Hydraulique du drainage A propos des formules de la profondeur équivalente

Drainage hydraulics : about the equivalent depth formulae

par Gaston Guyon

Ing. en Chef honoraire du Génie Rural, des Eaux et des Forêts,
membre de l'Académie d'Agriculture de France

Cette note est un complément aux études sur l'hydraulique du drainage publiées dans la Houille Blanche depuis 1995 (voir les n^{os} 7/95, 3/96 et 7/98). Elle commente l'utilisation pratique des équations déduites de la théorie moderne de l'hydrodynamique des nappes drainées dans le cas où le fond des tranchées n'atteint pas le substratum quasi-imperméable. Notamment y sont justifiées les simplifications apportées aux équations servant au calcul de l'écartement des drains quand on considère soit le régime d'écoulement permanent (pluies de faible intensité mais de longue durée), soit le régime de tarissement non influencé par les pluies (après ressuyage de l'horizon superficiel du sol).

« En nous servant d'une comparaison, nous pouvons dire que la création d'une nouvelle théorie ne ressemble pas à la démolition d'une grange et à la construction, à sa place, d'un gratte-ciel. Elle ressemble plutôt à l'ascension d'une montagne, où l'on atteint des points de vue toujours nouveaux et toujours plus étendus, entre le point de départ et les nombreux lieux de l'environnement... »

Albert EINSTEIN et Léopold INFELD
« L'évolution des idées en physique »
Édition Club France Loisirs
© 1983, Flammarion, Paris.

I ■ INTRODUCTION

Cette note technique fait l'objet de commentaires concernant la genèse des équations de l'hydrodynamique des nappes drainées, lorsque la profondeur des tranchées est inférieure à la profondeur du toit du substratum considéré comme imperméable au sens du drainage.

La section 2 se rapporte aux schémas possibles de l'écoulement de la nappe autour du drain, puis aux schémas rete-

nus pour le calcul de l'écartement entre les tranchées rectilignes et parallèles.

La section 3 revient, pour faciliter leur interprétation et leur utilisation, sur les formules proposées par l'auteur dans différentes publications et, notamment, les dernières équations publiées dans la Houille Blanche.

II ■ LES SCHÉMAS DE L'ÉCOULEMENT AUTOUR DU DRAIN

Ces schémas sont représentés sur les figures 1 et 2.

Les schémas (a), (b), (c) et (e), correspondent à un drain posé dans une tranchée dont le remblai, après stabilisation, a les mêmes caractéristiques hydrodynamiques, notamment la conductivité hydraulique, que le sol où gît la nappe. Au contraire, sur les schémas (d) et (g), le fond des tranchées est remblayé avec un matériau grossier, du gravier par exemple. C'est le cas d'un drainage exécuté par une machine à chaîne et couteaux ayant un boisseau d'une vingtaine de centimètres de largeur.

Durant une même saison du drainage, allant, dans nos pays d'Europe occidentale, du début de l'apparition des pluies, en automne, jusqu'à la mi-printemps, les schémas (a), (b), (c) et (d) se reproduisent plusieurs fois, suivant la fréquence et l'intensité des épisodes pluvieux. Toutefois, les schémas (a) et (d) se répètent le plus souvent et se maintiennent le plus longtemps chaque fois, dans nos régions. Ils

1. Schémas possibles de l'écoulement autour du drain.

2. Schémas retenus pour les calculs.

résultent d'épisodes pluvieux de faible intensité pluviométrique (10 à 15 mm/jour), mais de relativement longue durée (3 jours à une semaine). La hauteur d'eau dans les drains ou au fond de la tranchée n'est que de quelques centimètres. Le schéma (c) serait plutôt celui d'une crue engendrée par une pluie de forte intensité (25 à 50 mm/jour), mais de courte durée (quelques heures). Les schémas (a) et (d) peuvent, aussi, être ceux de l'écoulement de la nappe, en période de tarissement, après ressuyage de l'horizon superficiel du sol.

Devant la diversité des schémas d'écoulement possibles, il ne saurait être question de les retenir tous pour les calculs des dimensions du drainage, notamment celui de l'écartement des drains.

Un choix est nécessaire. La plupart des spécialistes basent leurs calculs sur le schéma (e) : le drain est plein d'eau et la surface libre de la nappe affleure la génératrice supérieure du drain. Le demi-périmètre mouillé p est alors égal à πr , soit $p = 10$ cm pour un drain de 6,5 cm de diamètre (le plus courant en France) et $p = 15,7$ cm pour un drain de 10 cm de diamètre (Pays-Bas, Canada...). En ce qui nous concerne, nous avons effectivement adopté le schéma (e) mais nous avons également considéré le schéma (g) où la hauteur d'eau dans la tranchée est petite. Le demi-périmètre mouillé est d'environ 10 cm, c'est-à-dire la moitié de la largeur du bois-seau de la machine à drainer qui a creusé les tranchées.

Dans tous les cas, la hauteur d'eau, de quelques centimètres, représentant la résistance d'entrée opposée à la pénétration de l'eau dans le drain, n'est généralement pas prise en compte dans le calcul de l'écartement. On peut cependant le faire en diminuant le rabattement de la nappe, sur l'axe de l'inter-drains, de cette hauteur.

III ■ LES FORMULES DU DRAINAGE

Ces formules ont été établies, notamment, dans les notes des références bibliographiques.

Elles se rapportent : a) au régime d'écoulement permanent de la nappe sous l'influence d'une pluie d'une faible intensité, variant peu durant plusieurs jours (pluies des régions du nord et de l'ouest de la France, des Pays-Bas, de l'Angleterre), b) au régime de tarissement non influencé par les pluies, après ressuyage de l'horizon superficiel labouré.

● 3.1 Le régime permanent

3.1.1 Sol homogène et isotrope

Le sol est homogène et isotrope au regard de la conductivité hydraulique ($K_h = K_v = K$).

Le schéma complet de l'écoulement est présenté figure 3.

3. Schéma de l'écoulement de la nappe.

La théorie de l'hydrodynamique conduit à la relation suivante :

$$I/K = \frac{\rho^2 + 2\rho\lambda - \epsilon^2}{1 + 2(\rho + \lambda)^2 R_0 + 2\lambda^2 \omega R_L} \quad (1)$$

I est l'intensité de la pluie infiltrée, supposée constante ; $\rho = h_0/L$, la hauteur h_0 sur l'axe de l'inter-drains est ordonnée par rapport à l'horizontale passant par le fond de la tranchée ;

$\lambda = \delta/L$, δ est la profondeur du substratum sous le fond des tranchées ;

$\epsilon = d/L$, d est le diamètre du drain plein d'eau ;

R_0 et R_L sont des intégrales qui se développent, la première le long de l'axe OA (fig. 3), la seconde sur la verticale du drain. Elles sont toutes les deux inférieures à $1/2$;

$\omega = L/p$, p est le demi-périmètre mouillé (fig. 3, $p = \pi r$).

Dans la relation (1), au dénominateur du second membre on peut négliger le monôme où figure R_0 par rapport au monôme où se trouve R_L du fait de la valeur dominante de ce dernier par la présence du facteur ω égal à 32 ou 50 pour un écartement minimal de 10 mètres (160 et 250 pour $L = 25$ m...). De même il est possible, sur le plan pratique du drainage, de supprimer le rapport ϵ : avec un drain de 10 cm de diamètre et une charge hydraulique h_0 minimale égale à 0,50 m, on a, en effet, dans (1) :

$$\rho^2 - \epsilon^2 = \rho^2 \left(1 - \left(\frac{d}{h_0} \right)^2 \right) = 0,96 \rho^2 ;$$

et avec un drain de 6,5 cm de diamètre : $\rho^2 - \epsilon^2 = 0,98 \rho^2$.

Compte tenu de ces simplifications et faisant intervenir la hauteur équivalente réduite $\lambda' = \delta'/L$, on écrit finalement :

$$I/K = \frac{\rho^2 + 2\rho\lambda}{1 + 2\lambda^2 \omega R_L} = \rho^2 + 2\rho\lambda' \quad (2)$$

De ces relations on déduit les assertions fondamentales suivantes :

a) la courbe $\lambda'(\lambda)$ a une asymptote finie λ'_∞ parallèle à l'axe des abscisses (fig. 4) ;

b) le rapport λ'/λ est égal à l'unité pour $\lambda = 0$. La demi-droite, tangente à l'origine à la courbe λ'/λ , a une pente égale à 1 (fig. 4) ;

c) l'intégrale $R_L(\lambda)$, nulle pour $\lambda = 0$, passe ensuite par un maximum inférieur à $1/2$, puis tend vers zéro quand λ tend vers l'infini (fig. 5).

5. Courbe R_L ($L = 5$ m, $\rho = 0,10$).

Les relations (2) ne permettent pas d'expliciter la hauteur équivalente λ' et son asymptote λ'_∞ en fonction de λ et de ρ . Il faudrait, pour ce faire, calculer l'intégrale R_L à partir de nombreux modèles d'analogie électrique ou de modèles numériques traités par ordinateur. Dans l'état actuel des choses on sait seulement que R_L est inférieur à $1/2$. Force est de trouver, respectivement pour λ' et son asymptote λ'_∞ , des relations où λ et ρ figurent et qui, sans exception, respectent les conditions a), b) et c) de la théorie.

Finalement, après recherche d'une fonction $\lambda'(\lambda, \lambda'_\infty)$ aussi simple que possible*, nous avons retenu la relation suivante (fonction « arc tg ») :

$$\lambda' = \frac{2\lambda'_\infty}{\pi} \arctg \frac{\pi\lambda}{2\lambda'_\infty} \quad (3)$$

* La fonction hyperbolique $\lambda' = \frac{\lambda'_\infty \times \lambda}{\lambda'_\infty + \lambda}$ satisfait les deux conditions a) et b) mais par la troisième pour de petites valeurs de λ [2] : $R_L > 0,5$.

4. Courbe de $\lambda'(\lambda)$.

Pour l'asymptote λ'_∞ nous avons fait appel à la méthode de l'hodographe [2]. Nous avons obtenu :

pour ρ compris entre 0,15 et 0,08 $\rightarrow \lambda'_\infty = 0,145$ (4)

pour ρ inférieur à 0,08 $\rightarrow \lambda'_\infty = 0,014 \ln \rho + 0,18$ (5)

Cette méthode, appliquée au calcul de $\lambda'_\infty(\rho)$, fait que le diamètre du drain plein d'eau (le diamètre optimal) varie avec le rapport ρ . Malgré cette condition restrictive et à défaut d'avoir trouvé une méthode de calcul plus proche de la réalité, la méthode de l'hodographe a été choisie. N'oublions pas, cependant, que l'influence du diamètre sur le calcul de l'écartement reste, pratiquement, fort réduite.

Un abaque cartésien, à échelles de coordonnées semi-logarithmiques (fig. 6), permet de calculer directement, grâce à la variable auxiliaire $\sigma = \delta/h_0$, l'écartement $E = 2L$ des drains. Les entrées sont les données des grandeurs I , K , δ et h_0 .

Un exemple de calcul de l'écartement :

Données : $K = 0,70$ m/jour, $I = 8$ mm/jour, $\delta = 1,00$ m, $h_0 = 0,50$ m.

Calculs : $I/K = 0,008/0,50 = 0,016$, $\sigma = 1,00/0,50 = 2$.

Abaque : $I/K \rightarrow \sigma \rightarrow \rho = 0,054 \rightarrow L = 0,50/0,054 \approx 9$ m.

3.1.2 Le sol est hétérogène verticalement

Les relations (2), (3), (4) et (5) s'appliquent dans ce cas, toutefois aux conditions suivantes [3] :

a) La conductivité hydraulique horizontale locale $K_h(z)$ (fig. 3), doit être une fonction monotone croissante, moins que proportionnelle. La conductivité hydraulique horizontale équivalente qui a pour expression

$$\bar{K}(H) = \frac{2}{H^2} \int_0^H (H-z) K_h(z) dz,$$

devient, de ce fait, elle aussi, une fonction monotone croissante moins que proportionnelle (fig. 7).

b) La conductivité hydraulique K de l'expression (2) doit être remplacée par la moyenne arithmétique des conductivités hydrauliques équivalentes correspondant respectivement aux hauteurs H_0 et δ :

$$\bar{K} = 0,5(\bar{K}(H_0) + \bar{K}(\delta))$$

Rappelons que $\bar{K}(H)$ se mesure sur le terrain par la méthode du puits et des piézomètres [1], [3].

L'abaque peut être utilisé pour le calcul de L . On remplacera simplement K par $\bar{K}$ sur l'axe F des ordonnées.

Remarquons que le fait de prendre en compte la conductivité $K(H)$ est davantage réaliste que de considérer un sol homogène ; le graphe de la figure 7 en témoigne.

IV ■ LE RÉGIME DE TARISSEMENT

Après ressuyage de la couche de sol labourée, de 20 à 25 cm d'épaisseur, la surface libre de la nappe drainée se rabat progressivement dans l'horizon sous-jacent. Après la fin de l'épisode pluvieux, à forte intensité, qui a provoqué l'engorgement superficiel, le ressuyage peut demander, suivant la nature du sol et des cultures, de 12 heures à une journée. Pour permettre à l'agriculteur de pénétrer dans ses champs avec ses instruments aratoires, pour y effectuer les façons culturales obligées, il faut, dans les sols argilo-limoneux notamment, que le sommet de la nappe, à l'interdrains, — soit au moins à 50 cm de la surface du sol. S'il

6. Calcul de l'écartement des drains.

7. Conductivité hydraulique horizontale équivalente $\bar{K}(H)$.

juge opportun d'effectuer les travaux au champ deux jours, par exemple*, après la fin de l'épisode pluvieux, l'écartement des drains doit être capable de provoquer un rabattement du sommet de la nappe de 25 cm sous la semelle de labour, en un jour. Si les tranchées ont un mètre de profondeur, la charge hydraulique initiale $h(0, 0)$ qui doit être prise en compte dans les calculs du projet de drainage, sera égale à $1,00 \text{ m} - 0,25 \text{ m} = 0,75 \text{ m}$.

Ce préambule montre une façon d'utiliser les formules relatives au régime de tarissement non influencé par les pluies.

La dernière étude de l'auteur sur ce régime a fait l'objet de la note [4]. Les résultats sont les suivants, concernant le drainage d'un sol hétérogène verticalement :

- Les conditions a) et b) rappelées à la section 3.1.2 précédente, sont à respecter intégralement ;
- Le rapport I/K doit être remplacé par l'expression

$$\frac{2N\bar{\mu}}{\bar{K}} \left| \frac{dh(o,t)}{dt} \right|_{\bar{\mu}}$$

est la porosité de drainage moyenne déterminée par la méthode du puits et des piézomètres (comme $K(H)$, mais au début de la phase de tarissement). N est un coefficient de forme de la surface libre de la nappe. Il est compris entre 0,41 (parabole, δ' élevé) et 0,45 (ellipse, $\delta = 0$) et sa valeur moyenne 0,43 est retenue pour le calcul de l'écartement ;

- La relation (2) est ainsi transformée :

$$\frac{2N\bar{\mu}}{\bar{K}} \left| \frac{dh(o,t)}{dt} \right| = \rho^2 + 2\rho\lambda' \quad (6)$$

Cette équation différentielle est intégrable si ρ est compris entre 0,15 et 0,08 puisque λ_∞ est constant et égal à 0,145. Elle ne l'est plus pour des valeurs de ρ inférieures à 0,08.

Pour trouver une solution approchée, on pose :

$$\frac{2N\bar{\mu}}{\bar{K}} \frac{h(o,0) - h(o,t)}{t} = \rho + 2\rho\lambda' \quad (7)$$

* Cette durée dépend, en fait, d'un bon nombre de facteurs : les moyens en matériel, la main-d'œuvre, la superficie cultivée de l'exploitation, etc...

Dès lors, l'abaque de la figure (6) peut entrer en jeu pour obtenir la valeur de ρ en remplaçant sur l'axe des ordonnées I/K par l'expression du 1^{er} membre de (7) et en calculant la variable auxiliaire σ à partir de la hauteur moyenne $h_m = 0,5(h(0,0) + h(0,t))$ $\sigma = \delta/h_m$. Le demi-écartement L est égal à h_m/ρ .

Le théorème des accroissements finis nous a montré [4] que cette manière de procéder était satisfaisante, donc suffisante. Elle a d'ailleurs l'avantage de supprimer les approximations successives grâce à σ . Elle reste même acceptable pour des valeurs de ρ comprises entre 0,15 et 0,08.

Avec les données suivantes : $\delta = 1,25 \text{ m}$, $\bar{K} = 0,50 \text{ m/j}$, $\bar{\mu} = 0,03$, $h(0,0) = 0,75 \text{ m}$, $h(0,t) = 0,50 \text{ m}$, $t = 1 \text{ jour}$, on obtient :

$$F = \frac{2 \times 0,43 \times 0,03}{0,50} \times \frac{0,25}{1} = 0,013, \sigma = 1,25 / 0,625 = 2,$$

et avec l'abaque : $\rho = 0,058 \rightarrow L = 0,625/0,058 \approx 11 \text{ m}$.

V ■ CONCLUSION

Cette note constitue un complément très utile aux études rapportées dans les notes de la bibliographie, par ses commentaires, la récapitulation des différentes formules proposées, et les schémas discutés de la section 2. En particulier, ces schémas éclairent d'une manière objective l'écoulement de la nappe autour du drain, dans la tranchée, et montrent, en raison de leur diversité, qu'il serait fort probablement vain, sur le plan pratique du drainage (les caractéristiques hydrodynamiques ne sont déterminées qu'avec une certaine approximation ; pureté de la série pédologique), de rechercher davantage de précision dans le jeu des équations de la théorie telle que nous la connaissons actuellement.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] GUYON G. (1981). — Hydraulique des nappes des sols drainés. *Bull. technique de génie rural*, n° 127. CEMAGREF Antony (92), 93 p. Bull. actualité en 1997. CEMAGREF.
- [2] GUYON G. (1995). — Hydraulique du drainage. Une formule de la profondeur équivalente. *La Houille Blanche*, 7/95, pp. 38-41.
- [3] GUYON G. (1996). — Hydraulique du drainage. Application de la formule « arc tg » de la profondeur équivalente au drainage d'un sol hétérogène verticalement. *La Houille Blanche*, 3/96, pp. 12-15.
- [4] GUYON G. — Hydraulique du drainage. Application de la formule « arc tg » de la profondeur équivalente au régime de tarissement d'une nappe située dans un sol hétérogène verticalement. *La Houille Blanche*, 7/98, pp. 46-50.