

## COMMENTAIRES ET DISCUSSIONS COMMENTS AND DISCUSSIONS

# Nouvel abaque pour le calcul des réservoirs d'air compte tenu des pertes de charge\*

New graph for the calculation of air reservoirs,  
account being taken of the losses of head

*L'auteur propose un abaque permettant la détermination complète et directe d'une installation de refoulement simple munie d'un réservoir d'air : connaissant par exemple les pressions extrêmes admissibles et les pertes de charge dans la conduite, on peut immédiatement fixer le volume utile du réservoir d'air et la perte de charge de l'étranglement éventuel.*

*The author proposes a graph which would enable the complete and direct determination of a simple pumping installation equipped with an air reservoir. If, for example, the extreme admissible pressures and the head losses in the pipe are known, it immediately becomes possible to determine the useful capacity of the air reservoir and the head loss of the eventual throttling.*

La détermination des caractéristiques des réservoirs d'air destinés à limiter dépressions et surpressions dans les conduites de refoulement a fait l'objet de nombreuses études. MM. HANOCQ, BERGERON, VIBERT, Sliosberg ont successivement donné des méthodes de calcul et des abaques permettant d'évaluer les volumes d'air à emprisonner dans les réservoirs pour obtenir des dépressions ou surpressions bien déterminées et conditionnées par les caractéristiques de l'installation.

En particulier M. Sliosberg a fait paraître en 1949 un abaque qui permettait pour une installa-

tion de refoulement simple (fig. 1) de connaître, en fonction d'un volume de réservoir, la dépres-

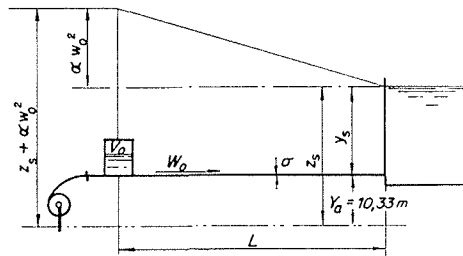


FIG. 1

sion maxima consécutive à l'arrêt brusque du groupe de pompage et la surpression qui s'ensui-

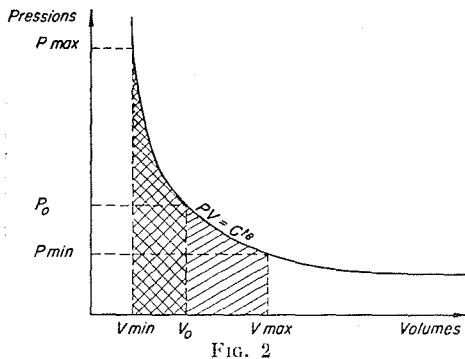
\* Calcul des réservoirs d'air, par P. Sliosberg (*la Houille Blanche*, n° 3, 1952, p. 377).

vait. Cet abaque n'était valable que pour des installations où l'on pouvait négliger les pertes de charge.

Si l'on voulait tenir compte de ces dernières, il fallait avoir recours à la méthode graphique de M. L. BERGERON, ce qui nécessitait généralement la construction de plusieurs épures : on devait, en effet, se donner *a priori* un volume d'air et vérifier que celui-ci conduisait à des dépressions et surpressions admissibles pour l'installation. De même, c'était seulement par cette méthode que l'on pouvait examiner l'influence d'un diaphragme dissymétrique placé à la jonction du réservoir d'air et de la conduite.

Rappelons rapidement l'intérêt d'un diaphragme dissymétrique ainsi disposé :

En l'absence de toute perte de charge, un arrêt brusque du groupe de pompage, refoulant dans une conduite équipée à son extrémité amont d'un réservoir d'air, provoque, au premier temps, une dépression plus ou moins importante, puis, au deuxième temps, une surpression supérieure en valeur absolue à la dépression du premier temps. Ce phénomène s'explique aisément lorsque l'on examine la figure 2 : l'aire hachurée



définit le travail des forces en jeu au premier temps (dépression). L'aire quadrillée définit le travail des forces en jeu au deuxième temps (surpression).

En l'absence de pertes de charge, c'est-à-dire de pertes d'énergie, ces deux aires sont égales donc :

$$p_{\max} - p_0 > p_0 - p_{\min}$$

Un diaphragme dissymétrique (ou un clapet percé), créant une perte de charge négligeable dans le sens réservoir-conduite et importante dans le sens conduite-réservoir, autorise, s'il est convenablement dimensionné, une réduction sensible de la surpression du 2<sup>e</sup> temps.

M. Sliosberg a présenté, dans le n° 3-1952 (p. 377) de *la Houille Blanche*, une méthode de détermination, relativement rapide, des réservoirs d'air sur installation comportant des pertes de charge symétriques ou non. Son système permet, à partir d'un abaque et d'une petite construction

graphique, d'obtenir une valeur approchée des dépressions et surpressions. On recommence la construction avec différents volumes de réservoir jusqu'à l'obtention des dépressions et surpressions voulues.

Cette méthode a l'avantage de représenter clairement le phénomène physique et d'être beaucoup plus rapide que la méthode graphique classique, où la construction des épures exige toujours un long travail.

Nous pensons intéressant de présenter un abaque qui permettra, par simple lecture, à partir de deux caractéristiques de l'installation fixées à l'avance, la détermination directe des autres caractéristiques. En particulier, si l'on connaît les surpressions et dépressions maximales auxquelles peuvent être soumises les installations, on pourra connaître directement le volume du réservoir et la valeur du diaphragme dissymétrique à employer.

Cependant, il faut bien avoir à l'esprit que ces méthodes donnent seulement la dépression maximum à l'aplomb de la pompe. Seule l'épure est susceptible de suivre l'évolution des pressions le long de la conduite et d'obtenir la répartition des dépressions qui parfois permet seule de juger si la protection apportée par le réservoir à la conduite est suffisante.

#### 1° CALCUL DE LA DÉPRESSION DU 1<sup>er</sup> TEMPS, COMPTE TENU DES PERTES DE CHARGE LINÉAIRES.

Dans une installation telle que celle schématisée sur la figure 1 et caractérisée par :

- $y_a$  = pression atmosphérique.
- $y$  = pression dans le réservoir à l'instant  $t$ .
- $y_s$  = pression statique.
- $z = y + y_a$  = pression absolue à l'instant  $t$ .
- $z_s = y_s + y_a$  = pression statique absolue.
- $w$  = vitesse dans la conduite à l'instant  $t$ .
- $\alpha w^2$  = pertes de charge linéaires pour la vitesse  $w$ .
- $w_0$  = vitesse de régime initiale.
- $L$  = longueur de la conduite.
- $\sigma$  = section de la conduite.

Supposons un arrêt instantané du groupe de pompage. L'équation du mouvement s'écrit :

$$y - y_s = \frac{L}{g} \frac{dw}{dt} + \alpha w^2 \quad (1)$$

L'équation de continuité :

$$dV = \sigma w dt \quad (2)$$

Le réservoir d'air est caractérisé par :

$$zV = C \quad (3)$$

De ces trois équations, on peut tirer une expression de la pression au réservoir :

$$y = y_s - \frac{1}{b} \left[ \frac{y'^2}{z^3} \left( 4 + \frac{a}{z} \right) - \frac{2 y''}{z^2} \right] \quad (4)$$

où :

$$a = \frac{2 \alpha Cg}{\sigma L} \quad \text{et} \quad b = - \frac{2 \sigma g}{LC}$$

en posant  $u = y'^2$ , on peut intégrer (4) et trouver :

$$u = \left[ \int \frac{z - z_s}{z^2} e^{a/z} dz + \frac{C_1}{b} \right] b z^4 e^{-a/z} \quad (5)$$

Si nous posons :

$$n = \frac{w_0^2 \sigma L}{2 gC} \quad \left( \text{d'où} \quad a = \frac{\alpha w_0^2}{n} \right)$$

et :

$$X = \frac{a}{z} = \frac{\alpha w_0^2}{nz}$$

l'expression de  $u$  deviendra :  $u = \left[ \frac{n z_s}{z w_0^2} e^X - \int \frac{e^X}{X} dX + \frac{C_1}{b} \right] b \left( \frac{\alpha w_0^2}{nX} \right)^4 e^{-X} \dots \quad (6)$

La constante  $C_1$  se détermine facilement en considérant les conditions aux limites :

$$\text{pour } t = 0, \left\{ \begin{array}{l} (z)_{t=0} = z_s + \alpha w_0^2 \\ (X)_{t=0} = \frac{\alpha w_0^2}{n(z_s + \alpha w_0^2)} = X_0 \\ (w)_{t=0} = w_0 \\ \left( \frac{dy}{dt} \right)_{t=0} = - \frac{\sigma w_0}{C} (z_s + \alpha w_0^2)^2 \\ (u)_{t=0} = \frac{\sigma^2 w_0^2}{C^2} (z_s + \alpha w_0^2)^4 \end{array} \right.$$

et l'expression (6) devient :

$$u = \left[ - \int_{X_0}^X \frac{e^X}{X} dX + \frac{n z_s}{\alpha w_0^2} - n \left( 1 + \frac{z_s}{\alpha w_0^2} \right) e^{X_0} \right] b \left( \frac{\alpha w_0^2}{nX} \right)^4 e^{-X}$$

Lorsque la première dépression atteint son maximum, la vitesse s'annule dans la conduite :

$$\frac{dy}{dt} = 0, \quad u = 0$$

et l'amplitude de la dépression est solution de l'équation  $u = 0$ .

L'existence de tables numériques donnant l'intégrale  $\int_{-\infty}^X \frac{e^X}{X} dX$  nous incitera à mettre cette équation sous la forme :

$$\frac{n z_s}{\alpha w_0^2} e^X - \int_{-\infty}^X \frac{e^X}{X} dX = n \left( 1 + \frac{z_s}{\alpha w_0^2} \right) e^{X_0} - \int_{-\infty}^{X_0} \frac{e^X}{X} dX \quad (7)$$

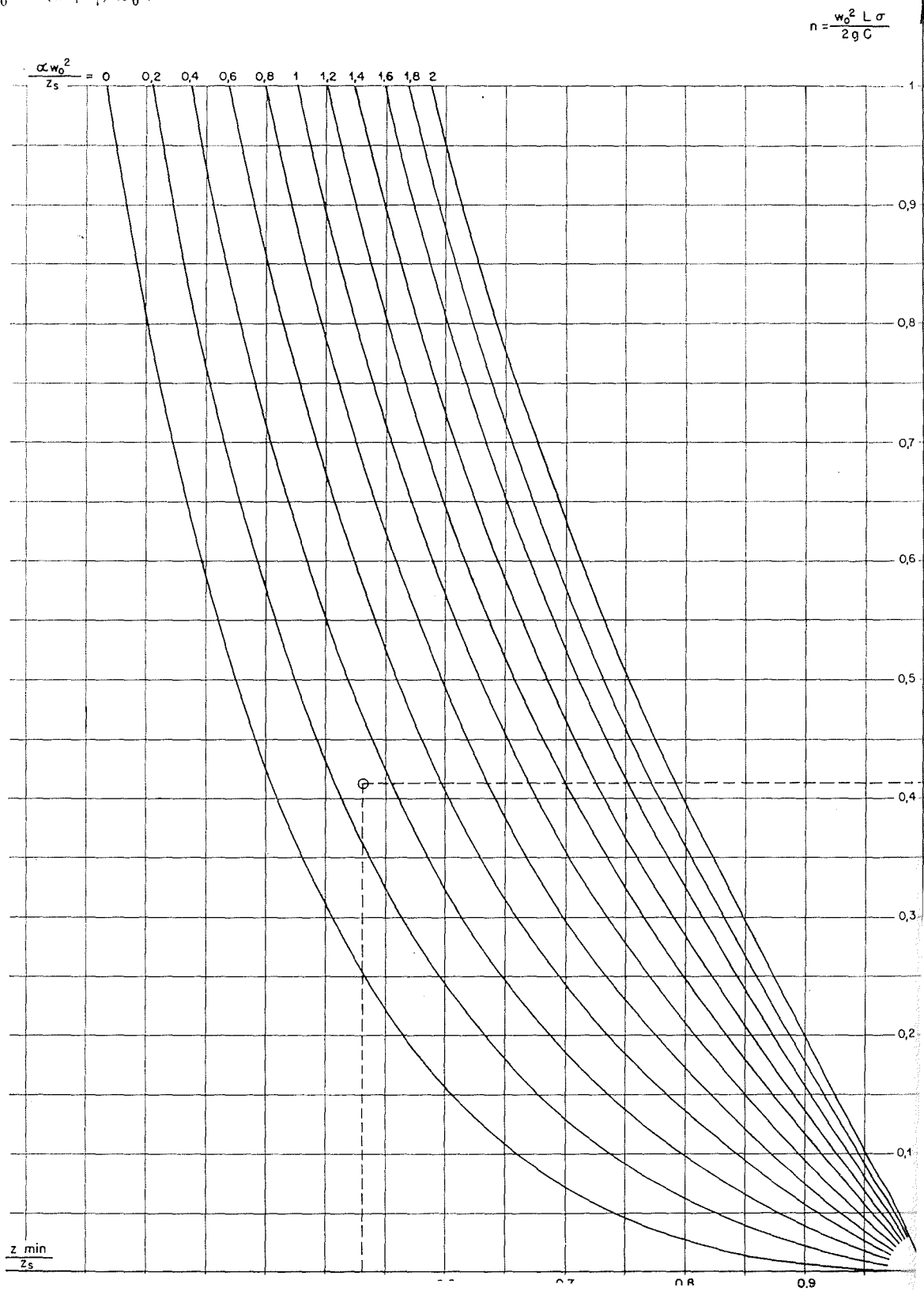
avec :

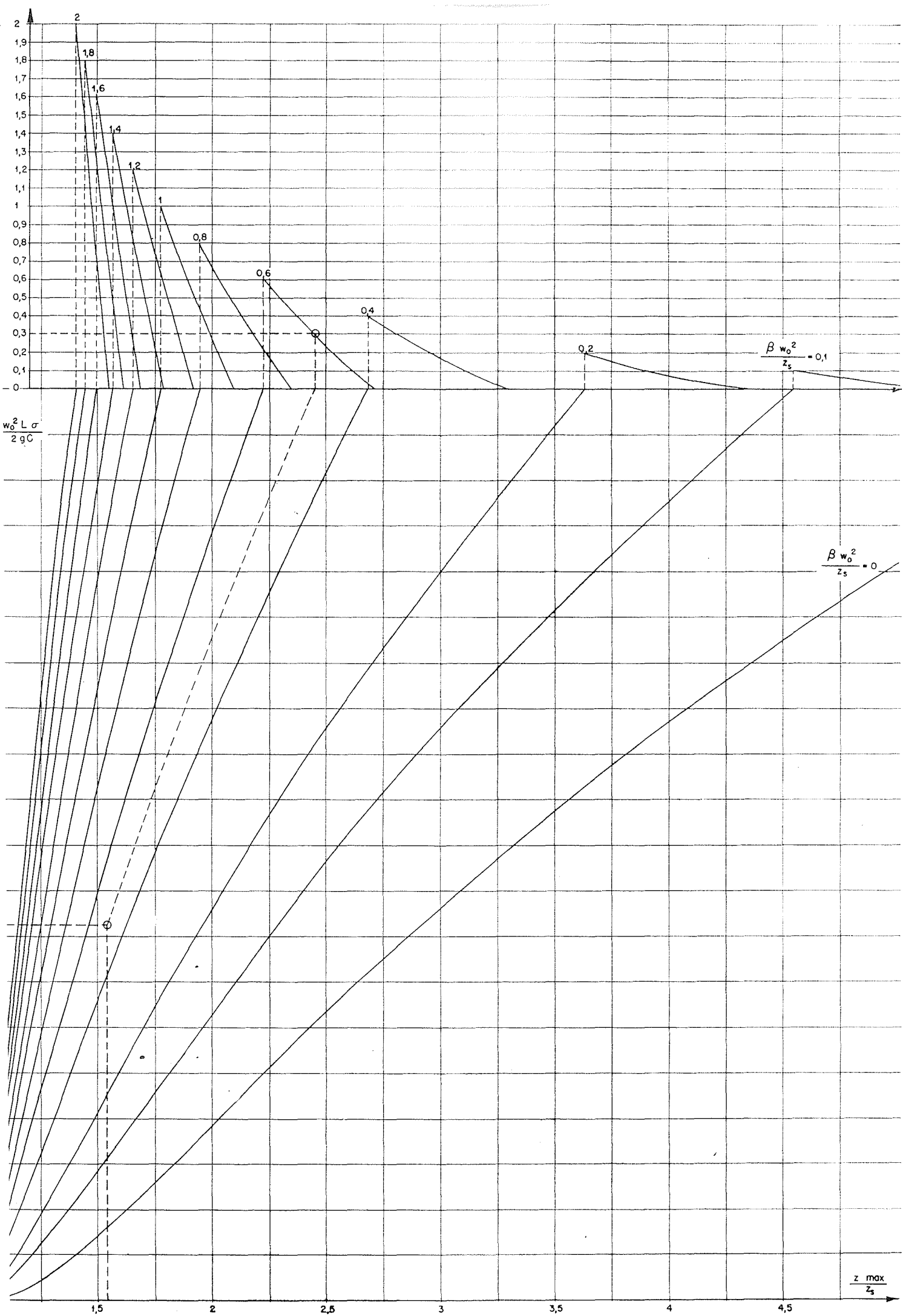
$$X = \frac{\alpha w_0^2}{nz}$$

Le réseau de courbes représenté sur la partie gauche de l'abaque donne les résultats de calculs effectués à partir de l'équation (7).

**Abaque pour le calcul des réservoirs d'air, compte tenu des pertes de charge.**

- $C = z_s v_0$ .
- $z_s = y_s + y_a =$  charge statique en valeur absolue.  $y_a =$  pression atmosphérique.
- $v_0 =$  Volume d'air sous la pression  $z_s$ .
- $w_0 =$  Vitesse initiale dans la conduite.
- $\sigma =$  Section de la conduite.
- $L =$  Longueur de la conduite.
- $\alpha w_0^2 =$  Perte de charge conduite pour le débit normal.
- $\gamma w_0^2 =$  Perte de charge diaphragme dans le sens conduite-réservoir pour le débit normal.
- $\beta w_0^2 = (\alpha + \gamma) w_0^2$ .





2° CALCUL DE LA SURPRESSION DU 2° TEMPS, COMPTE TENU DE LA PERTE DE CHARGE SUPPLÉMENTAIRE D'UN DIAPHRAGME.

Appelons  $\beta w^2$  la somme des pertes de charge linéaire et singulière :

$$\beta w^2 \geq \alpha w^2$$

Les équations fondamentales sont les suivantes :

$$\left\{ \begin{aligned} y - y_s &= \frac{L}{g} \frac{dw}{dt} - \beta w^2 \\ -dV &= -\sigma w dt \\ zV &= C \end{aligned} \right.$$

La même méthode de calcul donnera :

$$u = \left[ b \int \frac{z - z_s}{z^2} e^{a_1/z} dz + C_2 \right] z^4 e^{-a_1/z}$$

avec :

$$a_1 = \frac{-2\beta Cg}{\sigma L}$$

si nous posons :

$$X_1 = \frac{a_1}{z} = \frac{-\beta w_0^2}{nz}$$

l'expression de  $u$  deviendra :

$$u = \left[ -\frac{nz_s}{\beta w_0^2} - \int \frac{e^{X_1}}{X_1} dX_1 + \frac{C_2}{b} \right] b \left( \frac{-\beta w_0^2}{nX_1} \right)^4 e^{-X_1} \tag{8}$$

La constante  $C_2$  se détermine facilement en considérant les conditions aux limites :

$$\text{pour } t = 0 \dots \dots \left\{ \begin{aligned} w &= 0 \\ \frac{dy}{dt} &= 0, \text{ soit } u = 0 \\ |X_1|_{t=0} &= X_{1\min} = \frac{-\beta w_0^2}{nz_{\min}} \end{aligned} \right.$$

la valeur de  $z_{\min}$  étant tirée du calcul des dépressions.

On tire de ces conditions aux limites la valeur de  $C_2$ .

L'expression caractéristique du phénomène, au moment où la surpression du 2° temps atteint son maximum, est donnée par  $u = 0$ .

L'utilisation de tables numériques donnant les valeurs de  $\int \frac{e^{X_1}}{X_1} dX_1$  permet de résoudre l'équation  $u = 0$ , soit :

$$\int_{-\infty}^{X_1} \frac{e^{X_1}}{X_1} dX_1 + \frac{nz_s}{\beta w_0^2} e^{X_1} = \int_{-\infty}^{X_{1\min}} \frac{e^{X_1}}{X_1} dX_1 + \frac{nz_s}{\beta w_0^2} e^{X_{1\min}} \tag{9}$$

— **a)** Si  $|\beta| = |\alpha|$ , c'est-à-dire si les pertes de charge sont symétriques, on pourra tracer un réseau de courbes tel que celui porté sur la partie droite de l'abaque.

Ainsi, à l'aide des deux réseaux de courbes ci-dessus, on pourra déterminer directement un réservoir d'air sans diaphragme dans une installation où les pertes de charge dans la conduite ne sont pas négligeables.

*Mode d'utilisation :*

A partir du  $\frac{z_{\min}}{z_s}$  (c'est-à-dire de la dépression maximum tolérée), on trouve  $n$  (c'est-à-dire le volume d'air du réservoir) sur la courbe cotée  $\frac{\alpha w_0^2}{z_s}$  correspondant à la perte de charge de la conduite .

A partir de cette valeur de  $n$  et de  $\frac{\alpha w_0^2}{z_s}$  =  $\frac{-\beta w_0^2}{z_s}$  on va lire sur le réseau à droite de l'abaque la valeur de  $\frac{z_{\max}}{z_s}$  .

On peut, de même, partir de  $\left(\frac{z_{\max}}{z_s}\right)$  donné ou d'un volume de réservoir donné.

— **b)** Si  $|\beta| > |\alpha|$ , c'est-à-dire si l'on place un diaphragme dissymétrique à la base du réservoir, on peut déduire, d'après la forme de l'équation (9), que l'allure des courbes  $\left(n, \frac{z_{\max}}{z_s}\right)$  reste la même que précédemment. Seule la graduation de ces courbes en pertes de charge doit varier suivant le rapport  $\beta/\alpha$ .

Il paraît utile de tracer un réseau de courbes secondaires en  $\frac{\alpha w_0^2}{z_s} = f\left(\frac{z_{\max}}{z_s}\right)$  à  $\frac{\beta w_0^2}{z_s}$  constant, ce qui permettra d'utiliser sans changement les courbes de l'abaque.

*Mode d'utilisation :*

Par l'utilisation de l'abaque, on pourra faci-

lement déterminer deux quelconques des valeurs :

$$\frac{z_{\min}}{z_s}, \frac{z_{\max}}{z_s}, n, \frac{\alpha w_0^2}{z_s}, \frac{\beta w_0^2}{z_s}$$

à partir des trois autres.

Par exemple, connaissant  $\frac{z_{\min}}{z_s}$ ,  $\frac{z_{\max}}{z_s}$  et  $\frac{\alpha w_0^2}{z_s}$

qui caractérisent successivement résistance et rugosité de la conduite, on trouvera  $n$  et  $\frac{\beta w_0^2}{z_s}$  c'est-à-dire les caractéristiques du réservoir d'air et de son diaphragme.

Le trait pointillé porté sur l'abaque donne la marche à suivre dans ce cas-là.

#### NOTA

Dans le cas  $|\beta| > |\alpha|$ , si la perte de charge du diaphragme dissymétrique est trop forte, le maximum de pression dans la conduite peut dépasser le maximum  $z_{\max}$  de pression dans le réservoir. Il existe donc une limite supérieure du coefficient de perte de charge qu'il ne faut pas dépasser si l'on veut que la surpression dans la

conduite ne dépasse jamais celle calculée dans le réservoir.

La détermination de cette limite pourrait faire l'objet d'une autre note.

G. COMBES et R. BOROT,  
*Ingénieurs aux Etablissements Neyrpic.*

