

Couplage fluide-structure en construction navale*

Fluid-structure interaction in ship structures

par F. Besnier

Institut de Recherches de la Construction Navale

Fluid structure interaction is a key phenomena in the numerical simulation of the dynamic behaviour of ship structures. Considerable research efforts have been continuously carried on, but though many advanced tools are available, a numerical mock up approach is far from being used. This is mainly due to insufficient accuracy or reliability of these tools. Numerical simulations are therefore used complementary to experimental methods performed in large basins and correlated with long records of measurements. In most cases, ship structure dimensioning is rule based, using classification societies requirements.

The study of ship vibrations induced by oscillating forces due to auxiliary and main engine and pressure variations due to the propeller is well mastered and the numerical simulation is then a standard design tool. The increasing size, speed and complexity of new ships such as high speed crafts raise new dynamic problems and IRCN contributes to the development of numerical tools allowing a direct approach of the design of such ships.

I ■ LE NAVIRE ET SON ENVIRONNEMENT FLUIDE

Les navires passent leur vie sur l'eau, depuis leur lancement jusqu'à leur retrait de service, à quelques passages en cale sèche près, soit de vingt à quarante ans. Ils changeront plusieurs fois d'armateur, de missions et seront donc amenés à rencontrer des conditions de mer extrêmement variées. Leur relation avec le milieu fluide passera par des phases très diverses, parfois calmes, parfois violentes : navire au mouillage ou à quai donc en eaux calmes, navire chahuté dans les mers hivernales dures de l'Atlantique nord, navires rapides à quarante nœuds, paquebots de croisière à vingt nœuds. Quant aux navires militaires, ils doivent pouvoir assurer leurs missions dans des conditions de mer très sévères et résister également à l'effet d'explosions sous-marines par exemple.

Il est donc clair que l'étude des navires et en particulier de la tenue et du comportement de leurs structures dont il sera question ici ne peut se faire qu'en prenant en compte le couplage fluide-structure. Le domaine est vaste et on se limitera ici à présenter les approches utilisées à l'IRCN pour traiter l'étude des vibrations des navires, domaine relativement bien maîtrisé. Un autre type de problème avait été présenté au cours du précédent congrès de la SHF, l'évaluation des impacts de vagues dans les cuves de méthaniers [1].

Resituons auparavant le problème dynamique du navire dans son environnement fluide. Le navire est une structure

déformable animée d'une certaine vitesse et se déplaçant à la surface libre séparant l'air de l'eau. Cette surface libre sous l'action du vent et des courants se déforme et est modifiée par la présence du navire. Le navire est donc en équilibre dynamique. La simulation numérique des phénomènes mis en jeu, afin de prédire les mouvements de plate-forme et les chargements appliqués au navire, présente de nombreuses difficultés qui sont loin d'être toutes résolues. Le domaine fluide est non borné, les non-linéarités peuvent être très importantes. Or, la simulation numérique est une aide précieuse à la conception. Les essais en bassin sont longs et coûteux et les problèmes d'échelle, en particulier pour les grands navires, ne permettent pas de respecter des lois de similitude pour tous les paramètres. Ainsi, les essais sont réalisés en général sur des maquettes rigides ou des modèles segmentés qui permettent d'estimer les efforts globaux. Le caractère déformable du navire n'est donc pas pris en compte et l'analyse vibratoire et le calcul des contraintes ne sont pas accessibles par les mesures en bassin.

II ■ LES ENJEUX

La conception des navires repose tout d'abord sur l'expérience et les résultats obtenus par des essais en bassin. Elle s'appuie en outre sur des chargements "dimensionnants" définis par les Sociétés de Classification, chargements statiques incluant des coefficients de sécurité et donc ne correspondant pas à des chargements physiques. Ainsi, on vérifiera la tenue de la structure à un chargement en "arc" et "contre-arc" correspondant au passage du navire sur une houle de longueur d'onde égale à la longueur du navire (fig. 1). Les

* Ce texte est issu du colloque SHF "Interactions mécaniques entre fluides et structures".

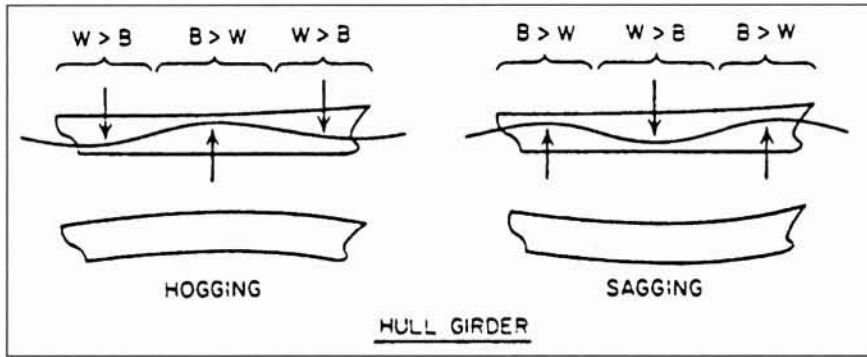


Fig. 1 : Arc et contre-arc.



Fig. 2 : Wave piercer.



Fig. 3 : Monocoque à grande vitesse. (Photo Abtorm Leroux Naval)

chargements et la réponse de la structure sont alors considérés comme découplés.

Le souci d'optimisation des navires, le développement de concepts nouveaux (Fig. 2, 3) (multicoques, monocoques rapides, "swath", "wave piercers"), soulèvent des problèmes mal couverts par l'approche réglementaire. Il est donc nécessaire d'approcher par la simulation au plus près la réalité physique des phénomènes. On retrouve le concept de maquette numérique, comme en aéronautique ou en construction automobile, d'autant plus important que les grands navires sont construits à l'unité ou en quelques exemplaires : il n'y a pas de prototype.

Les concepteurs de grands navires rapides monocoques de plus de 130 mètres de long, pouvant aller à plus de 40 nœuds (fig. 3), sont ainsi confrontés à des problèmes de fatigue liés par exemple aux impacts de la carène au tiers avant avec la mer (slamming) (fig. 4) engendrant un fouettement de la poutre navire (whipping) (fig. 5).



Fig. 4 : Frégate en situation de slamming.

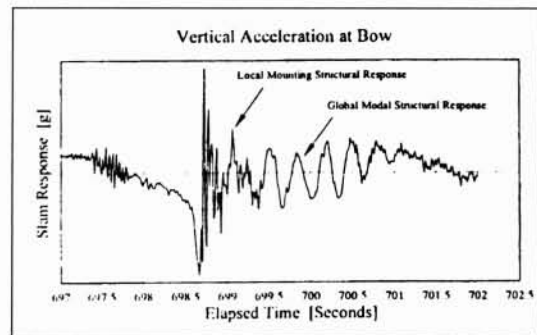


Fig 5 : Effet d'impact suivi de fouettement.

De même, leur allongement entraîne un assouplissement de la structure et les fréquences basses de la poutre navire (mode de flexion à 2 nœuds) pourraient être du même ordre de grandeur que les fréquences de rencontre de certaines houles $\omega_e = \omega \pm (V\omega^2 / g)$, V étant la vitesse du navire et ω la pulsation propre de la houle, ce qui provoquerait des phénomènes de trépidation ("springing") rencontrés par le passé avec les grands pétroliers.

Citons également les exigences croissantes des armateurs de navires à passagers en termes de confort vibratoire (fig. 6), qui imposent des niveaux de vibrations extrêmement sévères (vitesse verticale inférieure à 2 mms^{-1} dans les cabines et les zones publiques, restaurants, atrium, etc.), le non respect de ces valeurs au cours des essais de réception pouvant entraîner des pénalités, voire le refus de réception.

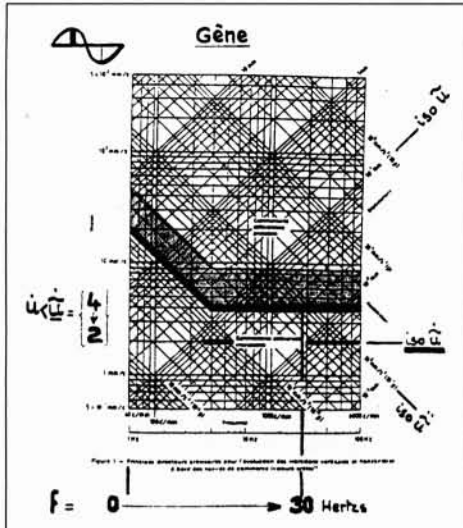


Fig. 6 : Norme iso définissant les niveaux vibratoires acceptables.

Enfin, des accidents récents ont rappelé que le risque de collision était réel et ne ferait que croître avec la densification du trafic et le développement des navires à grande vitesse. La réglementation internationale prévoit d'introduire des critères destinés à limiter le niveau d'accélération vu par les passagers. Les essais échelle 1 étant bien évidemment exclus, la simulation numérique est un outil précieux.

Dans tous ces cas, la prise en compte du couplage fluide-structure dans les simulations est clairement nécessaire.

III ■ FORMULATION GÉNÉRALE DU PROBLÈME

Sans entrer dans les détails, rappelons les efforts hydrodynamiques appliqués au navire. Ces efforts en présence d'une surface libre dépendent non seulement du mouvement instantané mais aussi de toute l'histoire antérieure du mouvement. Le système d'équations intégral-différentielles [2] décrivant la réponse d'un corps flottant peut s'écrire comme suit :

$$(\mathbf{a} + \mathbf{A}) \ddot{\mathbf{q}}(t) + (\mathbf{b} + \mathbf{B}) \dot{\mathbf{q}}(t) + (\mathbf{c} + \mathbf{C} + \bar{\mathbf{C}}) \mathbf{q}(t) = \Xi e^{i\omega t} + \mathbf{Z}_d(\dot{\mathbf{q}}, \zeta, \dots)$$

avec $[q_0, q_1, \dots, q_n]^T$ vecteur des coordonnées généralisées, \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} masses, amortissement, rigidités structurales généralisées, \mathbf{A} , \mathbf{B} , $\bar{\mathbf{C}}$ masse hydrodynamique, amortissement et rigidité généralisée ajoutée, \mathbf{C} rigidité hydrostatique ajoutée, $\Xi(t)$ représentant les excitations de la houle, $\mathbf{Z}(\dot{\mathbf{q}}, \zeta, \dots)$ fonction non linéaire de $\dot{\mathbf{q}}$ associée aux forces d'amortissement visqueux dues à la traînée, ζ la hauteur de houle. Cette formulation sera utilisée pour les calculs de tenue à la mer (mouvements de plate-forme) et la détermination des chargements dus à la houle. La détermination des termes \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} ne pose pas de difficultés particulières grâce aux codes de calcul par éléments finis. La matrice de masse ajoutée \mathbf{A} se calcule également soit par éléments finis soit par des méthodes intégrales soit par un couplage des deux [3], [4], [5], [6]. Le calcul des autres coefficients de l'équation ci-dessus est plus complexe et pose encore des problèmes théoriques et des difficultés numériques liées en particulier à la prise en compte des non linéarités [7]. Les calculs se font dans le domaine fréquentiel et dans le domaine temporel.

L'étude des collisions de navires peut s'effectuer en couplant un code explicite pour analyser les phénomènes locaux dans la zone d'impact et un code de calculs des mouvements de corps rigide tenant compte du rappel hydrostatique, de la masse d'eau entraînée et des effets de diffraction radiation [8]. Cette approche est en cours d'étude à l'IRCN.

Le problème du "slamming" est loin d'être résolu. Il s'agit de simuler tout d'abord l'impact du navire retombant sur la vague, d'étudier les effets locaux sur la structure, puis la réponse d'ensemble du navire à cet impact. C'est un problème couplé non linéaire 3D que l'on tente d'approcher avec des méthodes simplifiées souvent 2D recalées sur des essais, et des méthodes semi-analytiques [9], [10]. D'autres approches sont à l'étude à l'IRCN, reposant sur l'utilisation de logiciels explicites, le fluide étant modélisé en formulation Eulérienne, la structure en formulation Lagrangienne [11], [12]. Actuellement les études de réponse au slamming sont réalisées dans une approche statique découplée, en appliquant un chargement enveloppe des pressions d'impact.

L'étude des vibrations du navire est un problème couplé plus simple et bien maîtrisé, réalisé en négligeant l'effet de la houle, de la vitesse d'avance, les termes de diffraction et en ne s'intéressant qu'aux excitations dues aux sources internes (moteurs) et fluctuations de pression sur la voûte arrière et de poussée de l'hélice. L'aspect couplage fluide structure sera en fait simplement représenté par la présence d'un terme dit de masse ajoutée aux équations de vibration libre-libre de la structure du navire.

IV ■ ETUDE DES VIBRATIONS DU NAVIRE

On s'intéresse ici au comportement basse fréquence (0, 30 Hz) du navire afin :

- de détecter les résonances possibles des modes de poutre navire avec les fréquences de houle et d'éviter ainsi les phénomènes de trépidation ("springing"),
- de connaître les formes des modes de poutre navire afin de positionner correctement les superstructures des navires de charge ou certains équipements sensibles. En effet, une passerelle située au droit d'un nœud de poutre navire subira des déplacements horizontaux importants, ce que l'on cherche à éviter,
- de prédire les niveaux vibratoires en réponse aux excitations dues à l'appareil propulsif et aux fluctuations de pression et de poussée,
- d'éviter les vibrations d'appendices et d'équipements (safran, mât radar, antennes, etc.),
- de choisir éventuellement le nombre de pales des hélices afin de s'écarter des résonances possibles.

L'étude des vibrations de navires nécessite la prise en compte de fluides externes - l'eau environnante - ou également internes - méthane ou pétrole -. Il faut bâtir des modèles intégrant simultanément les deux milieux, solide et fluide. Les vibrations du navire entraînent le déplacement du fluide environnant et lui communiquent une certaine énergie. Le problème auquel on s'intéresse alors est un problème de radiation pure où l'énergie apportée par la déformation de la structure va se dissiper dans le fluide par la création d'ondes de surface (condition de surface libre) et la dissipation à l'infini de l'onde de pression rayonnée en négligeant en général les effets de compressibilité. Il s'agit là d'une véri-

table interaction dynamique fluide structure où la carène sert d'interface entre les deux systèmes : elle communique au fluide les accélérations provenant du navire en vibration et, en retour, elle est soumise au champ de pression qui en résulte.

Sous certaines approximations, la solution de ce problème consiste à ajouter un terme d'inertie, représentant l'action du fluide, aux équations du mouvement du navire : on introduit ainsi les masses d'eau entraînées, supposées constantes (ne dépendant pas de la fréquence). En fait, on a supposé que les mouvements sont petits et l'on va négliger la radiation liée aux ondes de gravité propagées par la surface libre. Le fluide est supposé parfait et les écoulements irrotationnels. La figure 7 résume la formulation simplifiée du problème. On suppose la structure libre et on négligera la raideur hydrostatique dont la prise en compte n'introduirait qu'un décalage en fréquence faible, la raideur hydrostatique étant d'un ordre de grandeur inférieur à la raideur du navire.

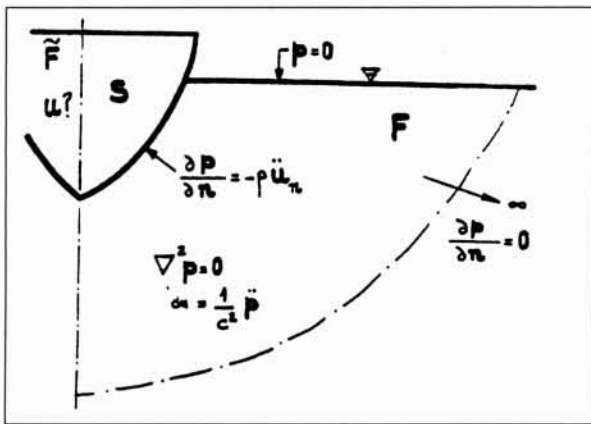


Fig. 7 : Formulation simplifiée du problème de couplage fluide structure.

— La condition de couplage est exprimée par $\partial p/\partial n = -\rho \ddot{u}_n$ qui relie le gradient de pression dans la direction normale à la paroi à l'accélération de cette paroi dans la même direction.

— La condition $p = 0$ sur la surface libre revient à négliger la présence d'ondes de gravité sur la surface libre.

— La condition de non réflexion à l'infini (condition de Sommerfeld) introduit une forme d'amortissement différente de la viscosité du fluide que l'on néglige pour l'étude des vibrations basse fréquence du navire.

On s'intéresse aux fluctuations de pression dans le fluide autour de la pression d'équilibre au repos à vitesse initiale nulle. On ne prend donc pas en compte les effets de l'écoulement dus au déplacement du navire. Le formalisme utilisé pour construire les éléments finis fluides est classique. Or pour l'analyse dynamique des navires, il s'agit essentiellement d'un problème d'hydroélasticité extérieure, le milieu fluide s'étendant à l'infini. En fait, l'essentiel de l'énergie pour les modes auxquels on s'intéresse est absorbé par des fluctuations de pression au voisinage de la carène. A l'infini, on peut supposer que ces fluctuations sont nulles. On utilisera, pour modéliser le fluide, une ou plusieurs couches d'éléments finis fluides "classiques" et une couche externe d'éléments dits semi-infinis, obtenus soit en pondérant les fonctions de forme dans la direction de l'infini par une fonction décroissante en $1/r^n$, r étant la distance à un pôle, ou en

utilisant une méthode de projection ("mapping"), associant un domaine fini en ζ à un domaine infini en x , ce qui assure également une décroissance de p en $1/r^n$, n étant fonction du type d'élément. Ces méthodes sont simples à mettre en œuvre et suffisamment précises pour le type de problème traité ici [13],[14], [15].

La discrétisation éléments finis des équations décrivant le comportement du domaine fluide et du domaine solide conduit au système d'équations suivant :

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M} & \mathbf{0} \\ \rho \mathbf{L}^T & \mathbf{Q} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{u}} \\ \dot{\mathbf{p}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{C} & \\ & \mathbf{D} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{u}} \\ \dot{\mathbf{p}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{K} & \mathbf{L} \\ \mathbf{0} & \mathbf{H} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{u} \\ \mathbf{p} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{F} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (1)$$

\mathbf{M} , \mathbf{K} , \mathbf{C} étant les matrices de masse, de rigidité et d'amortissement de la structure, \mathbf{L} une matrice de couplage, \mathbf{H} la matrice de mobilité du fluide, \mathbf{Q} la matrice de compressibilité, \mathbf{D} la matrice d'amortissement, \mathbf{p} la pression, \mathbf{u} le déplacement.

On peut considérer dans notre cas le fluide comme incompressible et négliger dans un premier temps les termes d'amortissement. La matrice \mathbf{Q} , en l'absence de vagues de surface, est nulle et on peut éliminer \mathbf{p} de la seconde équation de (1). En reportant dans la première on obtient : $\mathbf{K}\mathbf{u} + (\mathbf{M} + \rho \mathbf{L}\mathbf{H}^{-1}\mathbf{L}')\ddot{\mathbf{u}} = \mathbf{F}$. La présence du fluide se traduit donc par un terme de masse $\mathbf{M}_a = \rho \mathbf{L}\mathbf{H}^{-1}\mathbf{L}'$ s'ajoutant à la masse de la structure. Cette masse ajoutée est de l'ordre de grandeur du déplacement du navire et en abaisse donc de près de 40 % les fréquences propres "à sec".

Le traitement du problème ci-dessus ne pose pas de difficultés. On utilise une méthode de superposition modale. Les modes "mouillés" sont calculés soit directement en résolvant $\mathbf{K}\mathbf{X} - \omega^2(\mathbf{M} + \mathbf{L}\mathbf{H}^{-1}\mathbf{L}')\mathbf{X} = \mathbf{0}$ soit par une méthode du type Ritz. On calcule alors tout d'abord les modes à "sec" du navire solution de $\mathbf{K}\mathbf{U} - \omega_s^2\mathbf{M}\mathbf{U} = \mathbf{0}$ et l'on projette ensuite les équations du problème couplé sur la base modale à sec, ce qui conduit au problème aux valeurs propres couplées $\bar{\mathbf{k}}_s \mathbf{Y} - \omega^2(\bar{\mathbf{m}}_s + \bar{\mathbf{M}}_a)\mathbf{Y} = \mathbf{0}$ avec $\bar{\mathbf{k}}_s = \mathbf{U}^t \mathbf{K} \mathbf{U}$, $\bar{\mathbf{m}}_s = \mathbf{U}^t \mathbf{M} \mathbf{U}$, matrices diagonales et $\bar{\mathbf{M}}_a = \mathbf{U}^t \mathbf{M}_a \mathbf{U}$. On remonte ensuite aux modes physiques $\mathbf{X} = \mathbf{U}\mathbf{Y}$.

Cette dernière méthode, utilisée à l'IRCN, est très efficace car elle permet de calculer les modes propres en conservant le caractère bande du système matriciel "à sec" alors que l'approche directe conduit à une matrice de masse de grande taille pleine. De plus, il n'est pas nécessaire d'avoir à l'interface solide-fluide des maillages compatibles. Il est également possible de traiter le problème aux valeurs propres en partant de l'équation du problème couplé et en annulant la matrice de compressibilité. Cette méthode très performante suppose une transformation du système (1) non symétrique initial [15]. Elle permet en outre de lever les hypothèses restrictives sur la surface libre. Enfin elle peut servir de base à l'étude des bruits rayonnés dans le fluide, problème important pour les navires militaires mais aussi pour des navires particuliers comme les navires de recherche sismique.

Les figures 8 et 9 montrent des modèles solide et fluide utilisés et un calcul de réponse réalisé pour un paquebot.

Les calculs de réponse fréquentielle ou temporelle ne posent pas de difficulté de mise en œuvre particulière et se font par superposition modale. Il faut cependant noter que la densité modale augmentant tout comme la plage fréquentielle à étudier avec la complexité des modèles, il est néces-

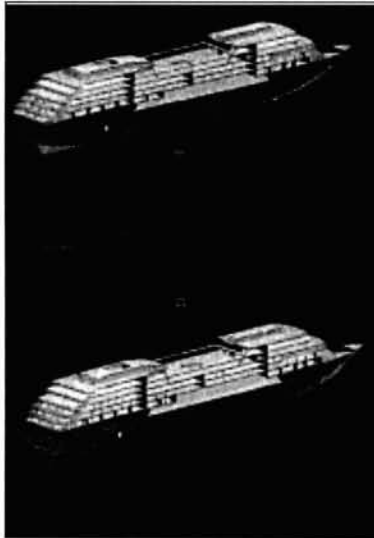


Fig. 8 : Modèle éléments finis solide et fluide.

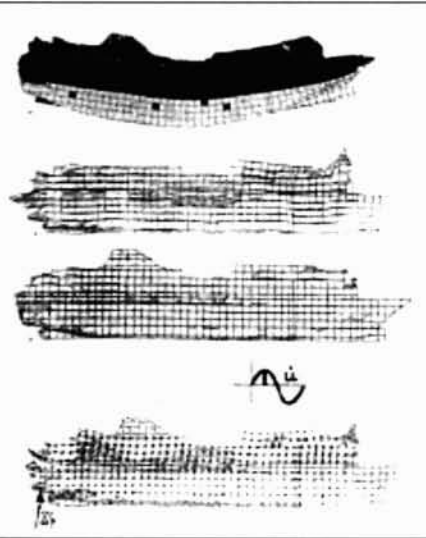


Fig. 9 : Modes et réponse de la structure.

(Avec l'aimable autorisation des Chantiers de l'Atlantique).

saire d'envisager l'utilisation de nouvelles méthodes adaptées à ces fortes densités et aux moyennes fréquences. La prise en compte plus fine des amortissements implique également de faire appel à des approches nouvelles [16], [17].

V ■ PROBLÈMES ET LIMITES DE CES MÉTHODES

Les méthodes exposées ci-dessus sont utilisées à l'IRCN depuis plusieurs années pour les analyses des comportements vibratoires des navires [18]. La taille des modèles a augmenté pour répondre aux exigences de précision des chantiers. Les modèles éléments finis des structures à sec comportent de 50 000 à 500 000 degrés de liberté. Les modèles de paquebot, dont les superstructures sont très ajourées, sont de plus en plus fins. Le nombre de modes calculés, même en filtrant les modes locaux par des techniques de condensation, est de l'ordre de 400 dans une plage de fréquences couvrant les deux premiers harmoniques de l'excitation soit [0, 25 Hz] environ. A noter que sur de tels navires les fréquences les plus basses de poutre navire sont de l'ordre de 0,9 Hz. Les temps de calcul sur des machines modernes (SGI Origin 200) ne posent pas de problèmes. Les principales difficultés sont en fait les suivantes :

- Imprécisions sur la répartition des masses, la coque métallique ne représentant que 40 % environ de la masse totale ;
- Représentation précise des conditions d'essai : la matrice de masse ajoutée ne sera pas la même si le navire est à quai ou dans une eau peu profonde ou en pleine mer, la nature du fond ayant aussi son importance.

Ces deux éléments influencent le calcul des fréquences propres.

- Difficultés de représentation de l'amortissement. En effet, dans ce type de problème les sources et natures d'amortissement sont multiples et sont difficiles à quantifier. L'amortissement dans la structure métallique est considéré comme peu

dépendant de la fréquence. On utilise en général un amortissement modal exprimé en pourcentage d'amortissement critique. En réalité, compte tenu de la présence du fluide, une partie de l'amortissement vient du fluide : amortissement du type visqueux dû à la traînée, effets radiatifs et condition de non réflexion des ondes de pression à l'infini. Ces effets dissipatifs sont, faute d'une meilleure connaissance, pris en compte dans les calculs de manière forfaitaire, en s'appuyant beaucoup sur les retours d'expérience et les mesures à la mer ;

- Difficultés de description des excitations. Les calculs de réponse vibratoire sont effectués en découplant l'excitation de la réponse du navire. On connaît plus ou moins bien par des mesures sur maquette la répartition des fluctuations de pression sur la voûte arrière ou sur les appendices.

On estime actuellement que la précision des calculs est inférieure à 10 % pour les fréquences propres et à 20 % pour les réponses. Des progrès dans tous les domaines cités ci-dessus doivent permettre d'améliorer ces précisions.

VI ■ CONCLUSIONS

Les travaux de modélisation et de simulation numérique dans le domaine de la construction navale se sont développés avec les ordinateurs et les premiers travaux remontent aux années 60. L'analyse des structures a bénéficié du développement de la méthode des éléments finis, mais l'environnement fluide avec la présence d'une surface libre en perpétuel mouvement rendent les analyses couplées difficiles. Des approches simplifiées reposant sur des linéarisations des équations fournissent cependant dans bien des cas des niveaux d'approximations utilisables pour les concepteurs de navire, à côté des essais en bassin qui demeurent indispensables. Les exigences croissantes de précision et de fiabilité des calculs poussent la communauté des chercheurs à des travaux dont les résultats sont et seront de plus en plus utilisés pour les applications industrielles. Mais il reste encore beaucoup à faire.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] L. BROSSET, T.T. CHAU, R. DONNER : "Evaluation des impacts de vagues dans les cuves de méthaniers par simulation numérique".
- [2] R.E. BISHOP, N.G. PRICE : "Hydroelasticity of Ships". Cambridge University Press, 1979.
- [3] M.A. HAMD, Y. OUSSET, G. VERCHERY : "A displacement method for the analysis of vibrations of coupled fluid-structures systems". *Int. J. Num. Meth. Eng.* 13 (1), 1978.
- [4] J. BOUGIS : "Etude de la diffraction-radiation dans le cas d'un flotteur déformable animé d'une vitesse moyenne constante et sollicitée par une houle sinusoïdale de faible amplitude". Thèse ENSM, Nantes 1980.
- [5] H.J. MORAND, R. OHAYON : "Interactions fluides structures". Masson, 1992.
- [6] O.C. ZIENKIEWICZ, R.E. NEWTON : "Coupled vibrations of a structure submerged in a compressible fluid".
- [7] A. CARIOU : "Domaine et limites d'application des méthodes d'équations intégrales pour le calcul des mouvements et des chargements hydrodynamiques des navires". ATMA, 1995.
- [8] T. KUROIWA NAKAMURA : "Dynamic Experiments and Numerical simulation of Failure of ship's side structure, Proceedings for the Conference on Prediction Methodology of Tanker Structural Failures by ASIS". Tokyo 1993, Japan.
- [9] I. WATANABE : "Analytical Expression of hydrodynamic Impact Pressure by Matched Asymptotic Expansion Technique". *Trans. West Japan Society of naval Architect*, Vol 71, 1986.
- [10] R. ZHAO, O. FALTINSEN, J. AARSNES : "Water entry of arbitrary Two-dimensionnal Section with and without flow separation".
- [11] H. RIBET, P. LABORDE, M. MAHÉ : "Numerical modelling of the impact on water of a flexible structure by explicit finite element method, *Aerospace Science and Technology*". 1999, Paris.
- [12] LS-DYNA Theoretical Manual. LSTC, 1995.
- [13] P. ORSERO : "Détermination de la masse hydrodynamique entraînée dans les vibrations de navires"; ATMA, 1977.
- [14] P. BETTESS : "Infinite elements", Penshaw Press, 1992.
- [15] H. WANDINGER : "PERMAS FS, Dynamic of Coupled fluid-structure Systems, theory Manual". Stuttgart, 1992.
- [16] C. SOIZE : "Reduced models in the medium frequency range for general external structural acoustics systems". *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol 103, n°6, June 1998.
- [17] G. BECHEPAY, M. FERRY, J.C. MASSON : "Développement d'une méthode générale de prise en compte de matrices d'amortissement de formes quelconques dans les calculs dynamiques de structures". Strucome, 1995.
- [18] G. BABAUD, J.C. MASSON, T. QUESNEL : "Le calcul des structures de navires rapides". Journées SF2M, décembre 1995 à Fos/Mer.