

Flambage d'un cylindre à paroi mince, placé dans une enveloppe rigide et soumis à une pression extérieure

Application aux blindages métalliques des puits et galeries

Buckling of a thin walled tube fitted in a rigid outer
covering and subjected to an external pressure

Application to metal linings for wells and tunnels

PAR H. BOROT

INGÉNIEUR A LA SOCIÉTÉ DAUPHINOISE D'ÉTUDES ET DE MONTAGES

Accidents provoqués sur des blindages par des sous-pressions provenant d'infiltrations d'eau ou d'injections de ciment.

Étude mathématique du phénomène de flambage lié à l'instabilité de la paroi, puis à la limite élastique de l'acier.

Application aux blindages métalliques des puits et galeries. — Graphique donnant les pressions de flambage pour des limites élastiques de 24 et 34 kg/mm².

Vérification expérimentale. — Description du matériel et critiques des résultats.

Conclusion.

Irregularities in linings caused by under-pressure resulting from water seepage or injection of cement.

Mathematical study of the buckling phenomenon related to wall instability and the elastic limit of the steel.

Application to metal linings for wells and tunnels. — Diagram showing buckling pressures for elastic limits of 24 and 34 kg/mm².

Experimental verification. — Description of equipment and comments on the results.

Conclusion.

De nombreux accidents survenus à des blindages métalliques de puits ou galeries, généralement pendant une vidange, ont démontré que toute conduite souterraine bétonnée devait obligatoirement être calculée pour résister au flambage sous l'effet de pressions extérieures. Ces sous-pressions sont provoquées en grande partie par des infiltrations d'eau dans le sol, provenant de sources naturelles ou d'ouvrages hydrauliques.

Actuellement, tout nouveau blindage est sou-

mis, après son bétonnage, à des injections qui sont destinées, d'une part à combler les vides qui se produisent pendant la mise en place du béton de garnissage, et d'autre part, à restituer au rocher sa compression initiale nécessaire à la bonne tenue du blindage sous la pression intérieure. Ces injections se font à des pressions assez élevées et on connaît quelques cas où le blindage a subi une déformation importante, consécutive à une absence de contrôle sérieux de la pression d'injection.

I. — ÉTUDE DU FLAMBAGE

NOTATIONS (fig. 1)

- P = pression extérieure;
 E = module d'élasticité;
 I = module d'inertie = $e^3/12$;
 n = nombre d'ondes;
 R = rayon extérieur du cylindre;
 e = épaisseur de la paroi;
 $K = e/R$;
 t = limite élastique de la paroi;
 y_0 = flèche au centre de l'onde = AB ;
 j = jeu entre enveloppe et cylindre pour $P = 0$;
 S = longueur d'une demi-onde BC .

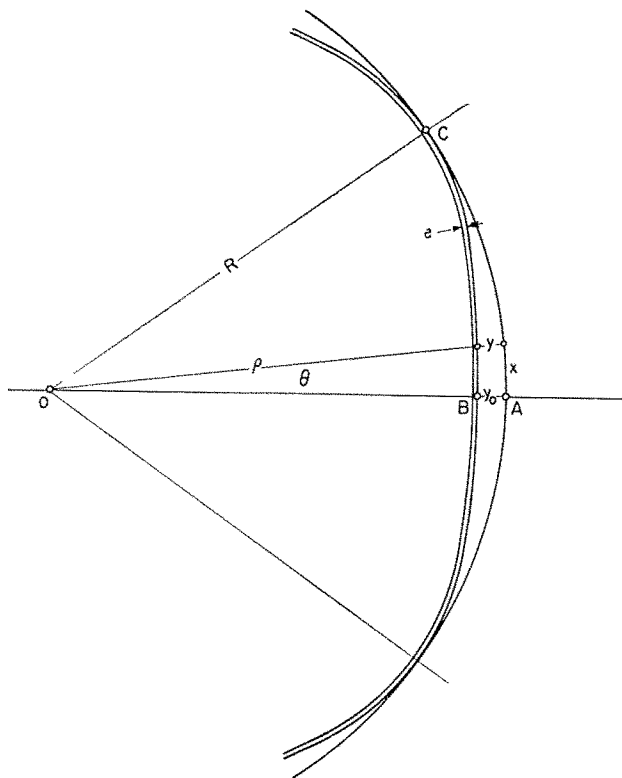


FIG. 1

Nous avons considéré le cas d'un cylindre à paroi mince, sans renfort ni ancrage, placé à l'intérieur d'une enveloppe que nous avons supposée indéformable. Nous avons admis qu'il n'existait aucun vide local important entre le cylindre et l'enveloppe, ce qui revient à dire, pour les blindages de puits et galeries, que les injections ont été faites correctement, et que les points d'injection ont été suffisamment nombreux pour combler tous les creux qui peuvent subsis-

ter derrière le blindage après bétonnage. Nous avons d'autre part supposé que la pression extérieure était également répartie tout autour du cylindre.

Notre étude est faite pour un cylindre non précontraint, c'est-à-dire qu'entre l'enveloppe et le cylindre, il existe un jeu de faible valeur. C'est le cas des blindages qui n'ont pas été soumis à une précompression, soit par frettage, soit par injections spéciales.

Certains auteurs ont montré que, le long de la paroi d'un cylindre soumis à une pression extérieure, se forme un certain nombre d'ondes qui dépend des liaisons extérieures du cylindre. Ils ont établi que la pression critique de flambage est donnée par :

$$P = \frac{EI}{R^3} (n^2 - 1) \quad (1)$$

dans laquelle n est le nombre d'ondes.

La déformée d'une barre mince à ligne moyenne circulaire est donnée par l'équation différentielle :

$$\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{y}{R^2} = - \frac{M}{EI} \quad (2)$$

L'équation suivante donne la forme de l'onde de flambage :

$$y = \frac{y_0}{2} \left(1 + \cos \frac{nx}{R} \right) \quad (3)$$

Nous déduisons la loi des moments fléchissants des équations (2) et (3) :

$$M = \frac{Ee^3y_0}{24R^3} \left[(n^2 - 1) \cos \frac{nx}{R} - 1 \right]$$

Le moment fléchissant est maximum au point C, pour $x = (\pi R/n)$.

$$M_c = - \frac{Ee^3y_0n^2}{24R^2} \quad (4)$$

Au point C, dans les fibres extérieures de la paroi, nous avons :

1. Une contrainte de compression :

$$t_c = \frac{PR}{e}$$

2. Une contrainte de flexion :

$$t_f = - M_c \frac{6}{e^2} = \frac{Eey_0n^2}{4R^2}$$

Etudions maintenant les variations de longueur de l'onde pendant son enfoncement. La longueur d'une courbe plane, en coordonnées polaires, est donnée par :

$$S = \int_B^C \left[\varphi^2 + \left(\frac{d\varphi}{d\theta} \right)^2 \right]^{1/2} d\theta$$

que l'on peut mettre sous la forme :

$$S = \int_B^C \varphi \left[1 + \frac{1}{2} \left(\frac{d\varphi}{\varphi d\theta} \right)^2 - \frac{1}{8} \left(\frac{d\varphi}{\varphi d\theta} \right)^4 \dots \right] d\theta$$

dans laquelle nous avons :

$$\varphi = R - y$$

$$\theta = x/R$$

La résolution de l'intégrale donne, avec une approximation très suffisante :

$$S = \frac{\pi R}{n} - \frac{y_0 \pi}{2n} + \frac{y_0^2 \pi n}{16R}$$

La variation de longueur d'une demi-onde est donc de :

$$\Delta S = \frac{\pi R}{n} - S = \frac{y_0 \pi}{2n} - \frac{y_0^2 \pi n}{16R} \quad (5)$$

En étudiant la fonction $\Delta S = f(y_0)$ (fig. 2), nous trouvons que ΔS est maximum pour :

$$y_0 = \frac{4R}{n^2}$$

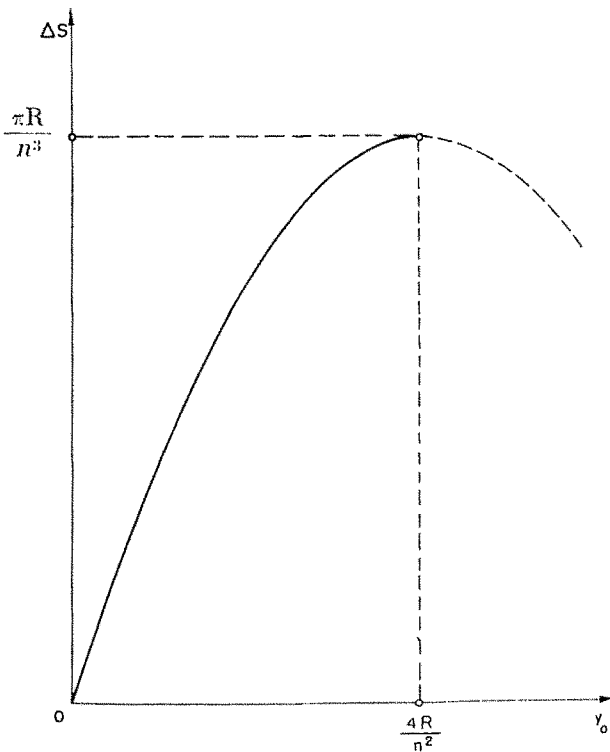


FIG. 2

Cette valeur correspond au flambage de l'onde puisque, au-delà, la longueur de l'arc BC augmente en même temps de y_0 .

Portons cette valeur de y_0 dans l'équation (4), nous obtenons :

$$M_c = - \frac{Ee^3}{6R}$$

Si nous appliquons cette formule à quelques cas concrets, nous nous rendons compte que cette valeur de y_0 ne peut pas être atteinte, car elle détermine, au point C, des contraintes de flexion qui dépassent de beaucoup la limite de rupture des aciers courants. Il y aurait exception pour des blindages dont le rapport e/R serait inférieur à $0,002 \div 0,003$. Ces blindages ne sont jamais utilisés pratiquement.

Dans un blindage soumis à une pression extérieure, la limite élastique ne doit être dépassée en aucun point. Il est donc normal de calculer un blindage de telle façon qu'au point C, où la contrainte de flexion t_f s'ajoute à une contrainte de compression t_c , la limite élastique t ne soit pas dépassée :

$$t_f + t_c \leq t$$

Par suite des irrégularités d'épaisseur de la tôle et de qualité du métal, la limite élastique est atteinte en premier lieu dans une seule onde. A partir de cet instant, une augmentation de la pression extérieure détermine, dans cette onde, une déformation permanente de grande amplitude par rapport aux déformations élastiques des ondes voisines, ce qui a pour effet de rompre l'équilibre qui existe entre les ondes et de provoquer le flambage. D'autre part, il a été constaté, dans les quelques exemples de flambage connus, ainsi que dans les essais dont le compte rendu suit cette note, que les tuyaux, après flambage, ne présentent qu'une onde de déformation sans que l'on puisse déceler un autre point où la limite élastique ait été dépassée.

La condition de flambage est donc :

$$t = \frac{Eey_0 n^2}{4R^2} + \frac{PR}{e} \quad (6)$$

Si j est le jeu existant pour $P=0$, entre le cylindre et l'enveloppe, le développement de celle-ci est :

$$2\pi(R+j)$$

La longueur du cylindre sous la pression P est :

$$2\pi R - 2\pi \frac{PR^2}{Ee}$$

Si $2n\Delta S$ est la différence de longueur entre

l'enveloppe et le cylindre sous la pression P, nous avons :

$$2 n \Delta S = 2 \pi \left(\frac{PR^2}{Ee} + j \right) \quad (7)$$

Les équations (5) et (7) donnent :

P est la racine positive de l'équation :

$$\frac{13}{EK^2} P^2 + 2 P \left(1 + \frac{K}{2} + \frac{6}{K} \frac{j}{R} - \frac{t}{EK} \right) - \left(2 tK - EK^2 \frac{j}{R} - \frac{t^2}{E} \right) = 0 \quad (9)$$

II. - APPLICATION AUX BLINDAGES

L'équation (9) est applicable aux anneaux ou tubes courts. Pour l'utiliser sur des conduites longues (blindages métalliques de galeries et puits bétonnés) où la section longitudinale ne gauchit pas, il y a lieu de remplacer E par la valeur :

$$E' = \frac{E}{1 - \eta^2}$$

où η est le coefficient de Poisson.

Généralement, la pression extérieure admise pour les calculs de flambage est égale à la couverture de terrain H, située au-dessus de la conduite, qu'on affecte d'un coefficient de sécurité convenable. Si le blindage peut, accidentellement, être soumis au vide intérieur, il y a lieu d'en tenir compte et d'augmenter la valeur de H en conséquence.

Nous donnons à la figure 3 un graphique qui permet de trouver rapidement, pour une pression extérieure donnée, le e/R correspondant. Ce graphique a été établi avec $t=24$ et 34 kg/mm², et $J/R=0$ et $0,0004$. Cette dernière valeur représente le maximum de ce qu'on utilise pratiquement.

Nous avons également tracé les droites $P=t(e/R)$ pour $t=24$ et 34 , qui donnent les pressions déterminant dans la tôle, s'il n'y avait pas flambage, une compression égale à la limite élastique. Nous constatons que les courbes donnant la

$$\frac{y_0}{2} - \frac{y_0^2 n^2}{16 R} = \frac{PR^2}{Ee} + j \quad (8)$$

Les équations (1), (6) et (8) permettent d'exprimer la pression de flambage P en fonction de E, j, t et $K = (e/R)$.

pression de flambage se placent en dessous des droites correspondantes.

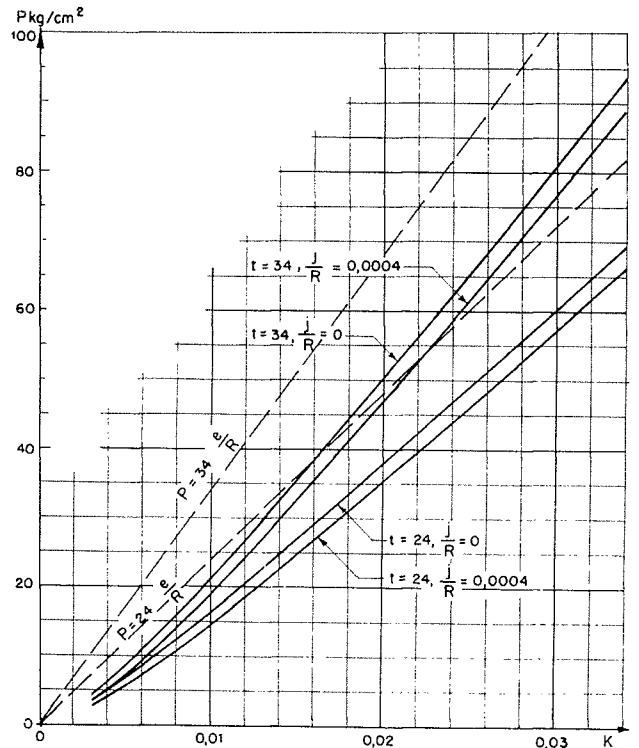


FIG. 3
Courbes donnant les pressions de flambage P en fonction de $K = e/R$, pour $t = 24$ et 34 kg/mm² et $j/R = 0$ et $0,0004$ $E' = 22,000$ kg/mm².

III. — VÉRIFICATION EXPÉRIMENTALE

L'intérêt d'une formule se trouve augmenté quand celle-ci est vérifiée expérimentalement. Des essais, effectués en laboratoire, nous ont permis de contrôler les chiffres donnés par la formule (9).

Nous avons construit un moule de 955,5 mm

de diamètre intérieur (fig. 4) dans lequel ont été placées des viroles dont l'épaisseur variait de 3,5 à 15 mm. La pression hydraulique a été appliquée entre le moule et la face extérieure de la tôle.

La limite élastique des tôles a été mesurée à

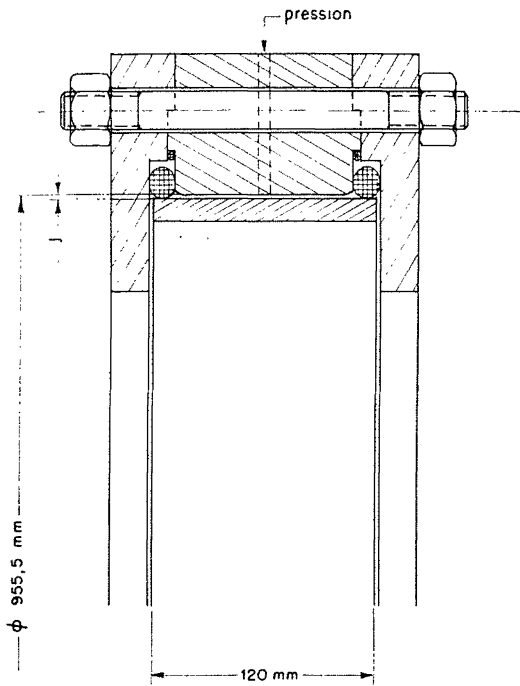


FIG. 4

Coupe de l'appareil pour essais de flambage.

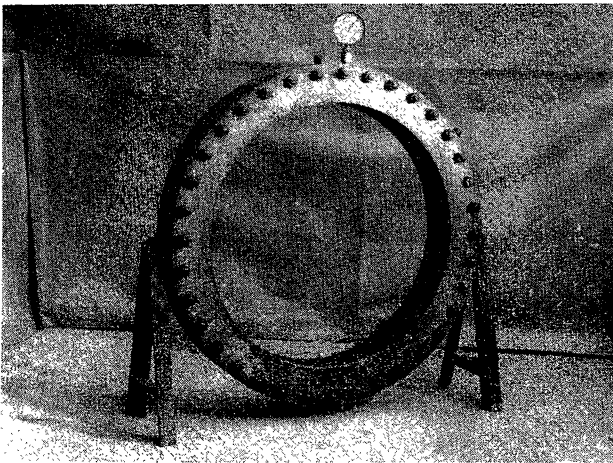


PHOTO 1. — Appareil pour essais de flambage.

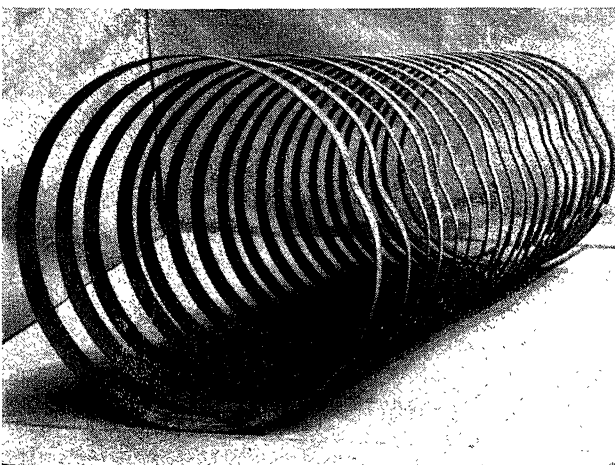


PHOTO 2. — Viroles après flambage.

l'aide d'éprouvettes de 1,5 mm de diamètre, tractionnées sur une Micromachine Chevenard à enregistrement photographique. Le prélèvement des échantillons dans les viroles est visible sur les photographies.

Nous estimons à $\pm 0,3$ mm la précision avec laquelle le jeu existant entre la tôle et le moule a été mesuré.

TABLEAU I

RÉSULTATS DES ESSAIS ET VÉRIFICATION
PAR LA FORMULE (9)

Epaisseur de la tôle mm	Jeu (sur rayon) mm	Limite élastique kg/mm ²	Pression de flambage (kg/cm ²)		Différence en %
			Essais	Formule (9)	
3,5	1,1	27	4,8	5,8	— 17,2
5	1,2	30	10	11	— 9,1
5	0,9	31	11,5	12,9	— 10,8
6	1	29	13,5	15,4	— 12,3
6	0,6	29	20,5	18,3	+ 12
7	1	31	22,5	20,6	+ 9,2
7,2	1	30	21	20,9	+ 0,5
8,6	1,2	37	30,5	30,5	0
9	0,9	33	32	32,3	— 0,9
9	1	25	28	24,4	+ 14,8
9,8	1,1	34	35	35,2	— 0,6
10,9	0,6	33	49	46,2	+ 6,1
11,3	1,2	38	51	46,2	+ 10,4
12	1,1	34	48	46,7	+ 2,8
12,9	1,1	37	62	55,7	+ 11,3
13,6	0,6	25	55	48,1	+ 14,3
14	0,5	27	60	55	+ 9,1
14,7	0,5	33	77	69,7	+ 10,5
15	1,2	34	63	61,7	+ 2,1

Les résultats des essais sont consignés dans le tableau 1. Sur ce tableau figurent également les pressions de flambage données par la formule (9) pour chaque virole, ainsi que la différence en pourcentage entre l'essai et le calcul.

Cette différence est d'environ ± 15 %, et si nous tenons compte du manque de précision de la valeur du jeu, nous pouvons dire que la formule (9) n'a pas été mise en défaut.

Nous avons porté les résultats des essais sur des graphiques (fig. 5, 6, 7 et 8) où figurent des courbes qui donnent, pour un diamètre nominal de 955 mm, les pressions de flambage trouvées par la formule (9), en fonction de l'épaisseur des viroles.

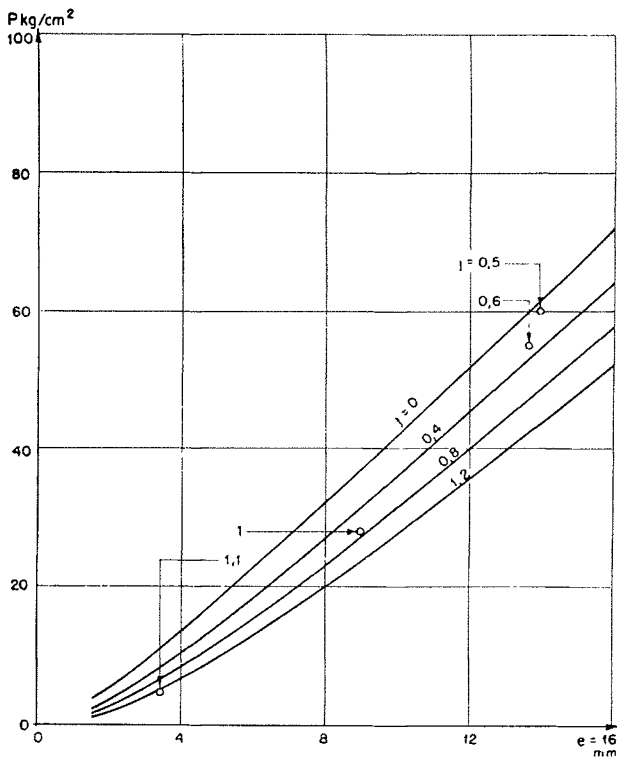


FIG. 5

Dispersion des résultats d'essais :
 $t = 26 \text{ kg/mm}^2$

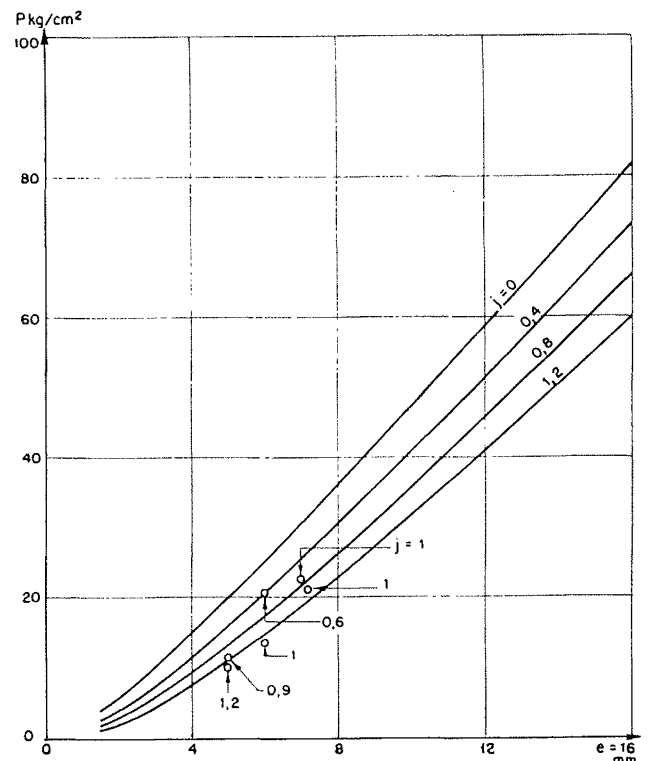


FIG. 6

Dispersion des résultats d'essais :
 $t = 30 \text{ kg/mm}^2$

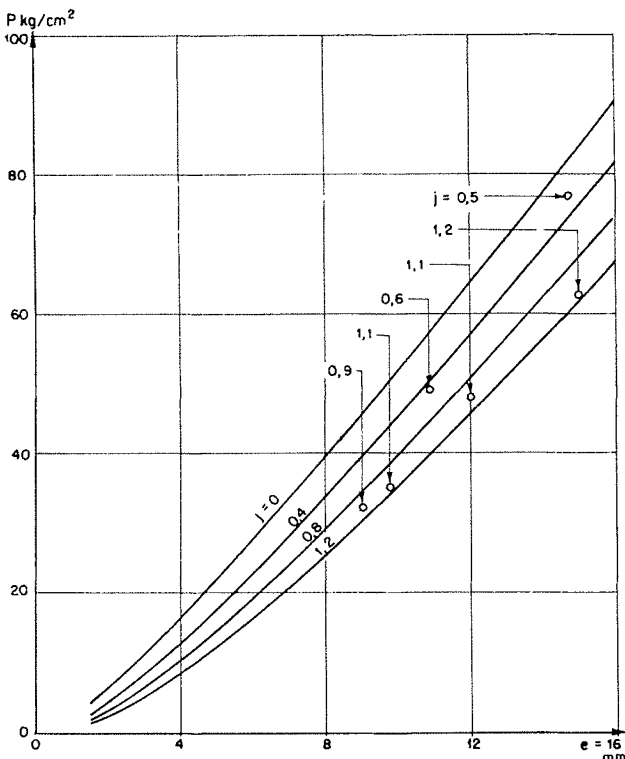


FIG. 7

Dispersion des résultats d'essais :
 $t = 34 \text{ kg/mm}^2$

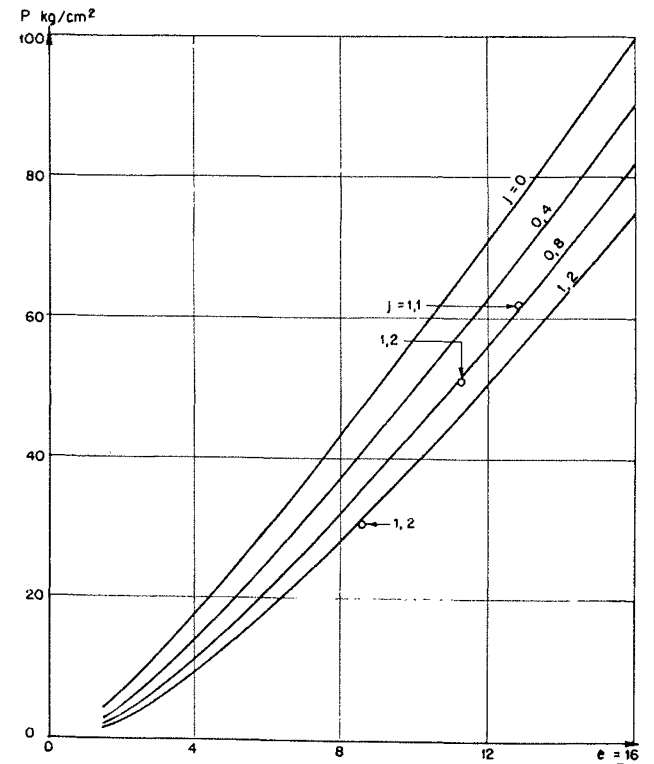


FIG. 8

Dispersion des résultats d'essais :
 $t = 38 \text{ kg/mm}^2$

Nous avons groupé :

- sur la figure 5, les viroles dont la limite élastique était de 25 à 27 kg/mm²;
- sur la figure 6, de 29 à 31 kg/mm²;
- sur la figure 7, de 33 et 34 kg/mm²;
- sur la figure 8, de 37 et 38 kg/mm².

Les courbes des graphiques sont tracées respectivement pour :

$$t=26, 30, 34 \text{ et } 38 \text{ kg/mm}^2$$

et pour :

$$j=0, 0,4, 0,8 \text{ et } 1,2 \text{ mm}$$

Les viroles ont une longueur de 120 mm; nous les avons assimilées à des anneaux et nous avons calculé les courbes avec $E=20\,000 \text{ kg/mm}^2$.

CONCLUSION

La formule (9) permet donc de dimensionner les blindages non précontraints de puits ou galerie, qui sont sollicités aux pressions extérieures, en prenant soin d'être prudent dans la détermination de ces dernières.

Si cette formule a eu l'avantage d'avoir été vérifiée par des essais, il n'en serait pas moins intéressant de l'appliquer à des cas concrets pour lesquels la limite élastique du blindage et la

valeur de la pression extérieure ayant provoqué le flambage sont connues.

Cette étude met bien en évidence l'influence de la limite élastique sur la résistance au flambage et montre clairement l'intérêt de l'emploi d'acier à haute limite élastique qui donne aux blindages, une meilleure aptitude à résister aux pressions extérieures.

