Couplage entre un code de calcul méridien instationnaire et un code de calcul 3D dans l'optique de simuler les écoulements transitoires de démarrage dans les turbopompes multiétagées

*Coupling an unsteady throughflow calculation and a 3D calculation
in order to simulate flow in multistage turbomachines with variable
rotating speed*

par P. Héront, P. Ferrand, F. Lebœuf

Laboratoire de Mécanique des Fluides et d'Acoustique de l'Ecole Centrale de Lyon

E.M. EL Ghazzani

Metraflu

This study deals with a new calculation method which consists in coupling a throughflow calculation with a 3D code. The aim of this development is to simulate flows in multistaged turbomachines with variable rotating speed.

To calculate the steady 3D relative flow of each isolated row embedded in a multistaged configuration, accurate boundary conditions, function of the influence of the other rows, are needed upstream and downstream. In our method, those conditions are imposed in a coupling process, as results of a throughflow calculation. This code solves the circumferentially averaged Euler equations on a multistaged domain. Because the averaging process generates source terms usually known as blades forces and deterministic stresses function of 3D variables fields, the throughflow calculation and the 3D calculations, one per row, are realised in the same process. Periodically during the time-marching evolution of the throughflow calculation, 3D calculations are done using boundary conditions from it. When they are finished, throughflow calculation source terms are restored. The coupling process continues, until the throughflow calculation convergence is obtained.

The 3D code used is CALECHE, which solves the 3D incompressible Euler equations written with the Clebsch variables.

The method has been successfully validated on an axial compressor stage. and preliminary results are presented on isolated row with fast start of rotating speed.

I ■ INTRODUCTION

La simulation numérique des écoulements instationnaires de type transitoire dans les turbomachines, et plus particulièrement les régimes transitoires de démarrage rapide des turbo-pompes spatiales multiétagées, est un domaine pour lequel encore peu d'outils ont été développés. Les ingénieurs des bureaux d'études s'appuient généralement sur l'hypothèse quasi-stationnaire, consistant à supposer qu'à chaque instant d'une évolution instationnaire, le point de fonctionnement de la machine correspond à un point de fonctionnement stationnaire. Or, cette hypothèse est fautive dans le cas des démarrages rapides. Des études expérimentales [1, 2, 3] ont montré qu'au contraire, il existait un écart significatif entre les deux types de comportement. Le développement de nouvelles méthodes de calcul, aptes à reproduire le comportement particulier des turbomachines dans ces conditions, permettrait de décrire de façon plus rigoureuse le chemin instationnaire emprunté, et permettrait d'améliorer la compréhension des phénomènes physiques mis en jeu.

Nous proposons dans cet article une nouvelle méthode de calcul, qui s'inscrit dans cet objectif de recherche. Cette méthode consiste à coupler un code de calcul méridien, qui assure la résolution des équations d'Euler moyennées dans la direction azimutale sur une configuration multiétagée, avec un code de calcul 3D appliqué sur chaque roue. Nous présentons dans un premier temps les équations moyennées résolues dans le cadre du calcul méridien, et montrons la nécessité de le coupler avec un code de calcul 3D, pour déterminer la valeur des termes sources d'origine tridimensionnelle apparaissant par le biais du processus de moyenne azimutale. Nous présentons le principe du couplage, pratiquement mis en œuvre avec le code de calcul 3D CALECHE. Nous montrons ensuite la validité de la méthode proposée dans le cas du fonctionnement stationnaire d'un étage de compression axiale basse-vitesse. Cette validation s'appuie sur une comparaison avec un code de calcul multiétagé construit sur le principe d'un couplage direct 3D-3D. Nous présentons finalement des premiers résultats instationnaires correspondant à la simulation d'une variation de régime entre deux points de fonctionnement stationnaires d'une roue axiale basse-vitesse.

II ■ FORMULATION DES ÉQUATIONS D'EULER INSTATIONNAIRES MOYENNÉES

Les équations d'Euler, formulées dans un repère mobile de vitesse de rotation ω variable en fonction du temps, sont moyennées géométriquement dans la direction azimutale, après introduction de l'opérateur de moyenne azimutale pondérée par la masse volumique :

$$\bar{A} = \frac{\bar{\rho} A^s}{\bar{\rho}^s} = \frac{N_a}{b} \frac{\int_{\theta_i}^{\theta_e} \rho A d\theta}{\int_{\theta_i}^{\theta_e} \rho d\theta} \quad (1)$$

N_a étant le nombre d'aubes, b le blocage : $b = 2\pi - N_a e$ et e l'épaisseur d'une aube.

Les équations moyennées, développées en repère cylindrique sont écrites sous forme condensée et semi-conservative :

$$\frac{\partial \bar{q}^s}{\partial t} + \frac{\partial \bar{b} \bar{E}}{\partial z} + \frac{\partial \bar{b} \bar{F}}{\partial r} + \bar{b} \bar{H} + \bar{b} \bar{H}_i = \bar{F}_p + \bar{F}_{3D} \quad (2)$$

$\bar{q}^s = (\bar{\rho}^s, \bar{\rho}^s \bar{W}_z, \bar{\rho}^s \bar{W}_r, \bar{\rho}^s \bar{W}_\theta, \bar{\rho}^s \bar{E})$ est le vecteur des inconnues, fonction des grandeurs conservatives moyennées.

$\bar{E}, \bar{F}$ correspondent à la moyenne des flux convectifs.

$\bar{H}$ contient les termes moyens issus du développement de l'opérateur divergence en repère cylindrique. Il contient aussi les forces de Coriolis et centrifuges. $\bar{H}_i$ contient les termes proportionnels à l'accélération angulaire $\frac{\partial \omega}{\partial t}$, caractéristique des régimes transitoires.

$$\bar{H}_i = \left[0, 0, 0, \bar{\rho}^s r \frac{\partial \omega}{\partial t}, \bar{\rho}^s r \frac{\partial \omega}{\partial t} \bar{W}_\theta \right] \quad (3)$$

L'application de la moyenne azimutale génère trois termes, $\bar{F}_p, K_f$ et $\bar{F}_{3D}$ qui apparaissent comme des termes sources pour le solveur des équations moyennées.

Le théorème de Leibniz [4] appliqué aux gradients de la partie convective génère la force d'aubages $\bar{F}_p$ définie par :

$$\bar{F}_p = N_a \left[0, \left[P_s \frac{\partial \theta}{\partial z} \right]_{\theta_i}^{\theta_e}, \left[P_s \frac{\partial \theta}{\partial r} \right]_{\theta_i}^{\theta_e}, \left[-\frac{P_s}{r} \right]_{\theta_i}^{\theta_e}, 0 \right] \quad (4)$$

Ce terme correspond à l'influence des aubages sur l'écoulement moyen. Il dépend des pressions statiques pariétales.

La propriété classique $\overline{AB} = \overline{AB} + \overline{a'b'}$ appliquée aux produits apparaissant dans les flux convectifs, génère :

— L'énergie cinétique des fluctuations azimutales, prise en compte dans les flux $\bar{E}$ et $\bar{F}$, et définie par :

$$K_f = \frac{\overline{w_i w_i}}{2} \quad i \in \{z, r, \theta\} \quad (5)$$

— Le terme de convection des pseudo-tensions azimutales défini par :

$$\bar{F}_{3D} = -\frac{\partial \bar{b} \bar{E}_{3D}}{\partial z} - \frac{\partial \bar{b} \bar{F}_{3D}}{\partial r} - \bar{b} \bar{H}_{3D} \quad (6)$$

$\bar{E}_{3D}, \bar{F}_{3D}, \bar{H}_{3D}$ sont les flux contenant les pseudo-tensions azimutales [4].

La résolution des équations instationnaires moyennées (2) nécessite la connaissance à chaque instant de la valeur de ces termes sources. Or, il s'avère que la connaissance du champ moyen est insuffisante pour la déterminer. La reconstruction précise des termes sources nécessite la connaissance du champ tridimensionnel associé au champ moyen. Le solveur des équations moyennées, c'est-à-dire le calcul méridien, est donc couplé avec un code de calcul 3D.

III ■ COUPLAGE ENTRE LE CALCUL MÉRIDIEN ET LE CODE DE CALCUL 3D

● 3.1 Schéma numérique du calcul méridien

Le schéma numérique du calcul méridien possède les caractéristiques suivantes [5].

En terme de discrétisation temporelle, un schéma explicite Runge-Kutta à 4 pas assure une évolution en temps précise.

D'un point de vue spatial, les équations sont écrites en coordonnées curvilignes généralisées, puis intégrées selon la méthode des volumes finis sur un maillage structuré. Les flux aux interfaces des cellules sont discrétisés à l'aide du schéma Mixte-Van Leer [6].

Les conditions limites sont implantées à l'aide des relations de compatibilité [7]. Pratiquement, et dans le cas subsonique, nous imposons :

- à l'amont : la pression totale, la température totale et deux directions d'écoulement,
- à l'aval : la pression statique,
- sur les parois moyeu et carter : la condition de glissement.

● 3.2 Le code de calcul 3D : CALECHE

Le code CALECHE [8], développé initialement par EDF, puis par SEP, CNES et METRAFLU, assure la résolution des équations d'Euler 3D incompressibles et stationnaires, développées en fonction des variables de Clebsch, sur une roue isolée de turbomachine.

Cette formulation repose sur la décomposition de Clebsch-Hawthorne du vecteur vitesse en une partie potentielle et une partie rotationnelle :

$$\vec{V} = \nabla\Phi + P^* \nabla\beta \quad (7)$$

Φ , P^* , β sont appelées variables de Clebsch-Hawthorne. P^* est la pression totale relative.

La résolution du système finalement obtenu est réalisée par une méthode d'éléments finis, sur un maillage structuré par blocs.

$$\begin{cases} \nabla \cdot (\bar{W}P^*) = 0 \\ \nabla \cdot (\bar{W}\beta) = \frac{1}{\rho} \\ \nabla \cdot (\nabla\Phi) = -\nabla \cdot (P^* \nabla\beta - \bar{U}) \end{cases} \quad (8)$$

Les conditions limites imposées par le calcul méridien dans le cas du couplage avec ce code, sont, à l'amont, la distribution radiale de chaque composante de vitesse, ainsi que celle de P^* . A l'aval, rien n'est imposé. Cependant, le code impose en cours de calcul, un flux de masse égal sous forme intégrale à celui imposé à l'amont, et réparti radialement en fonction des équilibres radiaux calculés.

● 3.3 Principe du couplage avec un code de calcul 3D

Le couplage est présenté dans le cadre d'un calcul méridien instationnaire puis particularisé au cas d'une utilisation stationnaire (fig. 1).

Le calcul est initialisé avec la résolution stationnaire correspondant au point de départ de l'évolution instationnaire à réaliser. Périodiquement au cours de l'évolution en temps imposée par le solveur explicite du calcul méridien, les termes sources décrits précédemment sont remis à jour par appel aux calculs 3D. Pour cela, le solveur méridien se fige. Les conditions limites amont-aval nécessaires aux calculs 3D sont reconstruites à partir des grandeurs méridiennes courantes. Des calculs 3D stationnaires sont alors réalisés successivement dans chaque roue de la configuration étudiée, indépendamment les uns des autres. A convergence de ces calculs 3D, les termes sources sont construits par post-traitement des résultats 3D. Le calcul méridien redémarre sur la base des nouveaux termes sources. Ce processus perdure jusqu'à la fin de l'intervalle de temps étudié.

Dans le cadre d'un calcul stationnaire, le processus est identique aux différences suivantes. L'initialisation ne correspond plus à une solution convergée. Le processus de couplage est réalisé jusqu'à convergence du calcul méridien. A ce stade, les calculs 3D sont également convergés sur des solutions correspondant à l'écoulement dans chaque roue, perçues comme éléments d'une machine multiétagée. Le calcul méridien devient donc dans ce cas un vecteur de couplage permettant d'établir un équilibre entre l'ensemble des calculs. La méthode développée est donc équivalente, lorsqu'elle est utilisée dans un cadre stationnaire, à une méthode de couplage direct de calculs 3D.

1. Principe du couplage du calcul méridien et d'un code de calcul 3D.

IV ■ VALIDATION STATIONNAIRE DU COUPLAGE SUR UN ÉTAGE AXIAL

Il s'agit de montrer, tout d'abord, que dans un cadre stationnaire, la méthode proposée peut être utilisée avec succès sur des configurations constituées de plus d'une roue. Il s'agit de montrer, finalement, que les résultats obtenus sont identiques à ceux d'une méthode de calcul multiétagée stationnaire équivalente : CALECHE-ETAGE, la version multiétagée de CALECHE [4, 9]. Cette version consiste, pour un étage, dans le couplage entre deux calculs 3D stationnaires réalisés respectivement dans chaque roue de la géométrie, s'adaptant l'un à l'autre au cours d'un processus itératif, par le biais d'un échange d'informations au niveau de l'interface entre l'aval de la première roue et l'amont de la deuxième.

La géométrie choisie est un étage de compression axial. Le rotor est une roue de compression basse-vitesse, expérimentée au Laboratoire de Mécanique des Fluides et d'Acoustique de l'ECL. Cette roue vrillée contient 12 pales réalisées sur les bases d'un profil NACA. Le maillage 3D associé à cette roue, dont une coupe aube-à-aube au moyeu est représentée par la figure 2, contient respectivement 59, 11 et 15 points dans les directions z , r et θ . Le stator est un redresseur dessiné pour l'occasion, qui n'a pas d'existence physique. Il s'agit d'une roue constituée de 15 pales sans épaisseur, dont les profils à rayon constant sont identiques du moyeu au carter. Ce profil unique correspond à un arc de parabole dessiné pour assurer une incidence nulle à rayon moyen, et pour redresser l'écoulement jusqu'à une déflexion théorique nulle. Le maillage 3D associé à cette roue, dont une coupe aube-à-aube au moyeu est représentée par la figure 3, contient respectivement 57, 11 et 15 points dans les directions z , r et θ . Le maillage méridien utilisé par le calcul méridien, et construit sur l'étage (fig. 4) contient 204 points dans la direction axiale et 11 points dans la direction radiale. Ce maillage est raffiné aux bords d'attaque et aux bords de fuite, en adéquation avec les maillages 3D [4, 10].

La procédure de validation est la suivante. Nous réalisons tout d'abord un calcul méridien en imposant un niveau de pression statique aval. A convergence, le calcul fournit des conditions limites amont pour le calcul comparatif CALECHE-ETAGE.

2. Coupe aube-à-aube au moyeu du maillage tridimensionnel du rotor.

3. Coupe aube-à-aube au moyen du maillage tridimensionnel du stator.

Les conditions limites imposées au calcul méridien sont les suivantes :

$$\text{Amont} \begin{cases} P_t^{\text{Amont}} = 96\,701,6 \text{ Pa} \\ T_t^{\text{Amont}} = 273,27 \text{ K} \\ \text{Entrée purement axiale} \\ \text{Pas de prérotation} \end{cases} \quad \text{Aval} \begin{cases} P_s^{\text{aval}} = 97\,400,0 \text{ Pa} \end{cases} \quad (9)$$

La vitesse de rotation du rotor est $\omega = 1\,500$ tr/mn.

Le CFL choisi pour réaliser le calcul est 2,0. 16 000 itérations sont réalisées de façon à ce que le résidu sur l'énergie approche 10^{-6} en fin de calcul. La période d'appel, c'est-à-dire le nombre d'itérations entre deux appels aux calculs 3D est fixée à 1800.

Le calcul ainsi mis en œuvre converge sans problèmes (fig. 5), ce qui valide la procédure de couplage. La comparaison entre les résultats du calcul méridien et la moyenne azimutale des résultats de chacun des calculs 3D réalisés dans le cadre de CALECHE-ETAGE, est satisfaisante. De façon globale, à débit massique identique, la figure 6 montre que le calcul méridien restitue le niveau de pression statique aval fourni par CALECHE-ETAGE avec une précision inférieure à 1 %. Cette remarque signifie que le calcul méridien couplé permet de restituer la caractéristique stationnaire de fonctionnement d'une machine multiétagée avec une bonne précision. De façon plus précise, la figure 6 montre que la

pression statique moyenne prédite par le calcul méridien est satisfaisante sur tout le domaine méridien. Il existe en effet une bonne adéquation entre l'évolution axiale prédite par le calcul méridien et celle prédite par le calcul CALECHE-ETAGE le long des lignes particulières de maillage moyeu, milieu de veine et carter. Seuls quelques écarts sont observés localement, notamment aux bords d'attaque, générés par un certain degré d'imprécision des termes sources. La comparaison des évolutions radiales de composante axiale moyenne de vitesse (fig. 7 et 8) impose les mêmes conclusions. Elle montre que notre méthode est capable de restituer les bons équilibres radiaux entre les deux roues, qui constituent une inconnue majeure en turbomachines multiétagées. Nous devons cependant moduler ce point car l'espace entre les roues est dans notre cas relativement grand, de l'ordre d'une corde, ce qui correspond à une faible influence du stator sur le rotor.

4. Maillage méridien de l'étage.

5. Courbes de convergence du calcul méridien couplé stationnaire sur l'étage axial.

6. Evolution axiale de la pression statique moyenne $\bar{P}_s$ sur les lignes moyen, milieu et carter. Comparaison entre le calcul méridien et les résultats de la version étage de CALECHE.

8. Evolution radiale de la composante axiale moyenne de vitesse $\bar{W}_z$ à l'AMONT du STATOR (fig. 4).

V ■ MONTÉE EN RÉGIME SUR UNE ROUE ISOLÉE AXIALE

Une variation de régime est simulée sur le rotor seul, déjà utilisé (fig. 2). Cette roue a été choisie compte tenu du bon comportement numérique du couplage sur cette roue [4].

Le cas-test consiste en la simulation de l'écoulement moyen instationnaire lors d'une variation de régime entre deux points de fonctionnement stationnaires de cette roue. Ces deux points sont choisis pour correspondre au même point de fonctionnement adimensionnel, défini par

$$\delta = \frac{Q}{\rho R^3 \omega} \text{ et } \psi_s = \frac{\Delta P_s}{\rho R^2 \omega^2}, \text{ avec } Q \text{ débit massique, } \Delta P_s$$

7. Evolution radiale de la composante axiale moyenne de vitesse $\bar{W}_z$ à l'AVANT du ROTOR (fig. 4).

variation de pression statique entre l'amont et l'aval, et $R = 0,257$ m, rayon en milieu de veine.

Ces points de fonctionnement sont définis par les grandeurs suivantes :

$$\begin{array}{ll} \text{Point 1} & \begin{cases} Q = 2,68 \text{ kg/s} \\ \rho = 1,23 \text{ kg/m}^3 \\ \omega = 750 \text{ tr/mn} \\ P_{s, \text{aval}} = 101\,416,7 \text{ Pa} \end{cases} \\ \text{Point 2} & \begin{cases} Q = 5,34 \text{ kg/s} \\ \rho = 1,23 \text{ kg/m}^3 \\ \omega = 1\,500 \text{ tr/mn} \\ P_{s, \text{aval}} = 101\,690,2 \text{ Pa} \end{cases} \end{array} \quad (10)$$

Ils correspondent tous deux aux valeurs $\delta = 1,628$ et $\psi_s = 0,343$.

Les conditions limites suivantes sont imposées :

— La vitesse de rotation suit une loi linéaire, en fonction du temps de la valeur minimale $\omega_1 = 78,53$ rad/s, à la valeur maximale $\omega_2 = 157,06$ rad/s sur une plage $T = 0,1$ s puis reste constante pendant 0,05 s. Ce choix d'une variation de vitesse de rotation $\Delta\omega = 78,53$ rad/s sur une durée T , fixe la valeur du critère instationnaire $\Delta\omega \cdot T$, proposé par Tsukamoto *et al.* [1], à 7,58. Pratiquement, en supposant que ce paramètre soit encore valable dans notre cas, et relativement aux observations de Debard [11], la valeur 7,58 correspond à un cas très instationnaire, c'est-à-dire introduisant des retards de débit importants comparativement au temps de montée en régime.

— La pression statique aval est supposée suivre une fonction parabolique de la vitesse de rotation de la valeur minimale $P_{s,1}$ à la valeur maximale $P_{s,2}$. Dans la mesure où l'évolution temporelle de la vitesse de rotation est linéaire, la pression statique aval suit donc une évolution parabolique en fonction du temps.

— Les conditions limites amont sont supposées indépendantes du temps et identiques à celles imposées sur l'étage (équation 9).

Le calcul proposé se caractérise par une échelle de temps acoustique $T_{ac} \approx 3.10^{-4}$ s [4], et par une échelle de temps convective $T_{co} \approx 10^{-2}$ s [4]. Le temps acoustique T_{ac} étant d'environ deux ordres de grandeur inférieurs au temps convectif, nous pouvons admettre que les effets convectifs sont bien découplés des effets acoustiques, dont l'échelle de temps doit être minimisée dans notre cas.

Le calcul méridien a été réalisé pour un CFL égal 2,0. Cela correspond à un pas de temps de l'ordre de $\Delta t = 6.10^{-6}$ s. Il faut donc 25 000 itérations pour parcourir l'intervalle temporel de 0,15 s. Au cours du couplage, nous avons fixé la période d'appel à 50, ce qui correspond à un appel toutes les 3.10^{-4} s.

La méthode s'avère capable de générer dans ces conditions une solution instationnaire.

La figure 9 montre l'évolution temporelle du débit massique. Ce dernier ne commence pas à croître instantanément. Il existe un retard au démarrage correspondant à l'effet de l'inertie du fluide. Ce retard n'existe pas pour l'évolution

temporelle de ΔP_s (fig. 10). Ce constat est en accord, dans une moindre mesure, avec les résultats obtenus expérimentalement dans les démarrages de pompe [2]. Ce retard persiste jusqu'à la fin de l'évolution instationnaire. A 0,1 s, le débit est encore en retard par rapport à la valeur finale correspondant à l'état stationnaire. A la fin du calcul, cependant, nous retrouvons bien le résultat stationnaire attendu correspondant au point de fonctionnement 2.

L'évolution temporelle du point de fonctionnement ($Q, \Delta P_s$) montre que nous ne sommes pas dans une situation quasi-stationnaire (fig. 12). La caractéristique quasi-stationnaire, construite en réalisant des calculs stationnaires pour quelques couples ($\omega, P_{s,aval}$) de l'évolution temporelle imposée, se révèle différente du chemin instationnaire calculé. L'aspect instationnaire du calcul est confirmé par l'évolution de δ en fonction du temps (fig. 11), qui accuse un écart de 10 % par rapport à la valeur $\delta = 1,628$, qui resterait constante dans l'hypothèse d'une évolution quasi-stationnaire.

9. Ventilateur : Evolution temporelle du débit massique.

10. Ventilateur : Evolution temporelle de la différence de pression statique ΔP_s entre l'amont et l'aval en milieu de veine.

11. Ventilateur : Evolution du coefficient de débit

$\delta = \frac{Q_v}{R_{mit}^3 \omega}$, en fonction du temps adimensionné par le temps de montée en régime.

12. Ventilateur : caractéristiques stationnaires et évolution temporelle du point de fonctionnement.

VI ■ CONCLUSIONS

Nous avons proposé une nouvelle méthode de calcul consistant dans le couplage d'un calcul méridien instationnaire et d'un code de calcul 3D. Cette méthode est développée dans l'optique de pouvoir simuler des écoulements instationnaires de type transitoire dans les turbomachines multiétagées. Nous avons montré que la méthode mise en œuvre fournissait des résultats satisfaisants en stationnaire sur une configuration d'étage. Nous avons montré que la méthode permettait également de simuler un régime transitoire sur une roue isolée.

Les résultats obtenus, non validés par rapport à l'expérience, correspondent à un comportement instationnaire similaire à celui observé avec des outils numériques ou expérimentaux différents. Ils permettent donc d'être optimiste quant à l'avenir de cette méthode, qui devra se poursuivre par la réalisation de cas-tests, proches des conditions expérimentales d'un démarrage, et permettant de comparer plus précisément les résultats numériques obtenus.

REMERCIEMENTS

Les auteurs souhaitent remercier le CNES (Centre National d'Etudes Spatiales) et la SEP (Société Européenne de Propulsion) qui ont financé ce travail de recherche.

RÉFÉRENCES

- [1] TSUKAMOTO H. and OHASHI H. — Transient characteristics of a centrifugal pump during starting period. *Journal of Fluids Engineering*, 104/6-14, March 1982.
- [2] BARRAND J.P., GHELICI N. and CAIGNAERT G. — Unsteady flow during the fast start-up of a centrifugal pump. In *FED. Vol. 154 Pumping Machinery*, pp. 143-150. ASME, 1993.
- [3] LEFEBVRE P.J. and BARKER. W.P. — Centrifugal pump performance during transient operation. *Journal of Fluids Engineering*, 117/123-128, March 1995.
- [4] HERONT P. — Simulation de l'écoulement dans les turbomachines multiétagées par couplage d'un calcul méridien et d'un calcul 3D : contribution au développement d'un outil numérique. Thèse de doctorat, Ecole Centrale de Lyon, 1997.
- [5] SAINT-PIERRE C. — Méthode de calcul méridien appliquée à la détermination des écoulements en turbines transsoniques multi-étagées. Thèse de doctorat, Ecole Centrale de Lyon, 1993.
- [6] FERRAND P. and AUBERT S. — Vab Leer's splitting extension at low mach numbers. *Compte rendu de l'Académie des Sciences*, 317 : 1-4, 1993.
- [7] CHAKRAVARTHY S.R. — Euler equations - implicit schemes and boundary conditions. *AIAA Journal*, 21(5) : 699-706, May 1983.
- [8] EL GHAZZANI E.M., SANNINO J.M. and MAITRE T. — Développement du code de calcul calèche et ses applications au cas des turbopompes spatiales. In *Colloque Ecoulement propulsifs dans les systèmes de transport spatial*, pp. 680-713. CNES, 1995.
- [9] EL GHAZZANI E.M., BOIS G., GRIMBERG I. and LANDRIEUX E. — A multi-stage calculation procedure using a 3D single row Euler solver. In *2nd European Conference on Turbomachinery Fluids Dynamics and Thermodynamics*, pp. 379-387, 1997.
- [10] HERONT P., FERRAND P., LEBŒUF F., and EL GHAZZANI E.M. — Calcul d'écoulements en turbomachines multiétagées : principe d'un couplage entre un bloc de calcul méridien et un code de calcul 3D. 33^e colloque d'aérodynamique appliquée : aérodynamique des basses vitesses. 24-26 mars 1997.
- [11] DEBARD M. — Simulation de l'écoulement lors du démarrage d'une turbopompe spatiale : contribution au développement d'un outil numérique. Thèse de doctorat, Ecole Centrale de Lyon, 1997.