

L'APPLICATION DU CALCUL DES PROBABILITÉS AUX PROBLÈMES D'EXPLOITATION DES RÉSERVOIRS

3

RELATIONS ENTRE LA CAPACITÉ D'UN RÉSERVOIR ET SON USAGE

Application aux oueds d'Algérie

PAR
H. ROUX *

Les relations entre la capacité d'un réservoir et le débit que l'usager pourra en retirer dépendent du régime des entrées (apports de l'oued) et de celui des sorties (débits utilisés, évaporations, fuites). Après avoir donné des indications sur ces deux aspects du problème, et en particulier, sur la garantie exigée par l'utilisateur, nous présenterons une méthode permettant de calculer le « débit garanti » en fonction de la capacité du réservoir. Cette méthode est fondée sur la théorie des processus en chaîne simple de Markov.

Nous précisons qu'elle ne s'applique directement qu'aux phénomènes de régularisation interannuelle. Enfin, les exemples pris sont ceux des barrages et des oueds algériens utilisés pour l'irrigation et les alimentations en eau des villes, en priorité.

Le régime des oueds

Nous nous intéresserons seulement ici à l'écoulement annuel et non à sa répartition dans le temps (écoulements mensuels et crues). Il s'ensuit une simplification très grande, d'autant que nous admettrons l'indépendance des débits annuels à travers le temps. Nous rejetons donc l'existence des cycles interannuels pour les écoulements et les pluies. De même, nous admettrons qu'après une année exceptionnellement sèche, l'écoulement an-

nuel suivra toujours la même loi de probabilité : position certainement exagérée si l'on songe au rôle des réserves souterraines, par exemple. (Voir à ce sujet le recueil des observations de l'Algérie de 1924 à 1946 ainsi que les différents annuaires, en particulier celui de 1947-48.)

En fait, nous nous sommes intéressés à la courbe de répartition des écoulements annuels ainsi qu'à celle des pluies annuelles et aux relations pluie-écoulement. Les deux derniers points sont souvent utiles parce que les pluies sont, en général, mieux connues que les écoulements.

Les quelques essais effectués montrent que le régime des pluies est bien approché par une loi de Gauss et qu'une relation linéaire pluie-écoulement est en général satisfaisante.

Pour la courbe de répartition des débits annuels, nous avons été amenés à essayer la loi de Galton-Gibrat; la vérification en est aisée à condition de disposer d'un papier quadrillé convenable (logarithme, loi de Galton).

On a en désignant par :

- Q le débit;
- Q_0 une valeur particulière de Q;
- Q_m le débit moyen;
- Q_{me} le débit médian;
- Q_f le débit le plus fréquent;
- Q_{m1} le débit moyen des débits supérieurs à Q_1 ;
- x, u des variables auxiliaires;
- p la probabilité d'un débit à être inférieur à Q.

* Ingénieur des Ponts et Chaussées, Service des Etudes Générales et Grands Travaux Hydrauliques, Alger.

LIEU DE MESURE	OUEDS	ANNÉE D'OBSER- VATION	SURFACE DU B.V. (en hm ²)	PLUIE ANNUELLE (en mm)	Q MOYEN (en hm ³)	Q ₀	a	b	Q _{0,1}	Q _{0,5}	Q _{0,9}
									Q _m (en %)	Q _m (en %)	Q _m (en %)
Beni-Bahdel	Tafna	1935	1 016	541	75	0	0,52	0,955	48	90	168
Meffrouch	Meffrouch	1918	90	675	18,7	0	0,47	0,965	53	93	162
Bou-Hanifia	El Hammam	1931	7 854	417	138	0	0,39	0,855	59	92	148
Bakhadda	Mina	1928	1 280	520	71,8	+ 20	0,86	0,755	41	77	178
Oued Fodda	Fodda	1919	800	400	86	- 50	0,37	1,145	42	91	170
Ghrib	Chélif	1924	23 300	450	146,5	0	0,69	0,904	36	80	180
Foum-el-Gueiss	Foum-el-Gueiss	1936	155	466	11,3	0	0,71	0,904	35	80	181

Par définition :

$$\log(Q - Q_0) = ax + b$$

$$p = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-u^2/2} du$$

On démontre aisément les relations suivantes :

$$\log(Q_{me} - Q_0) = b$$

$$\log(Q_m - Q_0) = b + \frac{a^2}{2 \log.e}$$

$$\log(Q_f - Q_0) = b - \frac{a^2}{\log.e}$$

$$Q_{m1} - Q_0 = (Q_m - Q_0) \frac{1 - p_2}{1 - p_1}$$

avec $(Q_2 - Q_0) = (Q_1 - Q_0) \left(\frac{Q_{me} - Q_0}{Q_m - Q_0} \right)$

Le tableau ci-dessus indique quelques résultats. On a pu vérifier dans quelques exemples que la date d'origine de l'année hydrologique ne modifiait pas la loi de répartition, l'intérêt de cette question devant apparaître dans la suite.

Régime des sorties

Les sorties sont liées soit à des phénomènes naturels plus ou moins inévitables, soit aux besoins de l'usager. Les uns et les autres n'en ont pas moins leurs lois propres.

1° FUITES :

En général, les fuites sont faibles. Par exemple, au barrage du Ghrib, leur moyenne est de 25 l/s, soit près de 0,8 hm³ pour un écoulement annuel de 144 hm³. Il est donc possible de les négliger. Par ailleurs, le débit des fuites est lié de façon étroite à la cote du plan d'eau. Dans le cas où l'on ne pourrait les négliger, cette remarque fournirait la méthode pour en tenir compte, comme on va le voir ci-dessous pour l'évaporation.

2° EVAPORATION :

L'évaporation est forte en Algérie. Par exemple, pour le Ghrib, la superficie du lac à la cote du déversoir est de 12,7 km², la hauteur évaporée de 1,1 m, d'où un volume évaporé de :

$$12,7 \times 1,1 = 14 \text{ hm}^3.$$

En fait, le plan d'eau n'est pas toujours à son maximum et le volume perdu n'est que 10 hm³

environ, soit 7 % du débit moyen. On peut citer des cas où l'évaporation joue un rôle plus important, comme celui du barrage de Djorf Torba sur l'oued Guir (à 50 km à l'ouest de Béchar) dont la construction va commencer et où le volume évaporé sera de l'ordre de 25 à 35 % des apports suivant le régime d'exploitation qui sera adopté. Nous retiendrons à ce sujet que, en dehors des cas exceptionnels,

— l'évaporation est de l'ordre de 5 à 10 % du débit moyen;

— elle ne peut être négligée dans les calculs, mais, par contre, il est possible d'en schématiser l'étude.

Par exemple, le volume évaporé étant proportionnel à la surface du lac, il pourra être relié aux cotes du plan d'eau à quelques dates de l'année (2 ou 3 par exemple).

Un procédé, encore plus simple, serait de diminuer le débit entrant de l'évaporation estimée.

3° LES USAGERS :

Les usagers des barrages algériens sont les agriculteurs (irrigations), les communes (besoins urbains et industriels) et E.G.A. (production électrique).

Sauf sur les barrages construits spécialement pour la production d'électricité (Iril Emda et Djen-Djen), E.G.A. n'est jamais prioritaire. Plus précisément, elle ne peut turbiner que l'eau destinée à d'autres usages ou bien quand le plan d'eau est à une cote supérieure à une certaine cote, en général proche du déversement. En conséquence, nous ne tiendrons plus compte de l'électricité, en notant cependant qu'en toute rigueur c'est la cote à partir de laquelle E.G.A. peut turbiner qui limite le réservoir et non la cote du déversoir.

Les deux autres utilisateurs sont caractérisés par la rigidité et l'exigence de sécurité, ce qui s'explique par la nature des besoins et le très faible nombre de sources d'approvisionnement.

Les périmètres irrigués sont conçus en vue de l'utilisation intégrale de l'eau prévue à cet effet, bien que celle-ci ne puisse être atteinte que longtemps après la mise en service des investissements. Aux Etats-Unis, vingt ans après la mise en service d'un périmètre, 76 % seulement de celui-ci est effectivement irrigué. Cependant, le problème se pose de façon statique.

Une ville, par contre, est normalement en croissance. En conséquence, les investissements se fai-

sant de façon discontinue, l'exigence de sécurité est aisément satisfaite, sauf durant les quelques années précédant la mise en service d'un nouvel équipement. Pour la même raison de croissance, une ville aura souvent plusieurs sources d'approvisionnement, ce qui peut faciliter les choses.

Revenant aux irrigations, il convient d'analyser l'effet des pénuries. Soit D le débit pour lequel est conçu le périmètre et αD le débit réellement utilisé ($\alpha \leq 1$). Le rendement du périmètre diminuera avec α ; si α devenait très petit, il pourrait se produire non seulement une baisse de rendement, mais encore des pertes catastrophiques comme la mort de certains arbres (orangers par exemple). De plus, la succession de deux années sèches aura des conséquences beaucoup plus graves que plusieurs années sèches discontinues. La courbe de rendement du périmètre D aura donc une discontinuité pour $\alpha = \alpha_0$ (par exemple, $\alpha_0 = 0,8$). Au-dessus de α_0 , l'étude ne relève que du calcul économique, avec une décroissance linéaire du rendement; au-dessous, il y a « catastrophe », que l'on peut bien sûr évaluer en argent, mais avec quelques difficultés, non seulement pratiques, mais de principe, car il s'ensuit une désorganisation générale. Ces catastrophes ne devraient se produire que très rarement, par exemple tous les cinquante ans.

Il s'agit bien sûr d'une schématisation et il sera difficile de fixer la valeur de α_0 , le nombre d'années devant séparer deux années où $\alpha < 1$ pour des raisons techniques, ainsi que la fréquence admissible des catastrophes. Enfin, α_0 dépendra de la date à laquelle les décisions sont prises de ne pas irriguer avec la dose prévue et de la répartition des cultures dans le périmètre. Nous ne ferons dans la suite que montrer qu'il est possible d'établir des consignes satisfaisant ce type d'exigence et d'en étudier l'effet. Il serait intéressant d'étudier leur application dans des cas réels.

Nous étudierons une consigne du type suivant :

- normalement l'utilisateur prend D ;
- si à une date donnée, la réserve est inférieure à C_0 fixée, il prend $\alpha_0 D$;
- s'il ne peut arriver à prendre $\alpha_0 D$, il prend tout ce qu'il peut prendre. C'est le cas catastrophique.

MOIS	PÉRI-MÈTRE DU CHÉLIFF	PÉRI-MÈTRE DE LA MITIDJA	VILLE D'ORAN	VILLE D'ALGER
Janvier	0	0	7,4	7,5
Février	0	0	7,5	7,5
Mars	5	2,6	7,8	7,7
Avril	10	9,2	7,9	7,9
Mai	12,5	13,7	8,3	8,3
Juin	15	20	9,0	8,7
Juillet	15	20	9,4	9,3
Août	15,5	20	9,5	9,5
Septembre	12,5	14,2	9,2	9,3
Octobre	10	0,3	8,6	8,4
Novembre	5	0	7,9	8,2
Décembre	0	0	7,5	7,7
Total	100	100	100	100

Des remarques analogues pourraient être faites pour une ville; elles seraient cependant plus artificielles et de moindre intérêt.

Enfin, il ne faut pas oublier que ces besoins varient avec les mois de l'année. Nous donnons dans le tableau ci-contre, en bas, les modulations admises dans quelques cas.

4° AUTRES UTILITÉS :

Enfin, nous dirons un mot d'autres usages que l'on peut donner à l'eau, mais qui n'intéressent pas l'usage proprement dit. D'abord, il peut être nécessaire de maintenir un certain débit minimal à l'aval; ceci ne présente pas de difficultés théoriques. On peut essayer, aussi, de lutter contre l'envasement des barrages en opérant des chasses opportunes. On pourrait tenir compte de cet aspect en admettant que la perte d'eau est proportionnelle au débit ou fixe dans le temps, suivant les moyens employés.

On pourrait compliquer en admettant qu'aucun dévasement n'est fait s'il y a peu d'eau en réserve. Nous n'avons pas cependant tenu compte de tout cela, bien que les quantités mises en jeu puissent être importantes, surtout en Algérie, où l'envasement des lacs de retenue est, on le sait, rapide.

5° NOUS RAPPELONS ENFIN LA DÉFINITION DE QUELQUES CRITÈRES SIMPLES EN RAPPORT AVEC LA RÉGULARISATION :

Soient :

- Q les apports de l'oued;
- E le volume évaporé;
- F le volume perdu par les fuites;
- U le volume utilisé pour les usages divers du 4° ci-dessus;
- P le volume perdu par déversement;
- αD le volume utilisé par l'utilisateur;
- D le volume garanti à l'utilisateur.

Pour chaque année, l'on aura, en désignant par ΔS la variation du stock d'eau dans la réserve :

$$Q - \Delta S = E + F + U + P + \alpha D$$

avec $\alpha \leq 1$, et en prenant les valeurs moyennes pour un grand nombre d'années :

$$Q = E + F + U + P + \alpha D$$

avec $\alpha \leq 1$.

Les définitions des différents critères sont :

- pour le pourcentage de régularisation (point de vue de l'utilisateur) $Y_1 = (\alpha D/Q)$;
- pour le coefficient de respect de la consigne (point de vue de l'utilisateur) $Y_2 = \alpha$;
- pour le coefficient d'efficacité du réservoir $Y_3 = 1 - (P/Q)$.

Enfin, deux nombres sont également intéressants :

- celui du nombre d'années moyennes séparant deux années où $\alpha < 1$, soit N_0 ;
- celui du nombre d'années moyennes séparant deux années où $\alpha < \alpha_0$ soit N_1 .

Détermination de l'effet de régularisation

Reprenant le schéma de consigne défini plus haut et désignant par C la capacité utile du réservoir, D le débit garanti à l'usager et N l'inverse de la probabilité de non garantie de D, l'on cherche à déterminer les relations $f(C, D, N) = 0$.

La méthode la plus utilisée consiste à reconstituer ce qui se serait passé durant une série d'années. En général, le nombre d'années connues n'est pas assez élevé. Aussi est-on conduit à reconstituer une série plus longue en se rattachant le moins mal possible à des phénomènes mieux étudiés, tels que les pluies en certains points. On peut être ainsi tenté de tirer au sort une suite de débits en supposant vérifiée une certaine loi de probabilité. Cette méthode ne peut donc être mise en œuvre sans quelque arbitraire. Les calculs deviennent vite fastidieux et ne peuvent être exécutés pratiquement qu'à la machine. Ces inconvénients ne doivent pas faire oublier les qualités : simplicité du principe et exploitation directe ou presque des observations réelles. C'est précisément dans la mesure où le lien avec le réel se complique que cette méthode devient critiquable.

D'autres méthodes utilisent les théories de l'addition des variables aléatoires : elles ne sont aisées à mettre en œuvre qu'en supposant une distribution gaussienne, or nous avons vu qu'une distribution de Galton-Gibrat était plus satisfaisante. Enfin, avec ces méthodes, il est difficile de tenir compte de façon satisfaisante des phénomènes annexes tels que les effets saisonniers, les fuites, l'évaporation.

Aussi, nous sommes-nous efforcé de mettre au point une méthode palliant ces inconvénients et nous avons utilisé à cette fin les théories de Markov. Comme on le verra, la méthode peut être d'un emploi simple ou complexe suivant la précision recherchée. Par ailleurs, elle peut comporter de nombreuses variantes pour s'adapter à chaque cas; aussi, après une présentation générale, nous l'appliquerons à un cas particulier, celui du barrage d'Oued Fodda.

**

Du fait de la constance de la consigne et de la loi de probabilité des apports, on peut admettre que l'état du réservoir à une certaine date de l'année n ne dépend que de son état à la même date de l'année $n-1$, le passage de l'année $n-1$ à l'année n se faisant par un processus invariable dans le temps.

Soit P_n la grandeur définissant le réservoir à l'année n (par exemple, distribution des probabilités des différents degrés de remplissage) et θ l'opérateur du passage de n à $n+1$;

$$\begin{aligned} P_{n+1} &= \theta P_n \\ P_{n+k} &= (\theta)^k P_n \end{aligned}$$

et l'on a à étudier le comportement de $(\theta)^k$ et de P_{n+k} quand k augmente indéfiniment. C'est le problème de l'ergodisme. En fonction de la nature du phénomène, on conçoit d'ailleurs que P_{n+k} tende vers une valeur P indépendante de P_n et qu'il en soit donc de même de $(\theta)^k$; soit U cette valeur, on aura $P = UP$.

1° ETUDE EN CONTINU :

Nous donnons ici la mise en équation du problème en continu, bien que nous n'ayons su en tirer aucune conclusion. Pour ne pas alourdir l'exposé, nous ne tiendrons compte d'aucun phénomène annexe et n'écrirons ni les conditions d'existence de dérivée ou d'intégralité.

Soit $\varphi(x)$ la probabilité pour que Q soit supérieur ou égal à x , x pouvant varier de $-\infty$ à $+\infty$.

$$\begin{aligned} \text{on a :} & \quad \varphi(x) = 1 & \text{si } x < Q_{\min} - D \\ \text{et :} & \quad \varphi(x) = 0 & \text{si } x > Q_{\max} - D \end{aligned}$$

Soit $g_n(x)$ la probabilité d'avoir un volume d'eau supérieur à x l'année n .

Le passage de l'année $n-1$ à l'année n est donné par l'une ou l'autre des deux équations.

$$\left. \begin{aligned} g_n(x) &= g_{n-1}(x + D) \\ &+ \int_0^{x+D} g'_{n-1}(u) \varphi(x + D - u) du \\ g_n(x) &= \varphi(x + D) \\ &+ \int_0^{x+D} \varphi'(u) g_{n-1}(x + D - u) du \end{aligned} \right\} (1)$$

Ces équations sont valables si $x + D \leq C$. Dans le cas contraire $g_n(x) = 0$.

En admettant l'ergodisme, on voit que g , fonction inconnue, est solution des deux équations :

$$\left. \begin{aligned} g(x) &= g(x + D) \\ &+ \int_0^{x+D} g'(u) \varphi(x + D - u) du \\ \text{si } x + D &\leq C \\ g(x) &= \varphi(x + D) \\ &+ \int_0^{x+D} \varphi'(u) g(x + D - u) du \end{aligned} \right\} (2)$$

Et en faisant le changement de variable :

$$x + D = y$$

$$\begin{aligned} \text{on a :} & \quad g(y - D) = g(y) + \int_0^y g'(u) \varphi(y - u) du & (3) \\ & \quad \text{si } y \leq C \\ & \quad g(y - D) = \varphi(y) + \int_0^y \varphi'(u) g(y - u) du & (3') \end{aligned}$$

où φ est la fonction connue et g la fonction inconnue, la valeur $g(0)$ étant particulièrement intéressante.

$$\text{Si } y > C, g(y - D) = 0$$

L'équation (3') est une équation de Fredholm de 2° espèce; malheureusement nous n'avons pu lui trouver de solution analytique avec le type de fonction φ nous intéressant.

2° ETUDE EN DISCONTINU :

Définissons différents états du réservoir par le fait que le volume d'eau emmagasiné soit compris entre deux limites, ou vide ou plein. Soient $E_1, E_2 \dots E_r$, ces états. L'opérateur θ dont il a été question ci-dessus est défini par la matrice suivante écrite avec $r = 4$ (à E_4 le réservoir est plein, à E_1 vide; à E_2 le réservoir est plein moins que moitié et à E_3 plus que moitié).

n - 1	E ₁	E ₂	E ₃	E ₄
n	E ₁	E ₂	E ₃	E ₄
	p_1^1	p_2^1	p_3^1	p_4^1
	p_1^2	p_2^2	p_3^2	p_4^2
	p_1^3	p_2^3	p_3^3	p_4^3
	p_1^4	p_2^4	p_3^4	p_4^4

Ce tableau voulant dire que la probabilité de passer en un an du réservoir plein au réservoir vide est égal à p_4^1 .

La détermination des p_i^j se fait à partir de la courbe de répartition des débits annuels de la façon suivante :

soient V_i et V_j les volumes moyens correspondant aux états E_i et E_j ;

V la différence entre V_{i+1} et V_i supposée indépendante de i ;

D le débit utilisé.

L'on quantifie les différents états du réservoir en considérant les états suivants : E_0 (vide), E_1 [$V_1 = (V/2)$], E_2 [$V_2 = (3 V/2)$] ... $E_n = C$. Pour des raisons pratiques l'on s'arrangera pour que C soit un multiple entier de V; on quantifie de même les apports de l'oued aux valeurs définies ci-dessous. Par suite pour passer de E_i à E_j , il faut que l'apport Q soit égal à $V_j - V_i + D$, soit $\Pi(i, j)$ la probabilité d'avoir un apport supérieur ou égal à cette quantité, la valeur numérique de $\Pi(i, j)$ se déduit de la courbe de répartition des débits annuels. On définit de même $\Pi(i, j + 1)$ et l'on prend $p_i^j = \Pi(i, j + 1) - \Pi(i, j)$. La méthode employée revient à remplacer la courbe de répartition qui est continue (par exemple, la droite de Gibrat-Galton) par une suite de segments de droites parallèles aux axes de coordonnées.

Désignons par T la matrice définie par le tableau ci-dessus P_{n-1} le vecteur représentatif des probabilités de remplissages du réservoir à l'année $n - 1$, P_{n-1} , a pour composante Q_1^{n-1} , Q_2^{n-1} ... avec $\sum^n Q_j^{n-1} = 1$. A la mise en eau :

$$Q_1 = 1, Q_j = 0 \text{ pour } j = 2, 3 \dots r$$

On a :

$$\bar{P}_n = \bar{T} \bar{P}_{n-1} \quad \text{avec} \quad \bar{T} = (p_i^j)$$

l'on doit avoir $\sum_{j=1}^r p_i^j = 1$ puisque en partant d'un certain état, l'on est sûr d'arriver à un autre état. Par ailleurs, l'on a $0 \leq p_i^j \leq 1$.

On a toujours $\bar{P}_{n+k} = (\bar{T})^k \bar{P}_n$.

Dans ces conditions, l'on démontre de façon classique les propositions suivantes (voir M. Fréchet : Recherches théoriques modernes sur le calcul des probabilités - Second livre - Méthode de fonctions arbitraires - Théorie des événements en chaîne, Gauthier-Villars, 1938).

- 1 — Quand k augmente indéfiniment $(\bar{T})^k$ tend vers une matrice définie par $p_i^j = P^j$ avec $\sum P^j = 1$;
- 2 — \bar{P}_{n+k} tend vers le vecteur \bar{P} de composantes P_j ;

3 — Le vecteur P est un vecteur propre de la matrice \bar{T} et de $(\bar{T})^k$ quel que soit k donc $\bar{P} = \bar{T} \bar{P}$.

En conséquence, la détermination de \bar{P} se réduit à la résolution d'un système linéaire de n équations à n inconnues dont la solution est simplifiée par l'existence de nombreux zéros dans tous les cas habituels.

Ce système s'écrit :

$$\begin{aligned} p_1^1 P_1 + p_2^1 P_2 + p_3^1 P_3 + p_4^1 P_4 &= P_1 \\ p_1^2 P_1 + p_2^2 P_2 + p_3^2 P_3 + p_4^2 P_4 &= P_2 \end{aligned}$$

avec : $P_1 + P_2 + P_3 + P_4 = 1$

$$\begin{aligned} p_1^3 P_1 + p_2^3 P_2 + p_3^3 P_3 + p_4^3 P_4 &= P_3 \\ p_1^4 P_1 + p_2^4 P_2 + p_3^4 P_3 + p_4^4 P_4 &= P_4 \end{aligned}$$

Par ailleurs, les états du réservoir à la date 1 de l'année et à la date 2 de la même année sont reliés par une matrice de passage \bar{S}_{12} ; de même les états du réservoir à la date 2 sont reliés aux états de la date 1 de l'année suivante par une matrice de transition \bar{S}_{21} , telle que :

$$\bar{S}_{12} \cdot \bar{S}_{21} = \bar{T}$$

On a, en désignant par \bar{T}_1 et \bar{T}_2 les matrices relatives aux deux dates 1 et 2 :

$$\bar{T}_2 = \bar{S}_{21} \bar{T}_1 \bar{S}_{12}$$

Enfin, la présente méthode peut être présentée comme une résolution numérique de l'équation (3') écrite ci-dessus. On conçoit qu'en considérant un nombre suffisant d'états, l'on puisse se rapprocher avec la précision désirée de la solution exacte du problème.

L'application pratique de la méthode se heurte à quelques difficultés que nous présentons avec les solutions adoptées dans le cas du barrage d'Oued Fodda.

Auparavant, nous ferons quelques remarques et rappellerons certains problèmes auxquels nous n'avons pu trouver de solutions satisfaisantes.

- 1 — Il faudrait pouvoir relier la précision des données, des calculs à effectuer (et en particulier le nombre d'états à considérer), et des résultats désirés.
- 2 — Les calculs numériques doivent se faire avec une grande précision beaucoup plus grande que celle que l'on recherche. Elle doit être sans rapport avec la précision atteinte.
- 3 — Il est nécessaire de définir un niveau moyen de remplissage dans chaque état. Nous avons pris la moyenne arithmétique. Il est possible de refaire le calcul en tenant compte des résultats acquis lors d'un premier calcul.
- 4 — On verra dans l'application que la prise en compte des phénomènes saisonniers n'est point très satisfaisante.
- 5 — Il est, sans doute, possible de tirer davantage de renseignements. Par exemple, la valeur des tangentes dans les graphiques $f(C, D, N) = 0$ cités plus haut.
- 6 — Le calcul numérique conduit à un résultat très simple. Il serait intéressant d'étudier sa justification théorique et, ainsi, son degré éventuel de généralité. Nous verrons en effet plus

loin que la relation $f(C, D, N) = 0$ cherchée a la forme suivante :

$$\log \frac{N}{N_0} = a(C - C_0) \left(\frac{1}{D} - \frac{1}{D_0} \right)$$

Application au barrage d'oued Fodda

L'oued Fodda est un affluent du Cheliff sur lequel a été construit entre 1926 et 1932 un ouvrage d'une capacité initiale de 228 hm³ pour un débit moyen de 86 hm³. Les eaux sont utilisées pour les irrigations du périmètre du Moyen-Cheliff, qui est exploité en relation avec les autres périmètres du Cheliff. Nous n'avons pas tenu compte de ces relations. En moyenne, 2,4 hm³ de vase se déposent chaque année, en sorte que la capacité actuelle (1-4-1964) se réduit à 150 hm³. La question du dévasement se pose donc; celui-ci valant environ 2 DA le m³, l'on voit l'importance des sommes en jeu et l'intérêt de déterminer avec précision le volume dont on a réellement besoin.

Dans la suite, tous les volumes sont exprimés en prenant comme unité le 1/100^e du débit annuel moyen de l'oued.

1° APPORTS DE L'OUED :

Malgré l'ancienneté de l'ouvrage, on ne dispose que de dix-neuf années d'observation. La vérification de la loi de Galton-Gibrat est cependant satisfaisante (voir graphiques).

2° BESOINS :

La répartition mensuelle des besoins a été indiquée plus haut.

3° FUITES :

Elles sont négligeables.

4° EAU POUR DÉVASEMENT :

Bien qu'il existe des dispositifs de dévasement, nous n'en avons pas tenu compte. Il convient cependant de noter, qu'au barrage de l'Iril Emda, muni de dispositifs analogues, l'on parvient à évacuer 50 % des apports avec un effluent d'une densité comprise entre 1,03 et 1,1, soit de 45 à 150 g/l. Avec ce dernier chiffre, on voit que, pour évacuer 1 hm³ de vase de densité 1,6, il faudrait près de 10 hm³. Les quantités mises en jeu peuvent ne pas être négligeables. Le système étant peu utilisé actuellement, nous n'en avons pas tenu compte.

5° EVAPORATION :

Elle est de l'ordre de 6 hm³ par an. Pour en tenir compte, l'on a plusieurs possibilités :

- soit de retrancher ces 6 hm³ de l'apport moyen;
- soit ne pas tenir compte de cette évaporation, faire le calcul, déterminer *in fine* la surface moyenne du lac dans le temps, en déduire l'évaporation, retrancher le nombre trouvé des différents résultats;
- nous avons adopté une troisième solution, entraînant des calculs plus complexes, dans le but principal de déterminer, par comparaison, l'intérêt de cette méthode élaborée.

A chaque coefficient p_i^j de la matrice correspondent les surfaces initiales et finales S_i et S_j . L'évaporation sera calculée pour la surface $(S_i + S_j)/2$.

Soit e_{ij} le volume évaporé ainsi calculé et V_{ij} le volume correspondant à la case p_{ij} ($V_{ij} = V$).

On remplacera p_{ij} par :

$$p_i^j + \frac{e_i^{j+1}}{V} p_i^{j+1} - \frac{e_i^j}{V} p_i^j$$

L'évaporation ainsi calculée est un peu plus faible que l'évaporation réelle. On en tiendra compte en majorant légèrement (10 % par exemple) la hauteur d'évaporation, en général assez mal connue d'ailleurs pour une grande surface.

La présente complication n'a d'intérêt que parce qu'elle tient compte de la diminution de l'évaporation pour le réservoir presque vide et les calculs montrent que ce qui se passe dans cette zone est important, en particulier pour les successions des années sèches.

6° EFFETS SAISONNIERS :

La manière de soutirer les débits intervient. En effet, l'eau perdue par un déversement l'hiver ne compense pas l'eau utilisée pendant la saison sèche de l'été qui suit. Ne pas tenir compte de cet effet conduit donc à des résultats optimistes.

Soit t la date de l'année prise comme origine pour les calculs, t_B la date de l'année où le niveau du lac est le plus bas, t_H celle où son niveau est le plus élevé. Nous supposons, pour l'instant, et pour simplifier, que t_B et t_H sont fixes.

Faisons alors les calculs pour t sans nous occuper des répartitions mensuelles. Nous aurons deux corrections à faire :

- la première pour tenir compte de ce que ce n'est pas le niveau à la date t qui nous intéresse, mais celui à la date t_B ;
- la deuxième pour tenir compte des déversements ainsi qu'expliqué plus haut.

Ainsi sommes-nous conduit à entrer dans les détails de la répartition mensuelle, d'où de grandes complexités. Il faut cependant remarquer qu'il s'agit de corrections qui affectent les zones voisines du déversement. En conséquence, nous avons ainsi simplifié :

- Il existe en général une date fixe qui est voisine de la date de plus bas niveau. On prend cette date comme origine des calculs. Pour Oued Fodda, c'est le 1^{er} décembre;
- si le barrage déverse à une date t , il continuera à déverser au moins jusqu'à une certaine date (en l'occurrence le 1^{er} avril);
- connaissant le niveau du 1^{er} décembre, on peut déduire le débit annuel correspondant à un déversement et la probabilité de le dépasser. On remarque qu'entre avril et décembre, les apports de l'oued sont en moyenne de 0,20 Q_m . Soit Q_D l'apport nécessaire pour obtenir le déversement. On écrira qu'il y a déversement au 1^{er} avril si $Q \geq Q_D + 0,2 Q_m$;
- enfin, on attribuera une certaine probabilité aux différents états du barrage dans le cas où il y a eu déversement au 1^{er} avril. La détermination de ces probabilités a été faite à partir de toutes les années connues en faisant un bilan des eaux mois par mois entre le 1^{er} avril et le 1^{er} décembre.

Par exemple, pour $D = 60$, on a attribué les probabilités :

0,05 à l'état plein,
0,70 à l'état 225-270,
0,25 à l'état 180-225.

La méthode employée est évidemment critiquable : il y a une certaine corrélation entre les apports d'hiver et ceux d'été; enfin mieux vaudrait s'écarter des années connues pour étudier l'effet des déversements. On pourra utiliser des méthodes plus complexes si cela était nécessaire. Nous l'avons dit, un des avantages de cette méthode est précisément de pouvoir se compliquer suivant les exigences des cas particuliers.

7° CONSIGNES :

Le principe de la consigne est de s'efforcer de garder un certain volume minimal en réserve, de façon à limiter les manques d'eau éventuels pour l'année suivante. Cette assurance n'est pas payée n'importe quel prix, puisque l'on accepte de ne réduire l'utilisation qu'à un certain pourcentage du débit normal. Dans ce seul paragraphe du présent article, nous étudions explicitement l'effet d'une consigne avec le pourcentage de 80. Auparavant, nous allons étudier les années sèches sur le cas C = 180, D = 80.

La matrice et sa solution se présentent ainsi :

C = 180 D = 80	0	0-45	45-90	90-135	135-180
0	44	26	4	0	0
0-45	31	37	23	4	0
45-90	16	23	38	29	16
90-135	8	12	30	56	66
135-180	11	2	5	11	18

$$\begin{aligned}
 P_1 &= 0,102 = 1/9,8 \\
 P_2 &= 0,177 \\
 P_3 &= 0,282 \\
 P_4 &= 0,367 \\
 P_5 &= 0,072 \\
 &1,000
 \end{aligned}$$

En n'utilisant que des chiffres ronds, l'on voit que, une année sur dix, il y aura manque d'eau. Et l'on peut dresser le tableau suivant :

ETATS	PROBABILITÉ	PROBABILITÉ RELATIVE	PROBABILITÉ DE $\alpha \geq 0,8$	PROBABILITÉ DE $\alpha < 0,8$
0 à 0	$0,44 \times 0,102 = 0,04488$	44	35	65
0-45 à 0	$0,26 \times 0,177 = 0,04602$	45	50	50
45-90 à 0	$0,04 \times 0,282 = 0,01128$	11	100	0
Total . . .	0,10218	100		

On en déduit que la probabilité d'une catastrophe est de :

$$\begin{aligned}
 0,65 \times 0,04488 + 0,5 \times 0,04602 &= 0,0292 \\
 + 0,0230 &= 0,0522 \approx \frac{1}{20}
 \end{aligned}$$

Le premier schéma d'une année tous les dix ans en moyenne et d'une catastrophe tous les vingt ans doit être précisé par la considération du tableau.

Un cycle plus réel est : une année sèche, vingt ans après, deux années sèches consécutives et vingt ans après, trois années sèches consécutives. Sur une période de soixante ans, on avait donc bien six années sèches, dont trois catastrophiques.

Voyons alors l'effet d'une consigne ainsi établie. Au 1^{er} avril, l'on calcul le stock au 1^{er} décembre prochain avec une utilisation normale. Si le stock prévu est supérieur à 22,5 on prend le volume normal. Sinon, l'on soutire 80 % du débit normal et le plus qu'on peut si l'on n'arrive pas à ce résultat.

Il est aisé d'écrire la nouvelle matrice. Par exemple, si l'on part de l'état 0-45, la consigne jouera pour $Q = 22,5 + 80 - 22,5 = 80$. Si $Q \leq 80$, on ne soutire que $0,8 \times 80 = 64$ et il y aura vidange si $Q \leq 41,5$. Pour l'état 45-90, l'on remarque qu'il n'y aura plus de vidange en une année puisque $67,5 > 64$. Pour l'état 0, la correction est évidente.

La nouvelle matrice s'écrit avec ses résultats :

C = 180 D = 80	0	0-45	45-90	90-135	135-180
0	28	10	0	0	0
0-45	47	53	27	4	0
45-90	16	23	38	29	16
90-135	8	12	30	56	66
135-180	1	2	5	11	18

$$\begin{aligned}
 P_1 &= 0,0319 = 1/31,3 \\
 P_2 &= 0,2297 \\
 P_3 &= 0,2885 \\
 P_4 &= 0,3764 \\
 P_5 &= 0,0735 \\
 &1,000
 \end{aligned}$$

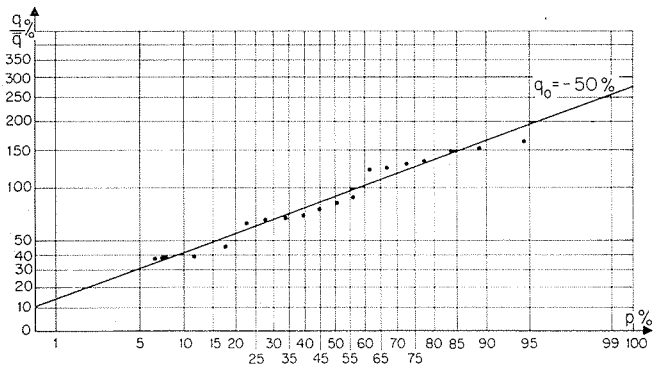
On peut alors dresser le tableau ci-dessous, analogue à celui dressé plus haut.

ETATS	PROBABILITÉ	PROBABILITÉ RELATIVE	PROBABILITÉ DE $\alpha \geq 0,8$	PROBABILITÉ DE $\alpha < 0,8$
0 à 0	$0,28 \times 0,0319 = 0,00893$	28	0	100
0-45 à 0	$0,10 \times 0,2297 = 0,02297$	72	0	100
45-90 à 0	0	0	0	100
Total . . .	0,0319	100		

La probabilité d'une catastrophe est alors de :

$$0,00893 + 0,02297 = 0,0319 = \frac{1}{31}$$

Un schéma approximatif de la succession des catastrophes sera le suivant : tous les quarante ans, une catastrophe avec, une fois sur 4 (soit tous les cent soixante ans), deux catastrophes consécutives.



1/ Oued Fodda. Courbe de répartition des débits annuels. $\bar{q} = 86,037 \text{ hm}^3$ (calculé sur 19 ans).
Wadi Fodda. Annual discharge distribution.
 $\bar{q} = 86.037 \text{ hm}^3$ (computed over 19 years).

On peut dresser le tableau comparatif suivant, indiquant les années de récurrence et les nombres moyens d'années (colonnes 4 et 5).

	SANS CONSIGNE	AVEC CONSIGNE
Vidange	10	31
$0,8 < \alpha < 1$	20	12
Catastrophe $\alpha < 0,8$	20	31
Entre 2 catastrophes	$\frac{20 + 40}{2} = 30$	40
Entre 2 séries de 2 catastrophes	60	160
Déversement.	29,24	29,13

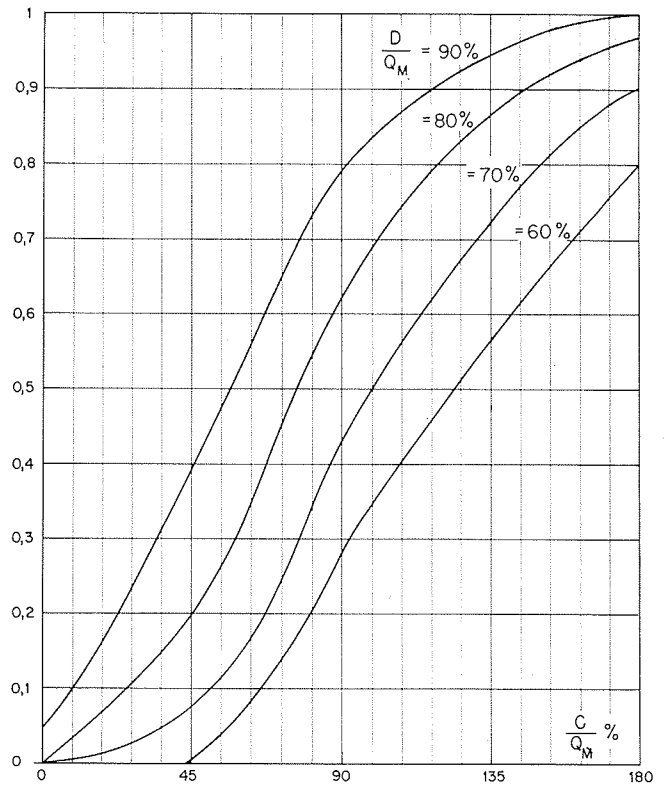
On remarquera que les déversements sont légèrement plus fréquents avec consigne que sans consigne : la sécurité se paie, car l'on irrigue plus souvent avec la dose réduite (12 contre 20) ; il arrive donc que l'on se prive inutilement.

8° PRÉSENTATION DES RÉSULTATS :

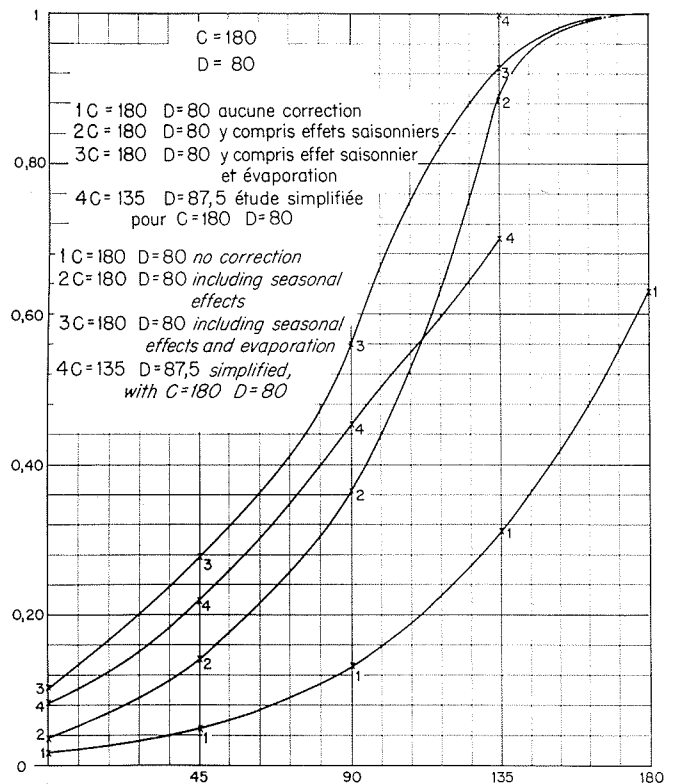
Pour chaque particulier, il y a lieu d'établir les pièces suivantes :

- tableau des débits mensuels et annuels ;
- graphique de la loi Galton-Gibrat (voir graphique 1) ;
- tableau des évaporations (volume évaporé pour un couple de valeur de remplissage) ;
- modulation mensuelle des besoins pour les différentes valeurs annuelles des besoins à étudier ;
- pour chaque valeur du besoin, étude des phénomènes saisonniers pour déterminer les dates de plus bas et de plus haut niveau, ainsi que les probabilités des différents états consécutifs à un déversement en cours d'année ;
- pour chaque débit et différentes capacités, établissement des matrices et calculs ;
- report sur graphiques, de façon à faciliter les interpolations.

Le graphique 2 indique les résultats concernant une capacité de 180 et un soutirage de 60, 70, 80 ou



2/ Barrage de l'Oued Fodda. Courbes de probabilité des remplissages au 1^{er} décembre du réservoir pour une capacité (180) et différents débits (60, 70, 80, 90).
Wadi Fodda dam. Filling probabilities on 1st December for a capacity (180) and several discharges (60, 70, 80, 90).



3/ Courbe de répartition des réserves au 1^{er} décembre. Storage distribution on 1st December.

90 % du débit moyen. Il est bien évident que le passage par la loi de Galton-Gibrat n'a rien d'impératif. Son intérêt pour nous est de compenser un nombre restreint d'observations par le fait que les oueds algériens suivent cette loi.

9° ETUDE D'UN CAS PARTICULIER DANS DIFFÉRENTES HYPOTHÈSES :

Nous avons effectué les calculs dans différentes hypothèses pour le cas C = 180, D = 80. En premier lieu, les calculs ont été faits sans tenir compte d'aucune correction, puis en ne tenant compte que des effets saisonniers, enfin en tenant compte des effets saisonniers et de l'évaporation. Les résultats ont été consignés au graphique 3. On remarquera que la prise en compte des effets saisonniers modifie les phénomènes surtout dans la zone proche du déversement; l'évaporation, elle, a plus d'influence dans la zone proche de la vidange.

Par ailleurs, nous avons essayé de comparer ces résultats avec ceux obtenus par une méthode abrégée consistant à tenir compte forfaitairement des effets saisonniers et de l'évaporation. Cette dernière étant estimée à 7,5, on effectue les calculs pour un débit utilisé de 87,5 et non de 80. Pour tenir compte des effets saisonniers, l'on calcule la baisse de niveau moyenne entre le 1^{er} avril et le 1^{er} décembre (plus haut et plus bas niveau); soit 53 le résultat. Les calculs sont faits pour C = 180 - 53 = 127. En fait, par mesure de facilité, on a fait les calculs pour C = 135. Telle est l'origine de la courbe 4 du graphique 3 et l'on a à comparer les courbes 3 et 4 du graphique 3, dans zone de vidange bien entendu.

Enfin, en appliquant la formule relative à la moyenne des débits supérieurs à un débit donné (voir D), il est possible de calculer les débits déversés ainsi que les débits utilisés dans les cas d'insuffisance. L'on peut ainsi procéder à une sorte de vérification des calculs et à la détermination des indices définis à la fin du paragraphe II.

Tout calcul fait, on a :

Apport = utilisation + évaporation + déversement
ou :

$$75,7 + 7 + 19,2 = 101,9 \text{ au lieu de } 100;$$

l'approximation apparente est donc inférieure à 2 %, ce qui paraît très satisfaisant.

De plus :

$$Y_1 = \frac{A}{Q} = 75,7 \%$$

$$Y_2 = \frac{A}{Q} = 94,5 \%$$

$$Y_3 = 1 - \frac{P}{Q} = 80,8 \%$$

$$N_0 = 12$$

$$N_1 = 18$$

10° RÉSULTATS D'ENSEMBLE :

Les calculs ont été faits pour quatre capacités (135, 180, 225, 270) et quatre débits d'utilisation (60, 70, 80, 90), soit au total seize cas, cette façon de faire permettant de simplifier les calculs, puisque les volumes ont été quantifiés avec pour module 45. Les résultats ont été reportés sur les graphiques 4 et 5.

On voit que la considération des graphiques conduit avec une excellente approximation à la for-

mule suivante écrite en utilisant les logarithmes décimaux :

$$\log N - \log 1,5 = 1,67 (C - 45) \left(\frac{1}{D} - \frac{1}{110} \right)$$

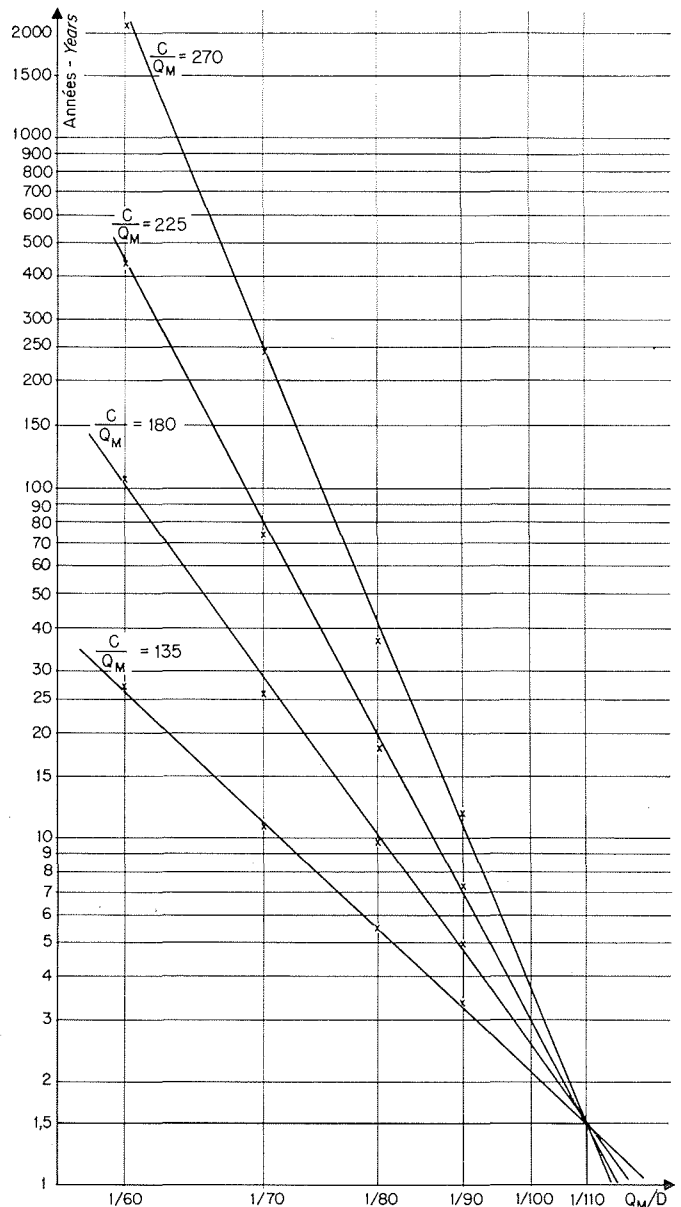
Ce résultat doit avoir un certain caractère de généralité, mais il n'a aucun sens aux limites; il n'est donc valable que pour la zone de régularisation étudiée. Son intérêt principal est de pouvoir donner lieu à des calculs économiques. Nous fixons ainsi les limites de validité.

$$100 < C < 400$$

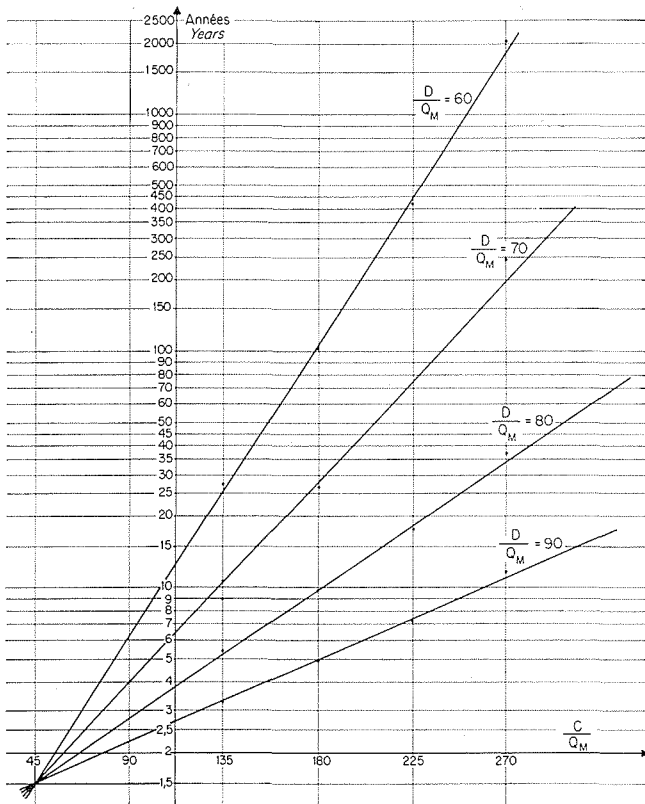
$$50 < D < 95$$

**

Au total, nous arrivons à un résultat très simple. La loi de Galton-Gibrat dépend de trois paramètres;



4/ Barrage de l'Oued Fodda. Etude de régularisation. Wadi Fodda dam. Regulation study.



5/ Barrage de l'Oued Fodda. Etude de régularisation. Wadi Fodda dam. Regulation study.

la relation écrite ci-dessus dépend (apparemment) de 4 paramètres, mais il est difficile d'en tirer des conclusions fermes.

Tel n'était d'ailleurs pas notre but à l'origine. Il était de mettre en évidence une méthode permettant de tenir compte de façon ordonnée et simple, si possible, des phénomènes nombreux et complexes intéressant la régularisation. Nous espérons l'avoir approché.

Complément

L'objet de ce complément est de déterminer les temps moyens séparant deux états du réservoir à une date donnée et, par voie de conséquence, la valeur de la tangente aux courbes du graphique $f(C, D, N) = 0$ pour N constant.

PRINCIPE :

L'explication théorique sera fournie en prenant pour exemple un réservoir où l'on distinguera trois états. Les différentes matrices envisagées seront donc de rang 3.

soit $T = \begin{vmatrix} p_1^1 & p_2^1 & p_3^1 \\ p_1^2 & p_2^2 & p_3^2 \\ p_1^3 & p_2^3 & p_3^3 \end{vmatrix}$ la matrice de passage définie dans le corps de l'article (III, 2°)

soit n_i^j le nombre d'années moyen permettant de passer de l'état i à l'état j :

soit $(N) = \begin{vmatrix} n_1^1 & n_2^1 & n_3^1 \\ n_1^2 & n_2^2 & n_3^2 \\ n_1^3 & n_2^3 & n_3^3 \end{vmatrix}$ et $(N^*) = \begin{vmatrix} 0 & n_2^1 & n_3^1 \\ n_1^2 & 0 & n_3^2 \\ n_1^3 & n_2^3 & 0 \end{vmatrix}$

Prenons d'autre part $E = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$

Partons de la position i , après un coup, on a la probabilité p_i^k d'atteindre la position k , on a donc :

$$n_i^j = \sum_{k \neq j} p_i^k (1 + n_k^j) + 1 p_i^j$$

en remarquant que $\sum p_i^k = 1$ par définition (voir III, 2°) on peut écrire :

$$n_i^j = 1 + \sum_{k \neq j} n_k^j p_i^k$$

d'où l'égalité matricielle :

$$(N) = E + (N^*) T \tag{1}$$

En multipliant les deux membres par le vecteur P (P_1, P_2, \dots) on a :

$$(N) P = EP + (N^*) TP$$

Or, $EP = E$, puisque la somme des P_i est l'unité. D'autre part, $TP = P$ ainsi qu'il a été démontré en III, 2°, donc :

$$[(N) - (N^*)] P = E$$

On retrouve ainsi le résultat intuitif $n_i^i = (1/P_i)$.

Par ailleurs, l'égalité matricielle (1) se traduit par un système linéaire de rang égal à celui de la matrice T. Sa résolution donne les n_i^j cherchés.

Enfin, revenant à un système de rang 3, considérons la valeur n_3^1 : nombre d'années moyen séparant un déversement d'une vidange. Si le réservoir avait une capacité supplémentaire de 1 m^3 , il eût été possible avec la même garantie de distribuer chaque année $(1/n_3^1) \text{ m}^3$ supplémentaire.

Cette considération donne la valeur de la tangente aux courbes $f(C, D, N) = 0$ pour une valeur donnée de N.

APPLICATION : Barrage d'Oued Fodda, $C = 180$
 $D = 80$:

$$T = \begin{vmatrix} 44 & 26 & 4 & 0 & 0 \\ 31 & 37 & 23 & 4 & 0 \\ 16 & 23 & 38 & 29 & 16 \\ 8 & 12 & 30 & 56 & 66 \\ 1 & 2 & 5 & 11 & 18 \end{vmatrix} \begin{matrix} P_1 = 0,102 = 1/9,8 \\ P_2 = 0,177 = 1/5,65 \\ P_3 = 0,282 = 1/3,55 \\ P_4 = 0,367 = 1/2,72 \\ P_5 = 0,072 = 1/13,9 \end{matrix}$$

1,000

Le système déduit de l'équation (1) se décompose en cinq systèmes de quatre équations à quatre inconnues, les cinq dernières inconnues pouvant être déterminées par simple addition. L'on a vu d'ailleurs que $n_i^i = (1/P_i)$, d'où une possibilité de vérification des calculs.

Sa solution est celle-ci :

$$(N) = \begin{vmatrix} 9,79 & 12,89 & 18,21 & 20,83 & 21,54 \\ 5,63 & 5,66 & 7,72 & 10,07 & 10,83 \\ 4,84 & 4,43 & 3,54 & 3,73 & 4,22 \\ 6,30 & 5,85 & 4,35 & 2,70 & 2,07 \\ 19,30 & 18,77 & 17,25 & 15,35 & 13,89 \end{vmatrix}$$

Le remplissage moyen dans le temps est de 77,26, soit dans l'état P_3 . On remarquera le peu d'influence apparente des crues proches du déversement. On en conclura non pas qu'elles sont inutiles, mais que l'on peut utiliser vers l'époque des basses eaux les couches hautes du réservoir, sans perte notable

d'eau pour les irrigations, pour produire de l'électricité, par exemple. Il ne faut pas perdre de vue qu'il s'agit d'états de remplissage au 1^{er} décembre de chaque année. En effet, si le barrage est à un plus haut niveau (état E₃ 135-180) tous les 13,9 ans

environ au 1^{er} décembre, à la date du 1^{er} avril (niveau des plus hautes eaux), le déversement se produit avec la probabilité 0,336, soit tous les trois ans environ, comme on l'a vu dans le texte de l'article (IV, 7).

Abstract

Relationships between reservoir capacity and use Application to Algerian wadis

by H. Roux *

An interannual reservoir with a capacity C designed to meet the overall annual demand D of a number of users is considered, and the object is to show how, by Markoff's simple chain process theory, a relationship $f(C, D, N) = 0$ can be found between capacity C , demand D and the average number of years N between two successive occasions on which demand could not be guaranteed. This relationship enables "guaranteed flow" to be calculated in terms of reservoir capacity. The method is used in designing dams on Algerian wadis for irrigation and town water supply.

Annual wadi flows allowed for are analysed statistically and their distribution is found to be as represented by the Galton-Gibrat law. Reservoir outflows are then analysed (leakage, evaporation, various uses of water, including hydro-power production and town water supplies). The last two take priority over all others, and require that a certain safety margin be guaranteed, being a certain percentage α of demand D .

Mathematical formulation of the problem is first done on a "continuous" basis, the function for the distribution of reservoir filling states then being given by a certain Fredholm integral equation of the second kind [see (3) and (3')].

As there are no analytical solutions to these equations, a "discontinuous" study is done, which assumes that only a fixed number of reservoir water levels are considered between the empty and full states. If these various intermediate states are $E_1 \dots E_r$, the matrix \bar{T} for the probability P_{ij} that a state E_i in a year $n-1$ will go over to a state E_j during the following year n is determined from the inflow probability law and the fixed reservoir management rule.

Probable reservoir contents Q_{n_i} (water levels) in year n can be considered to be the elements of a matrix \bar{P}_n with k lines and one column, \bar{P}_n being connected to \bar{P}_{n-1} by the following matricial operation:

At the probability limit, \bar{P}_n and \bar{P}_{n-1} tend towards a stationary distribution \bar{P} , which is the solution of the following equation:

$$\bar{D} = \bar{T} \bar{P}$$

This matricial equation represents a linear system of k equations with k unknowns, the solution of which gives the probable reservoir water levels, and hence the average recurrence frequency of periods during which demand D cannot be guaranteed.

A detailed numerical application is given for the case of Wadi Fodda, with remarks on how evaporation and seasonal variations from year to year were allowed for. Numerical calculation gave a very simple $f(C, D, N) = 0$ relationship for the various cases considered, as follows:

$$\log \frac{N}{N_0} = a(C - C_0) \left(\frac{1}{D} - \frac{1}{D_0} \right)$$

Constants N_0 , a , C_0 , D_0 vary in each typical case.

* Ingénieur des Ponts et Chaussées, Service des Etudes Générales et Grands Travaux Hydrauliques, Alger.

ISPAHAN (Iran)

Le pont aux 36 arches, construit au XVII^e siècle, couronne une digue anciennement équipée de vannes qui régularisait le cours du Zayandeh Roud. (Photothèque E.D.F. - G. Ehrmann.)

