ m/s} < V_L < 10 \text{ m/s}$. Deux échelles se superposent :

- une petite échelle λ due aux instabilités de Kelvin-Helmholtz mise en évidence dans le cas précédent,
- une grande échelle L , que ne peut prévoir la théorie linéaire. Ce phénomène a été peu étudié et nous semble relever de ce qu'on appelle encapsulation (étudié par Kendall [15] et Wang [16] *et al.*). Une étude détaillée du comportement de ces échelles en fonction des différents paramètres a été menée (on renverra à [20] pour des résultats complets). Lorsque les vitesses de liquide et de gaz sont très voisines, seule l'encapsulation se manifeste. Hashimoto *et al.* ont observé postérieurement à nous ce phénomène, en l'attribuant à des ondes capillaires. Leur calcul des longueurs d'ondes capillaires montre que les valeurs expérimentales sont d'un ordre de grandeur supérieur aux valeurs calculées. Nous observons le même rapport d'ordre de grandeur entre nos valeurs de λ et de L . L'interprétation de Hashimoto *et al.* nous semble donc inexacte à ce niveau.

On a noté également l'apparition de canelures longitudinales sur la nappe avant sa rupture. Ces canelures semblent responsables du déchirement en fragments longitudinaux (ce phénomène a été peu photographié).

Figure 5e : $V_L > 10$ m/s. Le phénomène des canelures semble s'amplifier. Dès 19 m/s la nappe laisse place à une suite de filaments longitudinaux. Ce phénomène nous paraît important car il est fondamental au niveau des injecteurs annulaires à haute pression (tels les Diesel). D'un

point de vue physique, nous n'avons rien trouvé dans la littérature dans le cas d'interfaces liquide/gaz. Nous avons baptisé ce phénomène effet Rasta. Il nous semble de nature analogue aux instabilités longitudinales rencontrées dans les couches de mélange (structures cohérentes de Roskko, Breidenthal [17], Bernal [18]...).

IV ■ MÉTHODE DES FEUILLETS TOURBILLONNAIRES. INTERACTIONS DE MODES

Les méthodes linéaires sont (relativement) simples, et permettent des prédictions d'échelles globales à un coût de calcul réduit. Elles sont utiles pour prédire un mode de plus forte croissance temporelle, en d'autres termes, une échelle dominante. Conduisant à l'expression d'un mode sinusoïdal unique, elles ne peuvent prédire correctement la forme de l'instabilité pour les temps longs, c'est-à-dire quand l'amplitude devient forte. En effet, à ces temps longs, l'instabilité diffère fortement d'une sinusoïde. Par exemple, dans le cas de l'atomisation d'une interface liquide plane, la surface prend la forme d'une suite de bâtonnets qui se divisent ultérieurement en gouttes [29]. Cette évolution de la forme au-delà du sinusoïdal peut s'interpréter comme une création d'harmoniques qu'une analyse en mode normal ne peut donc prédire correctement. On l'a déjà remarqué, l'analyse linéaire néglige les termes quadratiques (en $V_{\text{grad}} V$) de l'équation d'Euler, impliquant la perturbation. Chaque mode sinusoïdal croîtra donc indépendamment des autres. Aux fortes amplitudes, ceci est évidemment faux, les termes non linéaires de l'équation d'Euler introduiront une *interaction de modes*. Au-delà de cette remarque, la suite nous montrera que, dans certains cas, le mode dominant peut ne plus être celui de la théorie linéaire. Le spectre de la perturbation est affecté.

Pour étudier ce problème, certains auteurs ont développé des méthodes dites faiblement non linéaires (par exemple [30]), où les interactions de modes sont calculées par approximations successives. Ces méthodes restent de nature analytiques mais sont très lourdes. Elles permettent, par exemple de prévoir la forme d'un cylindre liquide excité loin de sa fréquence de Rayleigh.

Plus récemment des méthodes numériques ont été proposées : la méthode VOF, des résolutions des équations de Navier-Stokes avec un maillage adaptatif. Ces méthodes prennent en compte la viscosité des fluides ; par contre, la définition de l'interface y est toujours délicate. Assez curieusement, les interactions de modes ont été peu mises en lumière dans ces calculs.

Proposée par Rosenhead dès 1931 [21] pour les fluides monophasiques, et adaptée depuis aux interfaces diphasiques, la méthode des feuillets tourbillonnaires discrétisés est limitée à l'étude des fluides parfaits. Par contre, elle peut se satisfaire de moyens de calcul plus modestes.

Nous renverrons à la littérature pour un exposé complet du principe de ces calculs ([10], [19], [22] à [27]). Nous en montrerons ici l'application à la déformation d'une interface liquide-gaz initialement plane sous l'influence d'une perturbation. Cette perturbation pourra être *monochromatique* : on aura alors le prolongement du calcul non linéaire aux temps longs. La forme de l'interface pourra être *polychromatique*, c'est-à-dire s'interpréter comme la somme de plusieurs modes sinusoïdaux. On étudiera alors

l'interaction de ces modes. Notons que l'évolution d'une perturbation initialement sinusoïdale, vers une forme de ligament revient à une création d'harmoniques. Une certaine interaction de mode est là aussi présente.

Rappelons brièvement la méthode : on peut assimiler mathématiquement l'interface mobile entre liquide et gaz à une suite *continue* de fils tourbillonnaires. L'interface est alors discrétisée en une suite de fils distincts. Le suivi numérique du mouvement 2D de ces fils constitue alors la donnée de la géométrie d'interface. La circulation attachée à chaque fil dépendra évidemment des vitesses locales des fluides à l'interface (le fluide étant parfait, on admettra une discontinuité : la densité de vorticit locale sera alors $[U_1 - U_2]$). Donc, lorsque l'interface se dplace, la cinmatique des fluides varie et la vorticit attache chaque fil varie.

Le calcul s'appuiera sur trois relations : les *quations du mouvement de chaque fil*, l'*volution de la vorticit* (encore appele intensit tourbillonnaire) attache chaque fil, la *donne de la rpartition initiale de vorticit*. Nous passerons ici sur les difficults techniques dues en particulier la concentration des fils dans les zones de forte courbure. Une redistribution des fils et de la vorticit est alors ncessaire. Notons enfin que cette mthode prsuppose une *dformation priodique de l'interface*. Il y aura donc une longueur d'onde dite *fondamentale* gale la priode spatiale de l'interface. On appellera *harmoniques* les modes sinusodaux d'chelle sous-multiples de ce fondamental.

Rappelons enfin que, dans la thorie linaire de Kelvin-Helmholtz des instabilits capillaires, l'onde de croissance maximum a un nombre d'onde k ou une longueur d'onde λ ($k = 2\pi/\lambda$) tels que $W = 2/3$. W est un nombre de Weber dfini par :

$$W = \frac{k\sigma}{(\Delta U)^2} \left[\frac{1}{\rho_L} + \frac{1}{\rho_G} \right]$$

o σ est la tension superficielle, une masse volumique (pour le liquide ou le gaz) et ΔU le diffrentiel de vitesses.

Nous montrerons, titre d'illustration de cette mthode, quelques rsultats. Toutes les figures reprsentent l'amplitude rduite η de l'instabilit, norme par la fonction d'onde λ en fonction de l'abscisse rduite x , galement norme par λ . Les figures reprsentent donc en units l'aspect de l'interface diffrents temps rduits τ dfinis par $\tau = t \Delta U / \lambda$, o ΔU est le diffrentiel de vitesses entre les deux coulements. On a galement introduit le nombre sans dimension ρ gal au rapport des masses volumiques des fluides suprieur et infrieur. Des valeurs de 10^{-2} 1 ont t prises en compte.

Tout d'abord, l'effet de la tension superficielle sur la forme d'une onde monochromatique est montre sur les figures 7a 8b. On retrouve les rsultats d'auteurs prcdents : la tension superficielle supprime l'enroulement d'une phase sur l'autre (structure cohrente de la couche de mlange). Au contraire, on observe une forme de btonnet. Ces ligaments ont t observs et photographis en particulier par Hoyt et Taylor [29].

La mthode ne permet de prendre en compte que des longueurs d'ondes qui sont des multiples entiers d'une fondamentale. Toutefois cette fondamentale n'est pas obligatoirement prsente dans le calcul. On peut donc avoir des interactions d'ondes ayant entre elles des rapports entiers (fondamentale + harmonique 2, par exemple) ou des rap-

7a et 7b. Evolution d'une perturbation monochromatique sans tension superficielle ($W = 0$). $\eta_0 = 0,001$; $r = 1$.

8a et 8b. Evolution d'une perturbation monochromatique avec tension superficielle $W = 2/3$. $\eta_0 = 0,001$; $r = 1$.

ports rationnels (pas de fondamentale, harmonique 2 et 3, par exemple). Nous conviendrons ici d'appeler harmonique 2, la perturbation de longueur d'onde moiti du fondamental, mme si celui-ci est absent (rappelons qu'en tout tat de cause, la priodicit spatiale impose par la mthode est celle de ce fondamental). Enfin, pour bien marquer les effets d'interaction, les modes ont des amplitudes initiales identiques (η a la mme valeur qu'il s'agisse du fondamental ou d'un harmonique).

On peut donc choisir le mode qui, dans la thorie linaire crotrait le plus vite. Dans ce qui suit, on a choisi l'harmonique 2 ou l'harmonique 3. Nous dirons alors que W_2 ou W_3 est gal $2/3$. En l'absence d'interaction non linaire entre modes, c'est videmment le mode W_i gal $2/3$ qui doit l'emporter.

Ceci est ralis sur les figures 9a et 9b o l'on reprsente l'interaction fondamentale/harmonique 2 avec $W_2 = 2/3$. On peut galement remarquer l'influence d'un dphasage entre les deux harmoniques (figs. 10a et 10b). L'amplitude initiale est trs faible (en rduit $\eta = 0,0001$).

Dans deux travaux plus rcents ([19], [31]), on peut constater un phnomne plus surprenant. Nous avons associ au trac des interfaces une reprsentation du spectre

a)

b)

9a et 9b. Evolution d'une perturbation polychromatique avec tension superficielle. Présence d'un fondamental et de l'harmonique 2, sans déphasage. $\eta_0 = 0,0001$; $r = 0,05$; $W_2 = 2/3$.

10a et 10b. Evolution d'une perturbation polychromatique avec tension superficielle. Présence d'un fondamental et de l'harmonique 2, déphasés de $\pi/2$. $\eta_0 = 0,0001$; $r = 0,05$; $W_2 = 2/3$.

a)

b)

11a et 11b. Evolution d'une perturbation polychromatique avec tension superficielle. Pas de fondamental. Harmoniques 2, 3, 4 et 5, sans déphasage. $\eta_0 = 0,00025$; $r = 0,1$; $W_3 = 1/3$; $W_4 = 2/3$.

11c et 11d. Spectres de Fourier correspondant aux figures 11a et 11b.

de Fourier. Sur les figures 11a et 11b, on voit l'interaction d'harmoniques 2, 3, 4 et 5, pour $\eta = 0,025$ au temps initial du calcul. L'harmonique 4, dans ce calcul, est tel que $W_4 = 2/3$. On voit très nettement sur les figures 11c et 11d qu'entre les temps $\tau = 0,05$ et $\tau = 0,15$ le spectre de Fourier accuse un très net développement de l'harmonique 2, au détriment des modes 3, 4 et 5 qui, dans la théorie linéaire sont plus proches du mode dominant. L'exploitation de ces résultats reste en cours, mais une remarque s'impose. Il semble que, lorsque les modes qui interagissent sont dans un rapport entier, le mode dominant de la théorie linéaire le reste.

Par contre, on doit remarquer que les modes non dominants de la théorie linéaire sont avantagés lorsqu'ils interagissent avec des modes dominants de cette théorie avec lesquels ils ne sont pas en rapport entiers, mais rationnels. Enfin, il semble qu'alors les modes les plus longs (le plus proches en longueur d'onde du fondamental) soient avantagés.

V ■ CONCLUSION

Nous avons présenté ici quelques études tendant à rendre possible la conception rationnelle des atomiseurs. Le degré d'avancement en est certes divers, mais d'ores et déjà, notamment pour les pulvérisateurs mécaniques, des performances intéressantes sont obtenues. La méthode du maximum d'entropie est en voie d'application à d'autres types d'injecteurs, notamment dans le domaine automobile. Les études de stabilité de nappe annulaire ont produit des clichés très riches en information, qui demandent encore un effort d'interprétation. Cette étude va prochainement être reprise à haute pression ambiante. Le travail très limité que nous avons mené dans ce domaine a montré en effet des modifications marquées des processus [20]. La méthode des feuillets tourbillonnaires est fortement

concurrencée par les méthodes VOF, qui peuvent prendre en compte la viscosité ; on assiste ainsi à des diffusions de vorticit de la nappe vers les coulements. Toutefois l'outil prsent ici reste plus lger et son exploitation est potentiellement riche en informations, notamment en matire d'interaction de modes, qui pourrait se rvler un processus de gnration de polydispersion.

Rfrences

- [1] DUMOUCHEL C., LEDOUX M., BLOOR M., DOMBROWSKI N. and INGHAM D.B. (1990). — *The Design of Pressure Swirl Atomizers*. 23rd Symp. (INT.) on Comb., The Comb. Inst., p. 1461.
- [2] DUMOUCHEL C., BLOOR M.I.G., DOMBROWSKI N., INGHAM D.B. and LEDOUX M. (1993). — *Viscous Flow in a Swirl Atomizer*. Chem. Eng. Scien. vol. 48, n 1, p. 81.
- [3] COUSIN J., YOON S.J. and DUMOUCHEL C. (1995). — *Coupling of Classical Linear Theory and Maximum Entropy Formalism for Prediction of Drop Size in Sprays*. Application to Pressure Swirl Atomizer, soumis au journal Atom. and Sprays.
- [4] DOUMAS M. and LASTER R. (1953). — *Liquid Film Properties for Centrifugal Spray Nozzles*. Chem. Eng. Proc., p. 518.
- [5] DUMOUCHEL C. and LEDOUX M. (1991). — *Atomisation of Flat and Annular Liquid Sheet. Practical Use of Linear Theories*, ICLASS'91, Gaithersburg (U.S.A.), paper 12.
- [6] COUSIN J. and DUMOUCHEL C. (1995). — *The Effect of Viscosity on the Linear Instability of a Flat Liquid Sheet*, soumis au journal Atom. and Sprays.
- [7] DOMBROWSKI N. and HOOPER P.C. (1962). — *The Effect of Ambient Density on Drop Formation in Sprays*. Chem. Eng. Sci. vol. 17, p. 291.
- [8] SELLENS R.W. and BRZUSTOWSKI T.A. (1985). — *A Prediction of the Drop Size Distribution in a Spray from First Principles*. Atom. and Spray Techn. 1, p. 85.
- [9] LI X. and TANKIN R.S. (1987). — *Droplet Size Distribution : A Derivation of a Nukiyama Tanasawa Type Distribution Function*. Combust. Scie. and Tech. vol. 56, p. 65.
- [10] LEDOUX M. — *Modlisation des Sprays*. Cours de DEA d'Arothermochimie. Universit de Rouen.
- [11] MARTINON J. (1983). — *Instabilits d'une nappe liquide cylindrique en prsence de deux coulements gazeux*. J. de Mcanique, 2, n 4, pp. 629-641.
- [12] MEYER J. and WEIHS D. (1987). — *Capillary instability of an annular liquid jet*. J.F.M., 179, pp. 531-545.
- [13] GUILI C. (1985). — *Etude exprimentale et thorique de l'injection arodynamique*. Thse. Paris.
- [14] HASHIMOTO H., KAWANO S., TOGARI H., INARA A., SUZUKI T. and HARADA T. — *Study of wave motion and Breakup of annular liquid sheet in a Gas Stream*. Proceed. Int. Conf. on Liquid Atom. and Spray Syst., ICLASS 94, Rouen, Juillet 1994.
- [15] KENDALL J.M. — *Experiments on annular liquid jet instability and on the formation of liquid shells*. Phys. Fluids, 29, n 7, July 1986, pp. 2086-2094.
- [16] LEE C.P. and WANG T.G. — *A theoretical model for the annular jet instability*. Phys. Fluids, July 1986, 29, n 7, pp. 2076-2085.
- [17] BREIDENTHAL R. (1981). — *Structure in turbulent mixing layers and wakes using a chemical reaction*. J.F.M., 109, pp. 1-24.
- [18] BERNAL L.P. and ROSKO A. (1986). — *Streamwise vortex structure in plane mixing layers*. J.F.M., 170, pp. 499-525.
- [19] CAMATTE P. and LEDOUX M. (1991). — *Airblast atomization. Instability of an annular sheet surrounded by two air flows of different velocities*. Int. Conf. on Liquid Atomizers and Spray Systems, ICLASS 91. Gaithersburg, USA.
- [20] CAMATTE P. — *Etude des instabilits d'une nappe liquide de gomtrie annulaire en pulvrisation assiste*. Modle. Exprience. Rouen, 19 mai 1992.
- [21] ROSENHEAD L. (1931). — *The formation of vortices from a surface of discontinuity*. Proc. R. Soc. London, A 134, pp. 170-192.
- [22] ZALOSH R.G. — *Discretized simulation of Vortex Sheet Evolution with buoyancy and Surface tension Effects*. AIAA J. Nov. 1976, 14 n 11, pp. 1517-1523.
- [23] ROTTMAN J.W. and OLFE D.B. — *Comment on "Discretized simulation of Vortex Sheet Evolution with buoyancy and Surface tension Effects"*. AIAA J. August 1977, 15, n 8, pp. 1214-1215.
- [24] BROMILOW I.G. and CLEMENTS R.R. (1982). — *Some techniques for extending the application of the discrete vortex method of flow simulation*. Aeronautical Quarter., 33, p. 73.
- [25] FINK P.T. and SOH W.K. — *A new approach to roll-up calculations of vortex sheets*. Pro. R. Soc. London. 1978, A 362, pp. 195-209.
- [26] RANGEL R.H. and SIRIGNANO W.A. — *The linear and nonlinear shear instability of a fluid sheet*. Phys. Fluids. October 1991, A3(10), pp. 2392-2400.
- [27] RANGEL R.H. and SIRIGNANO W.A. — *The linear and nonlinear instability of a fluid sheet*. Phys. Fluids A3, n 10, Oct. 1991, pp. 2393-2400.
- [28] CAMATTE P., COUSIN J., VERSAEVEL P. and LEDOUX M. — *Instability of a gas-liquid interface : non linear effects*. Int. Conference on Liquid Atomization and Spray Systems. (ICLASS 94) July 18-22. Rouen, France.
- [29] HOYT J.W. and TAYLOR J.J. (1977). — J.F.M., 83, pp. 119-127.
- [30] NAYFEH A.H. (1970). — *Nonlinear stability of a liquid jet*. Phys. Fluids, 13, pp. 841-847.
- [31] JEANDEL X. — *Modlisation de la Pulvrisation : Etude des interactions de modes par la mthode des feuillets tourbillonnaires discrtiss*. Mmoire de DEA, Universit de Rouen, 1^{er} septembre 1995.
- [32] COUSIN J. — *Mthode des feuillets tourbillonnaires discrtiss. Interaction de modes, forage acoustique*. Mmoire de DEA, Universit de Rouen, 11 Septembre 1992.