Activité de la division « Applications industrielles de la mécanique des fluides »

L'influence de joints annulaires lisses sur le comportement dynamique de ligne d'arbres de machines hydrauliques

M. Arghir

Laboratoire de Mécanique des Solides, Université de Poitiers

M. Amoser

New Sulzer Diesel AG, Winterthur

E. Dueymes

EDF Chatou

et al.*

I ■ INTRODUCTION

● 1.1 Le contexte

Dans une turbomachine, les joints d'étanchéité annulaires (lisses ou rainurés) sont utilisés pour limiter les fuites de fluide entre deux zones de la machine dans lesquelles les pressions sont différentes (fig. 1). L'amélioration du rendement des turbomachines impose de réduire autant que possible les débits de fuite dans ces joints mais tout en garantissant l'absence de contact entre pièces fixes et mobiles et en limitant les pertes par frottement. L'une des difficultés industrielles liées à l'utilisation de ces composantes est leur tendance déstabilisatrice du point de vue du comportement dynamique de la ligne d'arbre. En pratique, un compromis est donc à trouver entre les conséquences de l'influence des joints sur le rendement de la machine d'une part et sur la stabilité dynamique de la ligne d'arbre d'autre part. Si la première influence est aisée à évaluer (essais ou calculs), il n'en va pas de même pour la seconde, puisqu'elle résulte d'une interaction fluide/structure entre l'écoulement du fluide confiné entre les pièces fixes et mobiles et le mouve-

1. Disposition des joints d'étanchéité dans une turbomachine (Childs [6]).

ment du rotor autour d'un axe qui n'est jamais en réalité parfaitement confondu avec l'axe de symétrie du stator.

Ainsi pour évaluer l'influence des joints sur le comportement dynamique de la ligne d'arbres, il convient de déterminer les efforts exercés par le fluide sur le rotor et résultant de cette interaction. Dans une approche linéaire, ces efforts sont représentés à l'aide de matrices de coefficients de raideur, d'amortissement et de masse ajoutée (cf. paragraphe III).

● 1.2 Les principales caractéristiques de l'écoulement dans les joints annulaires

Dans un grand nombre de turbomachines à fluide incompressible, l'écoulement dans les joints annulaires présente fréquemment un caractère fortement turbulent pour les raisons suivantes :

- une viscosité du fluide faible,
- des jeux entre rotor et stator relativement importants (un à deux ordres de grandeurs plus grands que dans les paliers),
- des vitesses d'écoulement élevées que ce soit dans la direction circonférentielle (petites machines à grandes vitesses de rotation ou grandes machines à vitesses de rotation modérées) ou dans la direction axiale (existence d'un débit de fluide important).

De manière générale, les nombres de Reynolds caractéristiques de l'écoulement dans les joints sont suffisamment élevés pour que les effets inertiels (c'est-à-dire proportionnels à l'accélération du fluide) deviennent significatifs.

On conçoit donc que, pour modéliser cet écoulement, il convienne de prendre en compte le caractère turbulent de l'écoulement et, souvent, les effets inertiels, c'est-à-dire résoudre un système d'équations non-linéaires. A ces difficultés de modélisation s'ajoute la prise en compte des effets tridimensionnels plus ou moins importants selon l'excentricité de l'arbre et son mésalignement. Si l'on se réfère à la classification proposée par Amoser et Staubli [1] on peut distinguer les effets tridimensionnels suivants :

- recirculation de l'écoulement axial dans les zones d'élargissement ou de rétrécissement brusque,

* Membres du Groupe de travail n° 3 de la Section Machines Hydrauliques de la SHF.

NOTATIONS

a_1, b_2, c_3	constantes de la loi de Moody
C_m, C_u	vitesse axiales et circonférentielle moyennées sur l'épaisseur du film
C, c	amortissement direct et croisé
$C_{\mu}, C_{\epsilon 1}, C_{\epsilon 2}, \sigma_{\epsilon}, \sigma_k$	constantes du modèle $k-\epsilon$
C_{ref}	vitesse de référence dans le modèle d'Amoser
E, B	excentricité
E, B	fonctions définies dans l'annexe
e	excentricité relative (paramètre de perturbation)
F	force
f	coefficient de frottement
f_{L0}, f_{V0}	fonctions dans le modèle d'Amoser
f_x, f_y	forces distribuées le long du rotor
h	épaisseur locale du film dans le <i>tableau 1</i>
i	$\sqrt{-1}$
K, k	raideurs directe et croisée
k	énergie cinétique turbulente
k_x, k_z	coefficients de résistance utilisés dans les modèles du film mince
M, m	masses directe et croisée
n, m	constantes de la loi de Hirs
p	pression
P_0	pression d'arrêt
P	pression moyennée sur l'épaisseur du film
Q	débit volumique
R	rayon du rotor
Re_m	Reynolds axial
Re_u	Reynolds circonférentiel
S_0	jeu en position centrée

S_r	hauteur des rugosités
S_{ij}	tenseur des vitesses de déformations
t	temps
T	fonction définie par (19)
u_r	composantes de la vitesse
u^*	vitesse adimensionnée
u_s	vitesse de frottement
U	vitesse circonférentielle du rotor, $R\Omega_R$
y	distance à la paroi
y^*	distance à la paroi adimensionnée
x_{ij}	coordonnées généralisées
z, r, θ	coordonnées cylindriques
ϑ	coordonnée circonférentielle
Φ	variable générale
φ_c	angle de l'écoulement
φ_r	direction de la force
Ω_R	vitesse de rotation du rotor
Ω	vitesse de précession
ρ	densité
λ	coefficient de Moody
μ	viscosité dynamique
τ_{ij}	tenseur des contraintes
ζ_e	coefficient de perte de charge à l'entrée
ζ_s	coefficient de récupération à la sortie
γ	vitesse circonférentielle adimensionnée
ϵ	dissipation de k
χ, C	constantes de la loi logarithmique
α, β, ξ	fonction dans le modèle de Constantinescu
$\Re$	partie réelle

- recirculation de l'écoulement circonférentiel dans les zone lisses,
- pertes de charge à l'entrée variant selon la circonférence,
- champs de pression tridimensionnels produits dans la zone amont du joint.

En définitive, l'écoulement à modéliser est donc généralement incompressible, turbulent, non-stationnaire, tridimensionnel et limité radialement par une paroi fixe d'une part et par une paroi mobile animée d'un mouvement de rotation non-stationnaire d'autre part.

1.3 La modélisation des caractéristiques dynamiques des joints

Afin de justifier les approches introduites pour l'analyse dynamique des joints, il est nécessaire d'avoir une vue des modèles utilisés dans la dynamique des lignes d'arbres. Dans le cas le plus simple, le rotor est modélisé comme une poutre déformable en appui simple élastique sur les éléments de supportage (paliers). Les charges et les déformations de flexion introduisent des excentricités et des mésalignements au niveau de ces éléments qui engendrent à leur tour des forces et des moments sur l'arbre. L'effet qualitatif des éléments

2. Modélisation de l'interaction fluide-structure dans les paliers et les joints.

d'étanchéité annulaires (joints) est identique. Compte tenu des dimensions des paliers et des joints d'une part, et du rotor d'autre part, il est évident qu'au niveau des éléments de supportage et d'étanchéité, les déformations locales de l'arbre sont négligeables. Il résulte donc que l'interaction fluide-structure dans les paliers et dans les joints annulaires peut être modélisée comme la vibration d'un arbre rigide et rectiligne à l'intérieur d'un alésage.

L'évolution des performances des ordinateurs ainsi que le développement des grands codes de calcul de mécanique des fluides font qu'il est envisageable aujourd'hui ou dans le futur proche d'effectuer un calcul direct complet (Navier-Stokes, 3D avec maillage déformable) des efforts fluidélastiques. Cela étant, les moyens à mettre en œuvre sont considérables : développement et validation des codes, temps de calcul, temps d'analyse. C'est pourquoi l'utilisation des outils numériques simplifiés développés depuis une vingtaine d'années reste et restera à moyen terme d'actualité. La *figure 2* présente les caractéristiques des principales approches utilisées dans la modélisation de l'interaction fluide-structure.

De manière générale, ces modèles numériques sont souvent basés sur l'utilisation des hypothèses simplificatrices suivantes :

- pour l'écoulement, une hypothèse de film mince qui permet de négliger les variations selon l'épaisseur du film des grandeurs physiques. La comparaison du jeu du joint par rapport au rayon de la machine conduit assez naturellement à introduire cette hypothèse,
- pour la dynamique du rotor on se limite à l'étude des petits mouvements de l'axe du rotor par rapport à sa position idéale centrée. Cette hypothèse permet de ne considérer que les termes du premier ordre des variations des grandeurs (linéarisation du système d'équations).

C'est sur cette base que les différents modèles numériques simplifiés ont été développés par différents auteurs. L'écart provient principalement de la manière de prendre en compte la turbulence de l'écoulement, les effets inertiels ou les effets tridimensionnels. Les modèles sont validés expérimentalement par certains auteurs et des comparaisons code-à-code ont été réalisées. Il faut noter cependant que les validations expérimentales restent très globales : on compare les coefficients dynamiques calculés à des coefficients mesurés de manière indirecte (c'est-à-dire après avoir éliminé des mesures dynamiques tout ce qui ne provient pas directement du joint).

1.4 L'objet de la présente étude

L'un des Groupes de Travail de la Section « Machines Hydrauliques » de la Société Hydrotechnique de France (SHF) s'intéresse particulièrement au comportement dynamique des rotors et aux interactions fluide/structure associées. L'enjeu des travaux dans ce domaine est de remédier aux problèmes rencontrés en exploitation et

de rendre possible l'évolution de la conception des turbomachines vers des puissances spécifiques accrues, ce qui réduirait leur taille et leur coût.

Dans le cas particulier des joints annulaires lisses, il a paru intéressant aux différents membres du groupe d'effectuer une étude commune afin d'examiner les principaux modèles numériques utilisés et leur domaine de validité. Cette discussion est rendue possible en raison de la mise à disposition par l'un des membres du Groupe de résultats expérimentaux détaillés, ce qui, comme nous l'avons vu au paragraphe 1.3, n'est pas courant. Ces résultats ont été obtenus au Laboratoire de Turbomachines de l'Ecole Polytechnique Fédérale de Zurich.

Le présent article, après avoir décrit brièvement le cas étudié, présente et discute les différents résultats numériques obtenus.

Les membres du Groupe de Travail ayant participé aux travaux autour de ce cas-test sont des représentants des Entreprises et Universités suivantes :

— Entreprises : EDF/Direction des Etudes et Recherches (codes MESALIGN et N3S), Sulzer Pumps (code SEAL).

— Universités : Poitiers (Laboratoire de Mécanique des Solides, codes MESALIGN et LABYR), Zurich (Laboratoire de Turbomachines, mesures, code ASTEC, approche analytique).

II ■ PROCÉDURE EXPÉRIMENTALE

La réalisation à l'Ecole Polytechnique de Zurich de l'installation expérimentale dédiée aux études des joints annulaires présentée sur la figure 3 est basée sur les travaux du Professeur Bernard Chaix. L'installation a été construite par l'équipe de doctorants Graf [11], Kündig [12] et Amoser [3] comme un dispositif flexible permettant l'essai de joints de géométries différentes avec des excentricités fixes ou effectuant des précessions sur une orbite. Le but des recherches est de mieux comprendre la génération des pertes d'énergie et des forces dans les joints. L'accent a été mis plutôt sur l'analyse de l'écoulement que sur la reproduction des géométries industrielles des joints. Par comparaison avec les joints des machines hydrauliques, le joint testé a été réalisé avec des dimensions agrandies pour permettre une observation plus détaillée de l'écoulement. L'agrandissement des dimensions du joint a nécessité des investigations approfondies des lois de similitude qui ont été discutées par Amoser [2].

3. Dispositif expérimental de l'ETHZ (Amoser [3]).

● 2.1 Débit, frottement et forces radiales sur les rotors excentrés

La thèse de Kündig [12] traite des problèmes généraux des joints fonctionnant avec des excentricités fixes. Différentes configurations de fonctionnement des joints labyrinthes utilisés dans les machines hydrauliques ont été étudiées. Les coefficients de pertes d'énergie et les coefficients des forces fluidélastiques ont été déduits des différentes mesures de débit, de vitesse du rotor, de moment de frottement et de distribution des pressions statiques le long du joint pour différentes positions circonférentielles. Les paramètres contrôlés étaient la vitesse de prérotation, l'excentricité et les nombres de Reynolds axial et circonférentiel. Les résultats obtenus ont notamment montré que les coefficients de perte de charge à l'entrée sont influencés par la vitesse du rotor mais dépendent peu du nombre de Reynolds axial. On en déduit que l'usure en exploitation de la géométrie de la section d'entrée se traduit par une réduction considérable des pertes à l'entrée ce qui aura un effet défavorable sur les forces radiales dans le cas d'un rotor excentré. Les pertes d'énergie dues au frottement circonférentiel sont bien estimées en supposant un coefficient de frottement constant à rugosité de surface constante. En intégrant la distribution de pressions stationnaires, Kündig a déterminé les forces et les coefficients de raideurs directe et croisée.

● 2.2 Précessions cylindriques, forces et matrices des coefficients dynamiques

En raison des variations périodiques de l'excentricité, les pressions sur les parois sont variables en temps. Graf [11] a mesuré les pressions et les variations des pressions à la paroi en utilisant des transducteurs piézo-électriques. En intégrant ces pressions, il détermine les forces non-stationnaires dans les cas d'un stator oscillant avec une orbite circulaire et des fréquences de précession indépendantes de la vitesse du rotor. Pour de petites amplitudes des oscillations autour de la position centrée, les forces peuvent être exprimées par un modèle force-déplacement isotrope. Une relation linéaire entre forces et déplacements, vitesses et accélérations est utilisée dans ce modèle. Cette relation est décrite par les matrices de raideur, d'amortissement et de masse ajoutée utilisées dans la dynamique des rotors. Afin d'identifier les coefficients dynamiques, Graf [11] a réalisé des séries de mesures avec différentes fréquences de précession. Les autres paramètres expérimentaux étaient la perte de charge, la vitesse de rotation et la vitesse de prérotation.

Les résultats expérimentaux montrent que pour les configurations de joints testées, les termes croisés de la matrice d'inertie sont petits et peuvent être négligés. Les coefficients d'amortissement et de masse ajoutée sont indépendants de la vitesse circonférentielle et de la vitesse de prérotation, alors que la raideur dépend légèrement de la vitesse circonférentielle. Les termes croisés dans les matrices de raideur et d'amortissement augmentent avec la vitesse circonférentielle et la vitesse de prérotation. Tous les coefficients augmentent avec la vitesse axiale, à l'exception des coefficients de masse ajoutée et d'amortissement croisés qui sont indépendants du débit.

● 2.3 Ecoulement tridimensionnel et modélisation des forces

Amoser [3] a utilisé des résultats expérimentaux et numériques pour étudier les écoulements tridimensionnels dans des joints labyrinthes avec des géométries complexes. L'analyse de ces résultats a permis de développer une approche analytique pour l'estimation des forces dynamiques sur le rotor. Une vitesse de référence du fluide dans le joint labyrinthe a été définie à partir des résultats numériques. Les équations du mouvement du rotor et les forces radiales ont été adimensionnées à l'aide de cette vitesse de référence. La théorie de la similitude a permis d'extrapoler les résultats expérimentaux aux configurations réelles et de valider ensuite l'approche analytique proposée. Ce modèle analytique sera appliqué au présent cas test.

● 2.4 Description du cas test

La géométrie du cas test présentée sur la figure 4 est constituée de deux joints annulaires lisses séparés par une chambre de grandes dimensions. Les joints ont des diamètres différents. Le premier joint est assez long pour que les conditions d'entrée (profils de vitesse axiale et de vitesse circonférentielle, taux de turbulence) difficiles à mesurer, n'influencent pas l'écoulement dans la chambre et dans le deuxième joint. Le fluide est de l'eau froide, ($\rho = 998,5 \text{ kg/m}^3$, $\mu = 10^{-3} \text{ Pa.s}$). Le régime d'écoulement est caractérisé par :

$$Q = 0,0169 \text{ m}^3/\text{s},$$

$$\Omega_R = 104,72 \text{ rad/s (1000 rpm)}$$

prérotation à l'entrée, $\gamma_e = 3 \text{ m/s}$

4. Schéma du cast test (toutes les dimensions sont en mm).

Les nombres de Reynolds axiaux dans les deux joints sont :

$$Re_{m1} = \frac{\rho C_{m1} 2S_0}{\mu} = 29676$$

$$Re_{m2} = \frac{\rho C_{m2} 2S_0}{\mu} = 38102$$

Les rapports des nombres de Reynolds circonférentiels et axiaux valent respectivement :

$$\frac{Re_{ul}}{Re_{ml}} = \frac{\Omega_R R_1}{C_{m1}} = 2,3 ; \quad \frac{Re_{u2}}{Re_{m2}} = \frac{\Omega_R R_2}{C_{m2}} = 1,4$$

Les parois sont hydrauliquement lisses et aucune arête n'est arrondie.

La distribution des pressions mesurées est présentée pour le cas de fonctionnement centré et pour une excentricité fixe de $E = 0,72$ mm ($E/S_0 = 0,4$). Les résultats des mesures sont consultables sur Internet à l'adresse <http://www.lsm.iet.mavt.ethz.ch/lsm/laby/>. La plupart des points de mesure concernent le deuxième joint. Les données pour le premier joint et pour la chambre facilitent l'estimation correcte des conditions à l'entrée du deuxième joint. Les pressions mesurées dans le cas excentré permettent de calculer les forces dans le deuxième joint et d'estimer les coefficients de raideurs directe et croisée. Les mesures de pression non-stationnaires de Graf [11] en cas de précession circulaire autour d'une position centrée ($E = 0,35$ mm, $\Omega = 77,5$ rad/s) sont intégrées et interpolées pour le point d'opération $\Omega_R = 104,72$ rad/s et $Q = 0,0169$ m³/s. Cette transposition sera utilisée pour comparer les coefficients théoriques du modèle dynamique, décrit au paragraphe III.

III ■ MODÈLE DYNAMIQUE

La vibration de l'arbre est modélisée comme un mouvement de précession sur une orbite circulaire à vitesse angulaire constante. Les axes du rotor et du stator peuvent être alignés (précession cylindrique) ou mésalignés (précession conique). Le cas test traite seulement la précession cylindrique.

Pour un fonctionnement en position centrée sans mésalignement, les caractéristiques de l'écoulement ont une symétrie axiale. Si

l'arbre se trouve dans une position excentrée, le fluide engendre des forces sur le rotor représentées sur la figure 5. Ces forces sont décrites par un modèle linéaire en fonction de la position, de la vitesse et de l'accélération du centre du rotor. En raison de la symétrie, ce modèle s'écrit :

$$\begin{pmatrix} -F_x \\ -F_y \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} K & k \\ -k & K \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} c & C \\ -C & c \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} M & m \\ m & M \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \end{pmatrix} \quad (1)$$

Pour une position quelconque sur l'orbite, les déplacements, vitesses et accélérations du centre de l'arbre sont :

$$\begin{aligned} x &= E \cos \Omega t ; & y &= E \sin \Omega t \\ \dot{x} &= -E \sin \Omega t ; & \dot{y} &= E \Omega \cos \Omega t \\ \ddot{x} &= -E \Omega^2 \cos \Omega t ; & \ddot{y} &= -E \Omega^2 \sin \Omega t \end{aligned} \quad (2)$$

A l'instant $t = 0$, quand le jeu minimal est orienté vers la direction positive de l'axe x , les expressions des forces deviennent :

$$-\frac{F_x}{E} = K + c\Omega - M\Omega^2 \quad (3a)$$

$$-\frac{F_y}{E} = -k + C\Omega \quad (3b)$$

lorsque le terme de masse croisée a été négligé.

Trois hypothèses permettent de réduire la complexité du modèle.

1) Le rayon de l'orbite est supposé suffisamment petit pour que les modifications introduites par l'excentricité soient considérées comme des perturbations linéaires.

$$e = E/S_0 \ll 1$$

$$\Phi(z, r, \theta, t) = \Phi_0(z, r, \theta, t) + e\Phi_1(z, r, \theta, t) + e^2 \dots$$

$$e^2 \dots \ll e\Phi_1 \quad (4)$$

2) La perturbation introduite par l'excentricité du rotor a une forme sinusoïdale.

$$\Phi_1(z, r, \theta, t) = \Phi_{1c}(z, r, t) \cos \theta + \Phi_{1s}(z, r, t) \sin \theta \quad (5)$$

3) L'hypothèse d'un mouvement de précession à vitesse constante et l'introduction des variables complexes permettent d'écrire la variation des variables de l'écoulement.

$$\tilde{\Phi}_1(z, r, t) = \hat{\Phi}_1(z, r) e^{i\Omega t} \quad (6a)$$

$$\hat{\Phi}_1(z, r) = \Phi_{1c}(z, r) + i\Phi_{1s}(z, r) \quad (6b)$$

On peut donc écrire :

$$\Phi_1(z, r, \theta, t) \Re[\hat{\Phi}_1(z, r) \exp(i\Omega t) \exp(-i\theta)] \quad (7)$$

Du point de vue numérique, ces hypothèses permettent de traiter l'écoulement tridimensionnel comme un écoulement quasi-tridimensionnel. Ce traitement des effets tridimensionnels semble être la caractéristique commune de la plupart des méthodes de calcul numérique.

5. Forces sur l'arbre.

IV ■ MODÈLES MATHÉMATIQUES

Comme on l'a vu au paragraphe 1.2, les équations gouvernant l'écoulement sont les équations de Navier-Stokes pour un fluide incompressible.

$$\frac{\partial(\rho u_i)}{\partial x_i} = 0 \quad (8)$$

$$\frac{\partial(\rho u_i)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_i u_j) = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j}$$

La présence de deux échelles de longueur et le modèle simplifié de vibration permettent d'introduire des hypothèses simplificatrices.

Les deux échelles de longueur sont déterminées par l'épaisseur du film, S_0 , et par le rayon de l'arbre, R , ou la longueur du joint, L . La vitesse de référence est imposée par la vitesse de rotation de l'arbre.

L'analyse de l'ordre de grandeur des termes des équations adimensionnées présentée par Frêne *et al.* [10] montre que les effets de diffusion selon les directions axiale et circonférentielle sont proportionnels à $(S_0/L)^2$. Ils sont donc négligeables par comparaison à la diffusion selon la direction normale au film. Les conséquences de cette simplification sont :

- que la pression peut être supposée constante suivant l'épaisseur du film,
- que tous les termes faisant intervenir la vitesse radiale dans les équations de quantité de mouvement peuvent être négligés.

Il en résulte que les lignes de courant sont toujours alignées par rapport aux parois du stator et du rotor et que l'on retrouve un écoulement parallèle. Cette simplification utilisée fréquemment dans le cas des joints lisses rend toute prise en compte des zones avec forte courbure des lignes de courant (zones de recirculation, de décollement, etc...) impossible. Elle ne permet donc pas de traiter les joints labyrinthiques.

Dans la théorie de la lubrification, la deuxième simplification à l'issue de l'analyse des équations adimensionnelles est l'élimination des termes de convection, d'ordre de grandeur $Re.S_0/L$. Cette simplification n'est plus possible dans le cas des joints car les grands nombres de Reynolds et les jeux plus importants que dans le cas des paliers font que $Re.S_0/L > 1$. Par comparaison au cas des paliers, la modélisation des joints, mêmes lisses, n'apporte pas seulement la difficulté d'un écoulement turbulent mais aussi la nécessité de prendre en compte les effets d'inertie du fluide.

En définitive, deux modèles mathématiques de base peuvent être distingués :

- Le premier modèle est basé sur l'hypothèse du film mince et il ne peut décrire que des écoulements parallèles. L'approche des effets d'inertie et des effets visqueux peut être différente d'une méthode à l'autre et sera discutée dans les paragraphes suivants.
- Le deuxième modèle est représenté par le système des équations de Navier-Stokes moyennées complètes. Les méthodes utilisant cette démarche se distinguent plutôt par les algorithmes utilisés pour discrétiser les équations et pour effectuer l'intégration numérique. Seul le modèle de turbulence retenu peut introduire des différences de fond entre ces méthodes.

● 4.1 Le modèle du film mince

En raison de la nécessité de prendre en compte les effets des forces d'inertie, l'équation traditionnelle de Reynolds n'est pas appropriée pour décrire les écoulements dans les joints. Les équations couramment utilisées sont les équations moyennées suivant l'épaisseur du film. Deux démarches très proches l'une de l'autre peuvent être distinguées, celles de Constantinescu [7] et du « bulk-flow » de Childs [6].

Le modèle du « bulk-flow » consiste à négliger complètement la forme des profils de vitesses et à ne tenir compte seulement que de la vitesse moyennée selon l'épaisseur du film. Le modèle de Constantinescu est obtenu en introduisant l'hypothèse que les effets de convection ne modifient pas la forme des profils des vitesses calculés sans forces d'inertie. Les termes d'inertie contiennent donc des termes supplémentaires, exprimés pour prendre en compte la forme du profil des vitesses. Ce modèle repose donc sur des hypothèses moins sévères.

Les effets visqueux sont décrits dans les équations du « bulk-flow » à l'aide d'une loi expérimentale. La première loi utilisée par Childs a été la loi de Hirs.

$$f = n Re^m, Re = \sqrt{Re_u^2 + Re_m^2} \quad (10)$$

Nelson et Nguyen ont ensuite remplacé cette relation par la relation de Moody.

$$f = a_1 \left[1 + \left(\frac{b_2 S_r}{2 S_0} + \frac{b_3}{Re} \right)^{\frac{1}{3}} \right] \quad (11)$$

Cette dernière a l'avantage d'être plus précise et de pouvoir introduire des effets de rugosité de la surface.

La formulation proposée par Constantinescu fait appel à un modèle de turbulence pour décrire les effets de frottement. Les modèles de turbulence utilisés pour traiter les problèmes du film mince, qu'ils soient linéaires ou non-linéaires, sont basés sur l'hypothèse de Boussinesq.

$$-\rho \overline{u'v'} = \mu_t \frac{\partial u}{\partial y} \quad (12)$$

A partir des méthodes d'analyse dimensionnelle, Prandtl a proposé la proportionnalité de la viscosité turbulente μ_t au produit des échelles caractéristiques des longueurs et des vitesses. Les modèles sont appelés algébriques selon le type d'équations utilisées pour déterminer les échelles caractéristiques. Ces modèles ont suivi plusieurs étapes de développement et une description complète est présentée par Szeri [17]. Les modèles appropriés pour la lubrification sont les modèles non-linéaires. Ces modèles utilisent des relations non-linéaires pour les échelles caractéristiques, différentes pour les zones proches des parois et la zone centrale. Les profils des vitesses sont déterminés en utilisant des hypothèses simplificatrices : écoulement stationnaire entre deux parois parallèles, absence de forces d'inertie. Le calcul ne peut être effectué que numériquement. Une présentation des modèles non-linéaires a été faite par Arghir *et al* [4].

Les équations du film mince n'utilisent pas les profils des vitesses mais des coefficients k_x et k_z . Ces coefficients sont obtenus après l'intégration selon l'épaisseur du film des résultats du problème de Couette-Poiseuille généralisé.

Les deux approches des termes visqueux, la loi de frottement expérimentale ou le modèle de turbulence, sont différentes mais elles reposent sur les mêmes hypothèses simplificatrices. Les résultats obtenus doivent donc être identiques. Les coefficients k_x et k_z obtenus avec la loi de Hirs sont très proches de ceux obtenus avec des modèles de turbulence. De même, les coefficients de frottement calculés à l'aide des modèles de turbulence coïncident avec les résultats de la loi de Hirs ou de Moody.

Les deux démarches (Constantinescu et Childs) sont presque identiques. Les équations du film mince présentées dans le tableau 1 sont des équations différentielles du premier ordre non-linéaires. Pour les intégrer, il est nécessaire de connaître les vitesses C_u et C_m ainsi que la pression P dans la section d'entrée. En pratique, seules les pressions d'arrêt en amont de l'entrée et en aval de la sortie sont connues. A l'entrée du joint, la pression subit une chute brutale qui peut être estimée à partir de la loi de Bernoulli généralisée :

$$P_{0e} - P_e = \frac{\rho C_m^2}{2} (1 + \zeta_e) \quad (13)$$

A l'aval immédiat de la section d'entrée, les lignes de courant ne sont pas parallèles mais présentent une courbure importante qui provoque un rétrécissement de section. Le coefficient de perte de charge ζ_e quantifie l'énergie dépensée dans cette zone. Plusieurs auteurs ont présenté des estimations expérimentales de ce coefficient : il décroît avec le nombre de Reynolds et il est fortement influencé par le rayon de la paroi de la section d'entrée. Les expériences ont montré que ce coefficient est indépendant du rapport de rétrécissement et qu'il est peu influencé par la vitesse circonférentielle.

La loi de Bernoulli dans la section de sortie s'écrit :

$$P_s + \frac{\rho C_m^2}{2} = P_{0s} + \zeta_s \frac{\rho C_m^2}{2} \quad (14)$$

Cette fois, l'équation décrit la transformation de l'énergie cinétique du fluide sortant du joint en énergie potentielle de l'écoulement freiné. Le coefficient ζ_s prend en compte une possible perte d'énergie due aux effets de dissipation. Peu d'informations concernant cet effet sont connues et elles sont surtout dues aux études de Florjancic [9]. L'influence des différentes conditions d'écoulement n'a pas été encore complètement étudiée.

Du point de vue numérique, la loi de Bernoulli dans la section d'entrée fournit une condition initiale pour C_m . La vitesse axiale calculée est variable selon la circonférence de la section d'entrée.

La condition initiale pour C_u , appelée vitesse de prérotation, est une des plus difficiles à préciser. Le profil des vitesses circonférentielles est, en effet influencé par toutes les conditions d'écoulement

Tableau 1

	Constantinescu	Childs
Equation de continuité	$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial(hC_u)}{R\partial\theta} + \frac{\partial(hC_m)}{\partial z}$	$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial(hC_u)}{R\partial\theta} + \frac{\partial(hC_m)}{\partial z}$
Terme de convection dans l'équation pour C_u	$\frac{\partial(hC_u)}{\partial t} + \frac{\partial}{R\partial\theta}[\rho h(\alpha C_u^2 + \beta U^2 - \xi C_u U)] + \frac{\partial}{\partial z}[\rho h(\alpha C_u C_m - \frac{\gamma}{2} C_m U)]$	$\rho h \frac{\partial C_u}{\partial t} + \rho h C_u \frac{\partial C_u}{R\partial\theta} + \rho h C_m \frac{\partial C_u}{\partial z}$
Gradient de pression dans l'équation C_u	$-h \frac{\partial P}{R\partial\theta}$	$-h \frac{\partial P}{R\partial\theta}$
Terme de frottement dans l'équation C_u	$k_x \left(C_u - \frac{U}{2} \right)$	$\frac{\rho}{2} C_u \sqrt{C_m^2 + C_u^2} f_s + \frac{\rho}{2} (C_u - U) \sqrt{C_m^2 + (C_u - R\Omega_R)^2} f_R$
Terme de convection dans l'équation pour C_m	$\frac{\partial(hC_m)}{\partial t} + \frac{\partial}{R\partial\theta}[\rho h(\alpha C_u C_m - \frac{\xi}{2} U C_m)] + \frac{\partial}{\partial z}(\rho h \alpha C_m^2)$	$\rho h \frac{\partial C_m}{\partial t} + \rho h C_u \frac{\partial C_m}{R\partial\theta} + \rho h C_m \frac{\partial C_m}{\partial z}$
Gradient de pression dans l'équation C_m	$-h \frac{\partial P}{\partial z}$	$-h \frac{\partial P}{\partial z}$
Terme de frottement dans l'équation C_m	$k_z C_m$	$\frac{\rho}{2} C_m \sqrt{C_m^2 + C_u^2} f_s + \frac{\rho}{2} C_m \sqrt{C_m^2 + (C_u - R\Omega_R)^2} f_R$

en amont de la section d'entrée. Des valeurs exactes pour le coefficient de prérotation peuvent être estimées *a priori* seulement quand un contrôle est assuré par des dispositifs spéciaux (« swirl brake »). Une valeur de 0,5U correspond, pour les vitesses moyennées, à un écoulement de Couette. En général on considère une valeur constante de C_u selon la circonférence de la section d'entrée.

Une attention spéciale doit être accordée aux méthodes du type « bulk-flow » adaptées au calcul des joints labyrinthes comme celle proposée par Florjancic [9]. Ces méthodes utilisent plusieurs types de volumes de contrôle pour décrire les différentes zones de l'écoulement. Pour surmonter les difficultés mathématiques de description d'un écoulement avec des zones de recirculation à l'aide des équations du film mince (qui proviennent d'équations de l'écoulement paraboliques), ces méthodes font appel à plusieurs paramètres. Ces paramètres, semblables aux coefficients de perte de charge, prennent en compte des effets d'inertie concentrés et des interactions turbulentes qui échappent aux hypothèses du film mince.

● 4.2 Le modèle analytique

Amoser a proposé dans sa thèse [3] une approche analytique directe des forces exercées sur le rotor. Son modèle simplifié, analytique, qu'on pourrait appeler phénoménologique, s'inscrit dans la même catégorie que les modèles basés sur les hypothèses du film mince.

Pour le cas d'une excentricité fixe, la force radiale dans un jeu cylindrique est engendrée par l'action cumulée de trois effets (fig. 6) : une force selon la direction de l'excentricité produisant un effet de recentrage (force de Lomakin), une force selon la même direction mais à effet opposé (due aux forces d'inertie) et une force normale à la direction de l'excentricité qui est due à la viscosité (comme dans le cas des paliers). La force résultante est considérée comme une superposition de ces effets. L'influence de la géométrie et des paramètres de l'écoulement est prise en compte par l'intermédiaire d'interpolations entre des cas particuliers dont les solutions sont connues.

Dans le cas de la précession sur une orbite, les forces radiales non-stationnaires peuvent être approchées avec la même démarche en utilisant une transformation de coordonnées. On a ainsi la possibilité d'estimer les coefficients dynamiques dans les équations linéarisées du mouvement du rotor. L'approche analytique simplifie l'étude de la dynamique du rotor et l'application des analyses de similitude.

4.2.1 Conditions de fonctionnement

L'approche analytique est basée sur l'analyse d'une vitesse de référence hélicoïdale dans le film.

$$\varphi_c = \arctan \frac{C_u}{C_m} \quad (15)$$

Les composantes de la vitesse de référence sont définies par :

$$C_m = \frac{Q}{2\pi R S_0}, C_u = \bar{\gamma} R \Omega_R \quad (16)$$

où la vitesse moyenne circonférentielle est donnée par :

$$\bar{\gamma} = \frac{1}{L} \int_0^L \gamma(Z) dZ = \frac{1}{2} + \frac{1}{a} \left(\gamma_e - \frac{1}{2} \right) (1 - e^{-a}) \quad (17)$$

$$a = \lambda \frac{L}{4S_0} \left[1 + \frac{3}{4} \frac{1}{1 + \left(\frac{2C_m}{U} \right)} \right] \quad (17a)$$

Ces vitesses sont estimées à partir des conditions de fonctionnement décrites par la prérotation γ_e et la perte de charge à travers le joint :

$$\Delta P = \left(\frac{\lambda L}{2S_0} + \zeta_e + \zeta_s \right) \frac{\rho C_m^2}{2} \quad (18)$$

Pour une machine avec plusieurs joints en série, il faut prendre en compte l'interdépendance des conditions de fonctionnement de chaque joint.

4.2.2 Relations de calcul

Dans le *tableau 2*, la force radiale a été représentée comme la superposition des forces mises en évidence dans des cas particuliers.

Les influences de la géométrie et des conditions de fonctionnement ont été interpolées entre les différents cas retenus (voir *tabl. 3 et 4*). On fait alors l'hypothèse que les composantes ainsi estimées peuvent être superposées afin de déterminer la force résultante.

L'influence de la longueur a été modélisée pour toutes les composantes de la force à l'aide de la fonction suivante :

$$T\left(\frac{L}{R}\right) = 1 - \frac{\tanh \frac{L}{2R}}{\frac{L}{2R}} \quad (19)$$

ACTIVITÉ DES DIVISIONS

6a. Force de Lomakin dans le modèle d'Amoser.

6c. Force d'inertie (Bernoulli) dans le modèle d'Amoser.

6b. Force visqueuse dans le modèle d'Amoser.

La raideur directe est basée sur la force de Lomakin et sur la force portante.

$$K = \frac{3\pi}{2} \frac{R^3}{S_0^2} T \left(\frac{L}{R} \right) \rho C_m^2 \times f_{L0} - \pi \frac{LR}{S_0} T \left(\frac{L}{R} \right) \rho (\bar{\gamma} U)^2 \quad (20)$$

La raideur croisée et l'amortissement direct sont basés sur la force visqueuse.

$$k = \frac{\pi}{4} \frac{R^2}{S_0} T \left(\frac{L}{R} \right) \rho C_m \bar{\gamma} U \times f_{v0} \quad (21)$$

$$C = \frac{\pi R^3}{4 S_0} T \left(\frac{L}{R} \right) \rho C_m \times f_{v0} \quad (22)$$

L'amortissement croisé et le terme de masse sont basés sur la force portante.

$$c = 2\pi \frac{LR^2}{S_0} T \left(\frac{L}{R} \right) \rho \bar{\gamma} U \quad (23)$$

$$M = \pi \frac{LR^3}{S_0} T \left(\frac{L}{R} \right) \rho \quad (24)$$

La méthode peut être appliquée aux écoulements turbulents dans des labyrinthes, sans cavitation, dans les domaines suivants :

— angle de la vitesse de référence de l'écoulement :

$$\varphi_c = 0^\circ \dots 80^\circ$$

— prérotation à l'entrée du joint :

$$\gamma_e = 0 \dots 1$$

— longueur relative du joint :

$$L/R = 0,1 \dots 10$$

— jeu relatif du joint :

$$S_0/R < 0,05$$

— excentricité relative :

$$e = 0 \dots 0,4$$

4.3 Le système d'équations de Navier-Stokes moyennées

Le système d'équations de Navier-Stokes moyennées représente le modèle le plus complet. Les seules approximations sont dues à la modélisation de la turbulence. La démarche la plus utilisée pour des écoulements complexes est le modèle de turbulence différentiel $k-\epsilon$ introduit par Launder et Spalding [13]. Le modèle utilise l'hypothèse de Boussinesq généralisée :

$$\tau_{ij}^{(t)} = 2\mu_s \delta_{ij} - \frac{2}{3} \rho k \delta_{ij} \quad (25)$$

Les échelles caractéristiques sont calculées comme étant les solutions d'équations différentielles de transport.

Tableau 2. — Cas spéciaux des forces radiales dans des joints labyrinthes.

Cas spécial	Force	Direction du vecteur force relativement à l'excentricité
Ecoulement axial pur	Force visqueuse provenant de l'écoulement axial : force de Lomakin	Effet de recentrage, $\varphi_F = 180^\circ$
Ecoulement turbulent hélicoïdal, faible force portante (petit Re_u)	Force visqueuse de l'écoulement hélicoïdal	Perpendiculaire à l'excentricité, $\varphi_F = 90^\circ$
Ecoulement selon la direction circonférentielle, sans forces de viscosité (grand Re_u)	Force d'inertie	Effet de décentrage, $\varphi_F = 0^\circ$

Tableau 3. — L'influence de la longueur du joint sur les composantes de la force.

Composante de la force	Joint court	Joint de longueur finie	Joint de longueur infinie
Lomakin $\varphi_F = 180^\circ$	Théorie du joint court	Interpolation	Négligé
Viscosité $\varphi_F = 90^\circ$	Théorie du joint court	Interpolation	Théorie du joint court
Inertie $\varphi_F = 0^\circ$	Ecoulement potentiel	Ecoulement potentiel	Ecoulement potentiel

Tableau 4. — L'influence de l'angle de l'écoulement sur les composantes de la force.

Composante de la force $\varphi_C = 180^\circ$	Ecoulement axial $\varphi_C = 0^\circ$	Ecoulement hélicoïdal $0 < \varphi_C < 90^\circ$	Ecoulement tangentiel $\varphi_C = 90^\circ$
Lomakin $\varphi_F = 180^\circ$	Théorie du joint court 1	Interpolation $\cos^2 \varphi_C$	Sans influence 0
Viscosité $\varphi_F = 90^\circ$	Sans influence 0	Interpolation $\cos \varphi_C \sin \varphi_C$	Négligé 0
Inertie $\varphi_F = 0^\circ$	Sans influence 0	Interpolation $\sin^2 \varphi_C$	Ecoulement potentiel 1

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho u_i k) = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{\mu + \mu_t}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial x_i} \right) + G_k - \rho \quad (26a)$$

$$u^+ = \frac{u}{u_\tau}; y^+ = \frac{\rho y u_\tau}{\mu} \quad (28a)$$

$$\frac{\partial(\rho \varepsilon)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho u_i \varepsilon) = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_i} \right) - \frac{\varepsilon}{k} (C_{\varepsilon 1} G_k - C_{\varepsilon 2} \rho \varepsilon) \quad (26b)$$

$$u_\tau = \sqrt{\frac{\tau_{paroi}}{\rho}}; \tau_{paroi} = \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)_{paroi} \quad (28b)$$

$$\mu_t = C_\mu \frac{\rho k^2}{\varepsilon} \quad (27)$$

où G_k est la production de k et les constantes sont :

$$C_{\varepsilon 1} = 1,44, C_{\varepsilon 2} = 1,92, C_\mu = 0,09, \sigma_\varepsilon = 1,3 \text{ et } \sigma_k = 1.$$

Le modèle k - ε standard a l'avantage d'être relativement simple et robuste d'un point de vue numérique. Il est certainement limité car il utilise l'hypothèse de Boussinesq et donc un coefficient de viscosité turbulente isotrope qui ne peut pas représenter correctement les contraintes normales. Le modèle a été initialement développé pour des écoulements sans zones de recirculation (couches limites, jets, sillages) et ne peut résoudre correctement que des effets de transport dans des écoulements paraboliques. Pour cette raison, chaque fois que les lignes de courant ont une courbure importante, les résultats obtenus avec ce modèle s'écartent des résultats expérimentaux. D'autres modèles de turbulence comme les modèles k - ε non-linéaires ou la catégorie de « Reynolds Stress Models » (dont une présentation détaillée est faite par Schiestel [15]) essayent de surmonter les limites du modèle k - ε standard mais la complexité du calcul est bien plus importante.

Jusqu'à présent, à l'exception du modèle dit RNG (« ReNormalisation Group ») k - ε , aucun autre modèle de turbulence capable de traiter des écoulements complexes n'a été adopté pour des applications industrielles intensives. Le modèle k - ε standard a l'avantage d'être un compromis acceptable entre précision des résultats et coût de calcul.

Les conditions aux parois sont les conditions d'adhérence du fluide normalement utilisées dans la mécanique des fluides visqueux. En raison des gradients importants rencontrés dans le cas des écoulements turbulents et afin d'éviter l'utilisation de maillages extrêmement fins au voisinage des parois, les conditions d'adhérence du fluide sont remplacées par des conditions aux limites numériques. Ces conditions, du type gradient, sont obtenues en imposant une loi logarithmique de variation de la vitesse pour les points au voisinage de la paroi.

$$u^+ = \frac{1}{\chi} \ln y^+ + C; \chi = 0,4; C = 5 \quad (28)$$

Le gradient de la vitesse supposée parallèle à la paroi est obtenu comme solution de l'équation algébrique non-linéaire représentée par la loi logarithmique. Cette démarche n'est correcte que si, au voisinage de la paroi, l'écoulement satisfait les conditions de validité de cette loi : écoulement parallèle, sans effets visqueux et sans forces d'inertie. Il est clair que dans le cas des écoulements avec des zones de recirculation, près des points de décollement ou des points de recollement, ces conditions ne sont plus respectées mais l'on suppose que les erreurs introduites sont assez faibles. De plus, la loi logarithmique offre une alternative pour imposer les conditions au voisinage des parois pour k et ε :

$$k = \frac{u_\tau^2}{\sqrt{C_\mu}}; \varepsilon = \frac{u_\tau^3}{\chi y_{paroi}} \quad (29)$$

Plusieurs méthodes numériques se sont imposées pendant les vingt dernières années pour intégrer le système d'équations de Navier-Stokes moyennées. Historiquement, les premières méthodes ont été développées dans le domaine aéronautique et étaient dédiées aux écoulements compressibles. Les applications incompressibles étaient considérées en tant que limites pour des faibles vitesses. Il s'est avéré que le couplage entre le champ de pression et les autres variables était difficile à traiter du point de vue numérique et des algorithmes spécifiques aux écoulements incompressibles ont dû être développés. Les premiers auteurs à proposer un tel algorithme ont été Patankar et Spalding [14]. L'algorithme Semi Implicit Pressure Linked Equations proposé par les deux auteurs a connu plusieurs versions (SIMPLER, SIMPLEC, PISO) et il est sans aucun doute le plus utilisé. Les équations différentielles sont discrétisées par la méthode des volumes finis ou par la méthode des éléments finis. Les deux méthodes sont équivalentes car elles peuvent s'écrire comme des principes variationnels : la méthode des volumes finis est un cas particulier de la méthode des éléments finis. Par contre, la mise en œuvre de chacune de ces méthodes est différente. La méthode des volumes finis est basée sur les algorithmes de la famille SIMPLE. Le domaine est discrétisé en rectangles ou en briques. Traditionnellement, afin d'éviter le découplage entre le champ de pressions et le champ de vitesses, les composantes de la vitesse sont calculées dans des volumes de contrôle décalés par rapport aux volumes de contrôle utilisés pour la pression. Seuls des

maillages structurés peuvent être utilisés. Ces maillages sont caractérisés par le fait que, pour chaque volume de contrôle considéré, le nombre de volumes situés à gauche et à droite, ou en haut et en bas, est identique.

La méthode des éléments finis est plus flexible du point de vue des domaines qu'elle peut traiter. Les éléments sont des triangles ou des tétraèdres mais aussi des rectangles ou des briques. Les maillages non-structurés et adaptatifs peuvent être employés.

C'est seulement pendant la dernière décennie, après que des algorithmes d'interpolation spéciaux, éliminant la nécessité de décaler les volumes de contrôle, aient été développés, que la méthode des volumes finis a pu égaler la flexibilité de la méthode des éléments finis.

Les conditions limites dans les sections d'entrée et de sortie sont plus variées que dans le cas des équations du film mince. Les mêmes conditions provenant de la loi de Bernoulli généralisée peuvent être utilisées. En plus de la vitesse moyenne, il faut cette fois préciser le profil des vitesses. Théoriquement, le modèle basé sur les équations de Navier-Stokes moyennées a la capacité de traiter aussi les zones à l'amont et à l'aval du joint, donc permet d'éviter l'utilisation des coefficients de perte de charge ou de prérotation. Cette démarche n'est pas toujours possible ou efficace en raison des très grandes différences entre les dimensions du joint et celles du domaine de l'écoulement.

V ■ RÉSULTATS ET DISCUSSIONS

Il est intéressant de présenter l'ensemble des résultats obtenus en commençant par ceux relatifs à l'intégration numérique des équations de Navier-Stokes. Ces méthodes offrent en effet des informations très détaillées qui permettent de souligner avec clarté les hypothèses et les limites des méthodes simplifiées.

● 5.1 Résultats de l'intégration des équations de Navier-Stokes moyennées

5.1.1 Résultats tridimensionnels

Les calculs du domaine contenant la configuration complète (joint-chambre-joint) en position excentrée ont été effectués par Amoser [3] avec le code ASTEC. Sur les figures 7 et 8, on a représenté respectivement les composantes axiale et circonférentielle de la vitesse pour différentes positions azimutales $\vartheta = 0^\circ, 90^\circ, 180^\circ$ et 270° . La composante axiale de la vitesse est nettement plus faible dans la section du jeu minimal $\vartheta = 0^\circ$ que dans la section du jeu maximal $\vartheta = 180^\circ$. Les effets d'entraînement par la paroi du rotor et le ralentissement près de la paroi du stator sont visibles sur la figure 8. Il y a une forte variation de la vitesse circonférentielle dans la chambre.

7. Distribution de la vitesse axiale.

On observe également que le développement des profils de vitesses dans le premier joint est plus rapide dans la section du jeu minimal $\vartheta = 0^\circ$ que dans la section du jeu maximal.

5.1.2 Résultats quasi -tridimensionnels

Les résultats sont obtenus en deux étapes. L'écoulement pour la position centrée de l'arbre est calculé dans une première étape. Dans ce cas, le domaine et l'écoulement ont une symétrie axiale. Dans une deuxième étape, on calcule l'écoulement en position excentrée sans mésalignement de l'arbre. Cette fois, on emploie des méthodes spécifiques à la dynamique des rotors.

Les résultats de calcul pour l'écoulement centré ont été obtenus avec les codes LABYR0 (Navier-Stokes, volumes finis, développé au LMS de Poitiers) et N3S (Navier-Stokes, éléments finis, développé par EDF) et sont présentés sur les figures 9 à 14.

Sur les figures 9a et 9b, on présente les lignes de courant dans la chambre et dans le deuxième joint obtenues avec le code LABYR0. L'écoulement dans la chambre est constitué d'un jet axi-symétrique qui entraîne deux grandes zones de recirculation. A la sortie de la chambre, l'écoulement est fortement accéléré et les lignes de courant sont très courbées. L'influence de la section de sortie de la chambre se fait sentir jusque dans le deuxième joint. Dans la zone

d'entrée de ce joint, les lignes de courant sont courbées et renferment une petite zone de recirculation près de la paroi du stator. L'effet du jet et le développement de l'écoulement axial sont bien visibles sur les profils de la vitesse axiale présentés sur les figures 10 et 11.

La variation de la pression le long des parois est présentée sur la figure 12. Les pertes de charge linéaires le long des deux joints sont bien estimées par le calcul mais la présence de la chambre introduit une surestimation de la pression dans la première partie. Ces différences proviennent d'une part du modèle de turbulence k- ϵ et d'autre part du traitement des termes de convection dans les équations discrétisées. Il est bien connu en effet que le modèle k- ϵ , qui a été développé pour des écoulements avec couches limites « saines », ne peut décrire que d'une manière qualitative les écoulements avec de fortes zones de recirculation. D'autres cas-tests, comme l'écoulement au voisinage d'une marche étudié par Thangam et Speziale [18], ont montré que les erreurs introduites vont toujours dans le sens d'une surestimation de la turbulence dans ces zones. A cet effet vient s'ajouter celui de la « viscosité numérique » due à la discrétisation des termes de convection que les maillages d'un raffinement raisonnable n'arrivent pas à éliminer. La chambre va donc être associée à une résistance hydraulique trop importante. Cela est visible sur la figure 12 pour les points de mesure situés sur les parois laté-

8. Distribution de la vitesse circonférentielle.

ACTIVITÉ DES DIVISIONS

rales. L'effet se retrouve sur la perte de charge, surestimée à l'entrée du deuxième joint.

Sur les figures 13 et 14, on a représenté les profils de vitesse circumférentielle. On peut observer sur la figure 13 que, dans la chambre, l'écoulement va entraîner le fluide en bloc dans son mouvement selon la direction circumférentielle. En moyennant les vitesses circumférentielles sur la section d'entrée du deuxième joint, on obtient une valeur de 0,42 pour la vitesse de prérotation adimensionnée. Ces vitesses sont données par le dernier profil représenté sur la figure 13b. L'écoulement « trop turbulent » dans la chambre n'influence pas seulement le niveau des pressions mais il accentue aussi le mouvement en bloc du fluide. Par conséquent, la valeur de prérotation de 0,42 est certainement surestimée.

9a. Lignes de courant dans la chambre.

Pour un fonctionnement en position excentrée sans mésalignement de l'arbre, la valeur 0,4 de l'excentricité permet encore un calcul en utilisant l'hypothèse de petites perturbations. Ce calcul est effectué seulement pour le deuxième joint annulaire lisse.

Deux approches ont été suivies pour réaliser les calculs dynamiques : une méthode proposée par Dietzen et Nordmann [8] et une méthode développée par Arghir et Frêne [5]. Les deux méthodes sont basées sur la même transformation des coordonnées et utilisent une perturbation analytique des paramètres de l'écoulement et de la géométrie pour obtenir des équations à l'ordre un. La première méthode introduit une hypothèse simplificatrice forte, la non-influence de l'excentricité sur la turbulence. La deuxième méthode élimine cette hypothèse et est généralement plus rigoureuse. Les conditions aux limites sur les parois sont imposées à partir d'une perturbation de la loi logarithmique.

Les résultats obtenus par la première méthode (volumes finis, Dietzen et Nordmann [8]) sont marqués SIMPLEC sur la figure 15 et dans le tableau 5. Ils ont été obtenus pour un écoulement en position centrée calculé pour toute la géométrie (joints + chambre). Dans ce cas, il n'est plus nécessaire d'introduire le coefficient de prérotation car les conditions dans la section d'entrée sont déterminées par l'écoulement amont. Pour comparaison, on a présenté également sur la figure 15 les résultats obtenus avec le code MESALIGN à partir de la méthode des perturbations appliquée aux équations du film mince (forces d'inertie moyennées, Simon et Frêne [16]). Cette méthode sera commentée dans le paragraphe suivant. On peut observer sur la figure 15 que les forces radiales (dans la direction de l'excentricité) sont en bonne concordance avec les résultats expérimentaux. On retrouve surtout un pic du champ de pression qui est dû à la petite zone de décollement située sur le stator après la section d'entrée, visible sur la figure 9b. En ce qui concerne les forces tangentielles (dans une direction perpendiculaire à l'excentricité), on observe (fig. 15) un écart significatif entre les mesures et les résultats de calculs volumes finis. Si l'on sait que l'évaluation de ces forces tangentielles est sensible à la valeur de prérotation retenue, l'écart entre le coefficient de raideur croisée mesuré et celui calculé par cette méthode est trop grand pour être expliqué uniquement par l'influence de ce paramètre. D'autres tests ont par ailleurs montré que cette méthode surestime systématiquement la force tangentielle.

Il a paru justifié d'utiliser la deuxième méthode plus rigoureuse (volumes finis, Arghir et Frêne [5]). Les résultats obtenus avec la deuxième méthode sont marqués LABYR1 et sont présentés sur la figure 16 et dans le tableau 5. Plusieurs calculs ont été effectués :

1. L'écoulement en position centrée est calculé pour toute la géométrie (joints+chambre) donc avec un coefficient de prérotation de 0,42.
2. L'écoulement en position centrée est calculé pour un joint isolé avec le même coefficient de prérotation.
3. Le même calcul que le précédent est réalisé mais avec un coefficient de prérotation de 0,35.

Le calcul dans lequel la prérotation est introduite comme paramètre (calcul 3) donne des résultats qui sont en bonne concordance avec les expériences. Par contre, dans la première situation (calcul 1), puisque le découplage entre l'écoulement dans la chambre et l'écoulement dans le joint n'est plus possible, le niveau trop élevé de la prérotation fait que l'écart avec l'expérience est plus important.

9b. Lignes de courant dans le deuxième joint.

10a. Vitesse axiale dans la chambre (première partie).

10b. Vitesse axiale dans la chambre (deuxième partie).

11a. Vitesse axiale dans le joint (première partie).

11b. Vitesse axiale dans le joint (deuxième partie).

12. Variation de la pression le long de la paroi.

Comme on peut l'observer sur la figure 9b, les lignes de courant ne deviennent parallèles qu'après une zone de développement qui dans ce cas représente un peu plus de 10 % de la longueur du deuxième joint. C'est seulement à l'aval de cette zone que les hypothèses du modèle du film mince sont valides.

5.2 Résultats obtenus avec des méthodes de calcul simplifiées

5.2.1 Modèle du film mince

Les résultats présentés sont obtenus avec le code MESALIGN de Simon [16]. La méthode est basée sur les équations du film mince de Constantinescu. Les deux étapes du calcul (le problème à l'ordre zéro et le problème à l'ordre un) sont réalisées dans le même code.

Les effets de la section d'entrée sont découplés de l'écoulement. Le coefficient de perte de charge et la prérotation sont introduits en tant que paramètres. Pour ce calcul, la perte de charge mesurée et une prérotation de 35 % sont utilisées comme conditions d'entrée. La prérotation n'étant pas mesurée, la valeur de 35 % a été ajustée afin d'obtenir une raideur croisée, k , égale à la valeur mesurée. Plusieurs valeurs de la pression d'arrêt à l'entrée ont été testées afin d'obtenir le débit correct.

Les résultats sont présentés sur la figure 15 et dans le tableau 5.

13a. Vitesse circonférentielle dans la chambre (première partie).

13b. Vitesse circonférentielle dans la chambre (deuxième partie).

14a. Vitesse circonférentielle dans le joint (première partie).

14b. Vitesse circonférentielle dans le joint (deuxième partie).

Tableau 5

Coefficients dynamiques	$K \cdot 10^5$ [N/m]	$k \cdot 10^5$ [N/m]	$C \cdot 10^4$ [N.s/m]	$c \cdot 10^3$ [N.s/m]	M [kg]
Mesures d'Amoser [3] (*) Interpolations des mesures de Graf [12]	5,280	4,422	1 (*)	2,50 (*)	33 (*)
Volumes finis (SIMPLEC) config. complète, $\gamma_e = 0,42$	5,003	6,589	1,14	2,05	28
Volumes finis (LABYR1) config. complète, $\gamma_e = 0,42$	3,877	5,635	1,15	3,01	29
Volumes finis (LABYR1) joint lisse, $\gamma_e = 0,35$	4,033	4,324	1,21	2,17	26
Film mince (MESALIGN), $\gamma_e = 0,35$	4,143	4,185	1,20	2,50	28
Bulk flow (SEAL), $\gamma_e = 0,29$	5,180	3,900	1,40	2,01	23
Analytique (Amoser), $\gamma_e = 0,35$	4,420	4,310	1,17	2,45	33

15. Forces dans le deuxième joint (cas excentré).

La figure 15 montre que le calcul effectué en prenant l'hypothèse d'un écoulement avec lignes de courant parallèles ne peut pas mettre en évidence le pic de la force radiale. Cet effet des forces d'inertie est dû à la zone de recirculation située sur le stator et n'est pas correctement quantifié par le coefficient de perte de charge à l'entrée.

5.2.2 Modèle du « bulk-flow »

Des calculs pour le deuxième joint de la configuration testée ont été effectués par A. Frei de « Sulzer Pumps » avec le code SEAL. Le programme est basé sur la méthode proposée par Florjancic [9]. La méthode est un développement du modèle de « bulk-flow » de Childs utilisant trois types de volumes de contrôle destinés à prendre en compte les particularités de l'écoulement incompressible dans des joints à stator rainuré. Pour un joint lisse, comme c'est le cas ici, la démarche est identique à la méthode de Childs.

La concordance optimale avec les mesures a été obtenue avec $\xi_r = 0,4$, $\xi_s = 0,775$ et une prérotation de 29 %. La perte de charge calculée dans le joint est de 1,14 bar. Les coefficients dynamiques sont présentés dans le tableau 5.

5.2.3 Résultats analytiques

Les coefficients dynamiques obtenus avec la méthode analytique d'Amoser sont présentés dans le tableau 5. La vitesse moyenne circonférentielle $\gamma = 0,35$ à l'entrée du deuxième joint a été calculée pour la situation donnée du cas test et est utilisée dans la simulation analytique. Cette prérotation a été calculée par un bilan de moments en amont du deuxième joint et en considérant $C_u = 0$ dans la chambre amont.

VI ■ CONCLUSIONS

On peut constater que toutes les méthodes utilisant une prérotation de 0,35 donnent des résultats proches des valeurs mesurées. Le coefficient de raideur directe, K , est toujours sous-estimé. L'origine de la différence entre la valeur mesurée et les calculs se situe très vraisemblablement dans la zone de recirculation située sur la paroi du stator juste après la section d'entrée. Les valeurs du coefficient de raideur croisée sont fortement influencées par la prérotation. La valeur de 0,35 du coefficient de prérotation peut être bien estimée avec les informations résultant des conditions amont et conduit à une bonne concordance avec les résultats mesurés. L'intégration numérique des équations de Navier-Stokes moyennées montre que cette valeur est justifiée. Par contre, le modèle numérique surestime le taux de turbulence dans la chambre, ce qui conduit à surestimer le mouvement circonférentiel et donc la valeur de la prérotation.

En conclusion, on retiendra que ce cas-test, beaucoup plus détaillé que ce qui existe dans la littérature, a permis de mettre en

16. Influence de la prérotation sur les forces dans le deuxième joint (cas excentré).

évidence les performances et les limites des méthodes actuellement utilisées pour le calcul des joints annulaires lisses fonctionnant en régime d'écoulement incompressible et turbulent. On retiendra également que dans l'ensemble, pour ce type de joints annulaires, les différentes méthodes prédisent globalement correctement l'influence du joint sur le comportement dynamique de l'arbre.

RÉFÉRENCES

- [1] AMOSER M., STAUBLI T. — « Three-Dimensional Flow Phenomena in Labyrinth Seals », presented at the 9th Conference on Fluid Machinery, Budapest, September 1991.
- [2] AMOSER M. — « Analysis of labyrinth seals with respect to efficiency and rotordynamics », IAHR, 6th International Meeting, 8-10 September 1993, Lausanne, Switzerland.
- [3] AMOSER M. — « Strömungsfelder und Radialkräfte in Labyrinthdichtungen hydraulischer Strömungsmaschinen », Dissertation ETH Nr. 11150, Zürich, 1995.
- [4] ARGHIR M., LUCAS V., FRENE J. — « Comparisons Between Algebraic Nonlinear Turbulence Models. Applications to Seals Analysis », Proceedings of the 21 Leeds-Lyon Symposium, Edited by Elsevier Publishing, 1994.
- [5] ARGHIR M., FRENE J. — « Détermination des caractéristiques statiques et dynamiques des joints rainurés fonctionnant en position centrée. Rapport final. », Contrat de collaboration, No 2L3994/EP639, EDF-LMS, Université de Poitiers, 1995.
- [6] CHILDS D. — « Turbomachinery rotordynamics, phenomena, modeling and analysis ». John Wiley & Sons, New York, 1993.
- [7] CONSTANTINESCU V.N. — « Viscous flow ». Springer Verlag, 1995.
- [8] DIETZEN F.J., NORDMANN R. (1987). — « Calculating Rotor-dynamic Coefficients of Seals by Finite-Difference Techniques », ASME Journal of Tribology, Vol. 109, pp. 388-394.
- [9] FLORJANCIC S. — « Annular seals of high energy centrifugal pumps : a new theory and full scale measurements of rotordynamic coefficients and hydraulic friction factors », Dissertation Nr. 9087, Zürich, 1990.
- [10] Frêne J., Nicolas D., Degueurce B., Berthe D., Godet M. — « Lubrification hydrodynamique ». Editions Eyrolles, 1990.
- [11] GRAF K. — « Spaltströmungsbedingte Kräfte an berührungslosen Dichtungen von hydraulischen und thermischen Maschinen », Dissertation ETH Nr. 9319, Zürich, 1991.

- [12] KÜNDIG P. — « Gestufte Labyrinthdichtungen hydraulischer Maschinen, Experimentelle Untersuchung der Leckage, der Reibung und der stationären Kräfte ». Dissertation ETH Nr. 10366, Zürich, 1993.
- [13] LAUNDER B.E., SPALDING D.B. (1974). — « The Numerical Computation of Turbulent Flows ». *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 3, pp. 269-289.
- [14] PATANKAR S.V. (1980). — « Numerical Heat Transfer And Fluid Flow ». Hemisphere Publishing Corporation & McGraw Hill B.C.
- [15] SCHIESTEL R. — « Modélisation et simulation des écoulements turbulents ». Hermès, Paris, 1993.
- [16] SIMON F., FRENE J. — « Analysis for incompressible flow in annular pressure seals ». *ASME Journal of Tribology*, Vol. 114, pp. 431-438, July 1992.
- [17] SZERI A. — « Tribology ». Hemisphere Publishing, 1980.
- [18] THANGAM S., SPEZIALE C.G. — « Turbulent Flow Past a Backward-Facing Step : A Critical Evaluation of Two-Equation Models ». *AIAA Journal*, Vol. 30, No. 5, pp. 1314-1320, 1992.

ANNEXE

Fonctions dans le modèle d'Amoser pour la détermination de la force de Lomakin et de la force visqueuse :

$$f_{L_0} = 1,3 \frac{2 + \zeta_s - \zeta_s}{\zeta_s + \zeta_s + \frac{\lambda L}{2S_0}} \lambda$$

$$f_{V_0} = 0,75 \left[B(1 + 6E) \lambda \frac{L}{S_0} + 48E \right]$$

$$E = \frac{1}{2} \frac{2 + \zeta_s - \zeta_s}{\zeta_s + \zeta_s + \frac{B}{2} \frac{\lambda L}{2S_0}}$$

$$B = 1 + 0,75 \cos^2 \varphi_c$$