

ÉTUDE DES MOUVEMENTS TRANSITOIRES DANS LES RÉSEAUX DE DISTRIBUTION D'EAU



PAR Y. LABYE *

Nous nous proposons d'exposer ici les principaux résultats de recherches qui ont fait l'objet d'une thèse, de comptes rendus et d'une note technique, effectués en collaboration avec M. le Professeur Nougaro de la Faculté des Sciences de Toulouse.

Etablissement de relations d'équivalence sur l'ensemble du réseau

En les affectant d'un indice précisant à quel point elles s'appliquent, les quantités z, Z, v, p désignent respectivement l'altitude, la charge, la vitesse, la pression.

$S(z)$ sera l'aire de la surface libre d'un réservoir lorsque son altitude est z . Par hypothèse :

$$v = p = \text{path } m = 0$$

sur cette surface libre qui vérifie donc la relation $z = Z$. Les pertes de charge à l'entrée et à la sortie du réservoir ne sont pas négligées, mais reportées sur le premier tronçon extérieur à ce réservoir. On adoptera la notation (i) pour désigner un tronçon; un tronçon $(M - M')$ est un élément sans dérivation, non muni de pompe et dont le débit Q est constant. $(M - M')$ est orienté, le sens positif étant $\overrightarrow{MM'}$. Q est positif ou négatif selon que le fluide circule dans le même sens ou dans le sens opposé au vecteur $\overrightarrow{MM'}$.

* Docteur ès Sciences, Ingénieur du Génie rural, des Eaux et Forêts, à la Section Technique Centrale des Travaux d'Hydraulique.

On considérera que les variations de niveau dans les réservoirs (en général, quelques dixièmes de millimètre par seconde) sont assez faibles pour qu'on puisse dans les équations négliger les termes d'inertie, lorsque le régime n'est pas permanent. Plus précisément on considérera que $Z_M - Z_{M'} = J_i(Q)$ fonction de i et de Q , où le temps ne figure pas de façon explicite. Avec les conventions ci-dessus, on a toujours :

$$J'_i(Q) = dJ_i(Q)/dQ > 0$$

— pour $|Q|$ assez grand,
on a :

$$J_i(Q) = J_i \times Q_2$$

avec :

$$J_i = J_i^+ > 0 \quad \text{si } Q > 0,$$

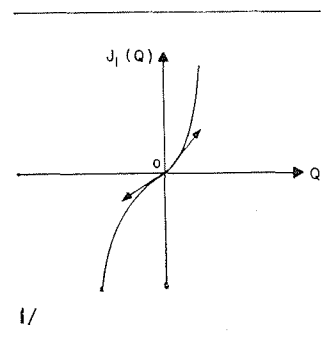
$$J_i = J_i^- < 0 \quad \text{si } Q < 0$$

— pour $|Q|$ assez petit,
on a :

$$J_i(Q) = J_i^0 \times Q$$

$$J_i^0 = J_i^{0+} > 0 \quad \text{si } Q > 0, \quad J_i^0 = J_i^{0-} > 0 \quad \text{si } Q < 0$$

(fig. 1).



$J_i(0) = 0$; $J'_i(0)$ n'est pas défini en général.

Plus généralement, un élément d'extrémités M et M' orienté positivement dans le sens $\overrightarrow{MM'}$ est dit équivalent à un tronçon si, quel que soit Q débit algébrique en M' , on a :

$$d(Z_M - Z_{M'})/dQ > 0$$

Si $(M - M')$ est un tronçon, $(M'M)$ est un tron-

con car la permutation de M' et M change $Z_M - Z_{M'}$ en $Z_{M'} - Z_M$ et Q en $-Q$.

1. Equivalence d'une pompe et d'un tronçon.

Habituellement, lorsque Q est toujours positif, la hauteur manométrique d'une pompe est $H(Q)$. Dans ce qui suit, nous imposerons à toute pompe du réseau de ne pas fonctionner en turbine et de fonctionner sur la partie stable de la caractéristique. Plus précisément on impose que $H'(Q)$ soit négatif. On a $H'(Q) < 0$ pour $Q > Q_s$ si $Q_s > 0$ et $H'(Q) < 0$ quel que soit Q positif si $Q_s < 0$, avec $H'(Q_s) = 0$. Ici où Q est algébrique nous avons :

$$\begin{aligned} \varepsilon Q > Q_s \text{ si } Q_s > 0, \quad \varepsilon Q > 0 \text{ si } Q_s < 0, \\ \varepsilon Q < Q_{\max} \text{ avec } H(Q_{\max}) = 0 \end{aligned}$$

On a $Z_M - Z_{M'} = -\varepsilon H(\varepsilon Q)$, ε étant égal à $+1$ ou -1 selon que \overrightarrow{EF} et $\overrightarrow{MM'}$ ($|MM'| = |EF|$) sont ou non de même sens, lorsque E désigne l'entrée de la pompe et F la sortie, ces deux termes ayant la signification habituelle.

Par suite :

$$d(Z_M - Z_{M'})/dQ = -\frac{dH(\varepsilon Q)}{d(\varepsilon Q)} > 0$$

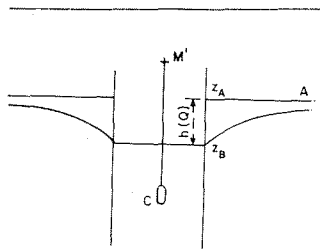
ce qui établit que la pompe est équivalente au tronçon ($M - M'$), la loi de perte de charge sur ce tronçon étant :

$$J_{MM'}(Q) = -\varepsilon H(\varepsilon Q)$$

2. Equivalence d'un tronçon terminal avec un tronçon dont la charge est $Z \equiv 0$ à une de ses extrémités.

Un tronçon réel est dit terminal si une de ses extrémités réelles se trouve dans une bêche à niveau constant ou un puits à niveau variable.

Avec les notations de la figure 2, où A est le toit de la nappe et en appelant Q le débit algébrique en M' on a :



$$\begin{aligned} z_B &= z_A - h_1(Q), \\ z_C &= z_B - h_2(Q), \\ z_C - z_{M'} &= J_{CM'}(Q) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{avec :} \\ h'_1(Q) &\geq 0, \\ h'_2(Q) &> 0, \\ J'_{CM'}(Q) &> 0 \end{aligned}$$

D'où :

$$Z_0 - Z_{M'} = h_1(Q) + h_2(Q) + J_{CM'}(Q) - z_A$$

avec :

$$Z_0 \equiv 0$$

On a donc :

$$\frac{d(Z_0 - Z_{M'})}{dQ} = h'_1(Q) + h'_2(Q) + J'_{CM'}(Q) > 0$$

Ce qui montre que l'élément situé « en aval » de M' est équivalent à un tronçon ($0 - M'$) le point 0 étant situé dans une bêche à niveau constant $z_0 = Z_0 = 0$ la loi de perte de charge sur le tronçon étant :

$$J_{0M'}(Q) = h_1(Q) + h_2(Q) + J_{CM'}(Q) - z_A$$

Le cas où le tronçon réel ($C - M'$) a son extrémité réelle C , dans une bêche à niveau constant :

$$z_A = Z_A = \text{Cte}$$

n'est qu'un cas particulier de ci-dessus, où :

$$h_1(Q) \equiv 0.$$

Il est à noter que, comme nous raisonnons algébriquement, un réservoir à niveau constant constitue une bêche à niveau constant.

3. Equivalence d'un réseau maillé, sans réservoir avec un tronçon (fig. 3).

K , qui est un nœud quelconque du réseau \mathcal{R} , est l'extrémité commune à n_K tronçons (i), l'autre extrémité de (i) étant A_i , q_K débit constant de la prise en K , Q_i débit sur (i), $n_K \geq 2$.

Nous avons :

$$Z_{A_i} - Z_K = \varepsilon_i J_i(Q_i) \tag{1}$$

et :

$$\sum_i \varepsilon_i Q_i = q_K \tag{2}$$

où $\varepsilon_i = +1$, ou -1 selon que le sens positif adopté pour (i) est $\overrightarrow{A_i K}$ ou $\overrightarrow{K A_i}$ (fig. 3).

Le débit algébrique entrant dans le réseau étant q nous avons donc :

$$\sum_i \varepsilon_i \frac{dQ_i}{dq} = 0 \tag{3}$$

S'il existe au moins un (i) tel que $dQ_i/dq \neq 0$, il existe nécessairement un autre (j) noté (j) tel que

$$-\varepsilon_j dQ_j/dq \quad \text{et} \quad \varepsilon_i dQ_i/dq$$

soient non nuls et de même signe.

$$\frac{d(Z_{A_i} - Z_K)}{dq} = \varepsilon_i J'_i(Q_i) \frac{dQ_i}{dq},$$

$$\frac{d(Z_K - Z_{A_j})}{dq} = -\varepsilon_j J'_j(Q_j) \frac{dQ_j}{dq}$$

Comme $J'_i(Q_i) > 0$, $J'_j(Q_j) > 0$:

$$\frac{d(Z_{A_i} - Z_K)}{dq} \quad \text{et} \quad \frac{d(Z_K - Z_{A_j})}{dq}$$

sont donc non nuls et de même signe.

En faisant jouer à A_j le rôle de K ci-dessus, on voit qu'il existera nécessairement un tronçon ($K - A_j$) (¹) tel que :

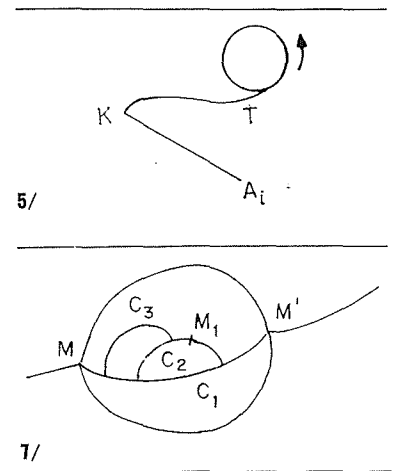
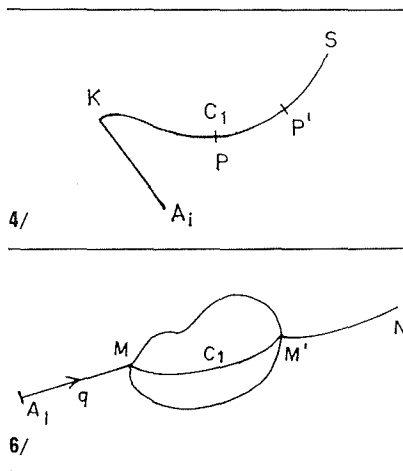
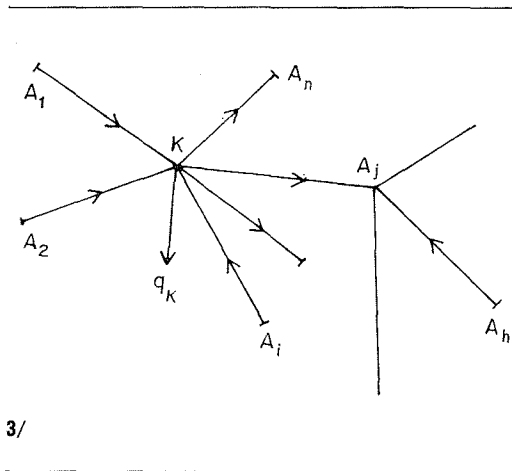
$$d(Z_{A_j} - Z_K)/dq \quad \text{et} \quad d(Z_K - Z_{A_i})/dq$$

soient non nuls et de même signe.

En poursuivant l'opération, on obtient un chemin $\widehat{A_i S}$ noté C_i ayant les propriétés suivantes (fig. 4 et 5) :

1° P et P' étant deux points quelconques tels que lorsqu'on parcourt $\widehat{A_i S}$, $\widehat{PP'}$ et $\widehat{A_i S}$ soient de même sens on a :

(¹) ($K - A_j$) ou ($A_j - K$).



$$\frac{d(Z_{A_i} - Z_K)}{dq}, \frac{d(Z_p - Z_{p'})}{dq}, \frac{d(Z_{A_i} - Z_S)}{dq}$$

sont non nuls et de même signe;

2° Le chemin C_1 peut toujours être prolongé au-delà de S, s'il existe au moins un autre tronçon ayant pour extrémités S et un point n'appartenant pas à $\widehat{A_iS}$;

3° Le chemin C_1 ne peut se refermer sur lui-même en un point T appartenant à C_1 car on aurait :

$$\left| \frac{d(Z_T - Z_T)}{dq} \right| > 0$$

lorsqu'on parcourt la boucle, alors que l'équilibre du nœud T implique :

$$\frac{d(Z_T - Z_T)}{dq} = 0$$

Considérons maintenant un réseau maillé [MM'];

en prenant $\overrightarrow{A_iM}$ pour sens positif du tronçon (A_iM) on a :

$$\varepsilon_1 = 1, \frac{d(Z_{A_i} - Z_M)}{dq} = J'_1(q) > 0$$

(fig. 6).

En faisant jouer à A_i et M, les rôles de A_i et K ci-dessus on voit que C_1 est constitué par un arc $\overrightarrow{A_iMM'N}$. En effet, en vertu du 3° ci-dessus, un nœud du réseau maillé déjà atteint ne le sera plus, ultérieurement et en vertu du 1° ci-dessus on pourra toujours prolonger C_1 tant qu'il restera un nœud du réseau. Comme le nombre de nœuds du réseau est fini et que M' est l'un d'entre eux, on arrivera nécessairement au point M' , et C_1 se prolongera ensuite jusqu'en N ($n_K = 2$ sur $M'N$). Q étant le débit algébrique sortant en M' et Q^* , qui est une constante, la somme des débits des prises entre M et M' (compris), on a $q = Q + Q^*$. Par suite,

$$d(Z_M - Z_{M'})/dQ > 0$$

ce qui établit que le réseau maillé d'extrémités M et M' est équivalent à un tronçon (M — M').

M_0 appartenant à C_1 et M_1 n'appartenant pas à C_1 , étant les extrémités d'un tronçon, on peut faire jouer à M_0 le rôle de A_i et à M_1 le rôle de K. On obtient ainsi un chemin C_2 tel que pour tout point P de ce chemin C_2 on a :

$$d(Z_M - Z_P)/dq > 0$$

En répétant l'opération, on obtiendra un troisième chemin C_3 ayant la même propriété. Puis, en continuant ainsi, on atteindra tout point P du réseau. On a donc pour tout point P du réseau :

$$d(Z_M - Z_P)/dq > 0$$

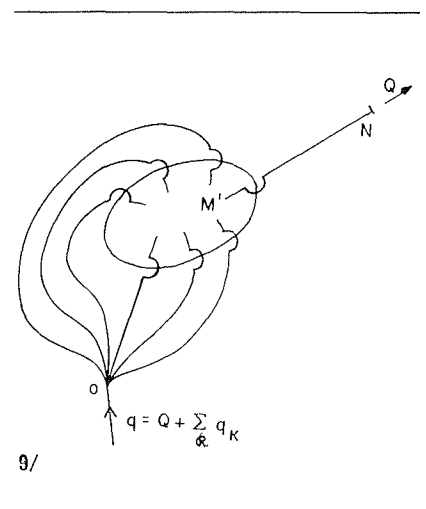
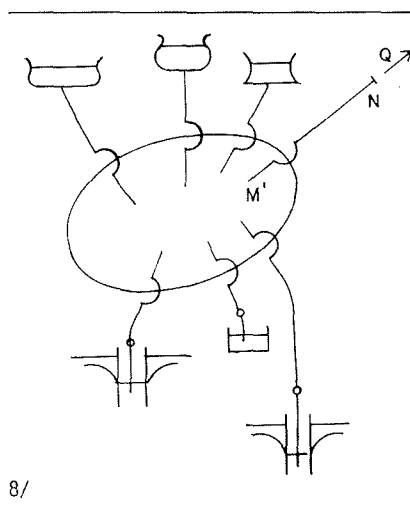
et, par suite :

$$d(Z_M - Z_P)/dQ > 0$$

4. Equivalence d'un réseau maillé quelconque, à sortie unique et sans réservoir à niveau variable avec un tronçon (fig. 8).

Chaque tronçon terminal réel est remplacé par un tronçon équivalent ayant pour extrémité commune un point 0 de charge $Z_0 = 0$; on obtient le schéma de la figure 9 où l'on fait jouer à 0 le rôle du point M ci-dessus. Par suite, Q étant le débit algébrique sortant en N du réseau on a :

$$\frac{d(-Z_N)}{dQ} > 0$$



et pour tout point P du réseau on a :

$$\frac{d(-Z_P)}{dQ} > 0$$

D'où :

$$\frac{dZ_N}{dQ} < 0, \quad \frac{dZ_P}{dQ} < 0$$

Il en résulte que le réseau est équivalent à un tronçon ou à une pompe puisant dans un bac à niveau constant :

$$z_0 = Z_0 = 0$$

la hauteur manométrique de la pompe étant :

$$H(Q) = Z_N(Q).$$

Cette pompe travaille sur la partie stable de sa caractéristique, puisque :

$$H'(Q) = \frac{dZ_N(Q)}{dQ} < 0$$

La relation $(dZ_P/dQ) < 0$ montre qu'à une valeur de Q correspond une valeur de Z_P et une seule valeur de Z_N . Par suite P et P' étant les extrémités d'un tronçon (P — P') à une valeur de Q correspond une seule valeur de $(Z_P - Z_{P'})$. $Q_{PP'}$ étant le débit sur (P — P'),

$$Z_P - Z_{P'} = J_{PP'}(Q_{PP'})$$

Comme :

$$\frac{dJ_{PP'}(Q_{PP'})}{dQ_{PP'}} > 0$$

à une valeur de Q correspond une seule valeur de $Q_{PP'}$. La réciproque n'est manifestement pas vraie. Un contre-exemple très simple est fourni par le réseau de la figure 10 où ABCD est un losange AB, BC, CD, DA, BD portant le même diamètre.

Quel que soit q, le débit entrant en A on a $Z_B = Z_D$ et par suite $Q_{BD} = 0$. Donc à la valeur $Q_{BD} = 0$ correspond non une seule, mais une infinité de valeurs de Q. Il est facile de montrer que cette circonstance peut se rencontrer dans bien d'autres cas.

Considérons le réseau à l'aval du point M'; nous disposons du système des équations (2), et (4) ci-dessous.

$$\sum_i \alpha_i Q_i = q_K \quad (2)$$

et :

$$\sum_{(M)} \alpha'_i J_i(Q_i) = Q, \quad (4)$$

équation d'équilibre des charges pour chaque maille où $\alpha'_i = +1$ ou -1 , selon que le sens de parcours

sur la maille est le même ou opposé au sens d'orientation du tronçon (i).

Le système (2, 4), comporte $n - 1$ équations indépendantes, s'il y a n variables Q_i puisqu'on sait que si l'on se fixe Q, qui est un Q_i , débit sortant, les autres Q_i sont déterminés.

On associe au système (2, 4) le système (5, 6)

$$\sum \alpha_i dQ_i/dQ \quad (5)$$

$$\sum_{(M)} \alpha'_i J'_i(Q_i) \frac{dQ_i}{dQ} \quad (6)$$

qui comporte $n - 1$ équations et $(n - 1)$ inconnues car $(dQ_i/dQ) = 1$ pour $Q_i \equiv Q$.

Le déterminant des inconnues du système (5-6) ne peut être nul; sinon, on serait en contradiction avec le fait que la correspondance $Q \rightarrow Q_i$ est univoque. Il est donc loisible de résoudre ce système et d'obtenir, pour tout i, $(dQ_i/dQ) = F_i(J'_j(Q_j))$, cette écriture symbolique exprimant que dQ_i/dQ est une fonction de :

$$J'_1(Q_1), J'_2(Q_2), \dots, J'_i(Q_i), \dots, J'_j(Q_j), \dots, J'_n(Q_n)$$

Par suite sur un chemin quelconque C joignant 0 à N, on a :

$$Z_N = - \sum_C \alpha_i J_i(Q_i) \quad (7)$$

$$\frac{dZ_N}{dQ} = - \sum_C \alpha_i J'_i(Q_i) \frac{dQ_i}{dQ} = - \sum_C \alpha_i J'_i(Q_i) F_i[J'_j(Q_j)] \quad (8)$$

Les équations 7 et 8 permettent d'expliciter :

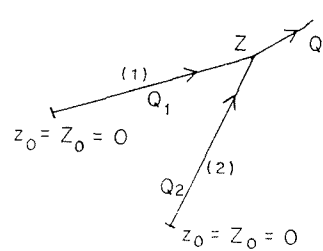
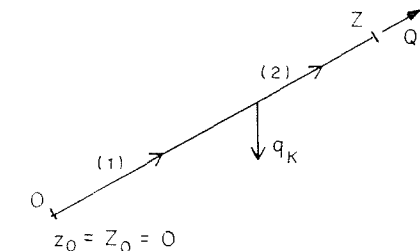
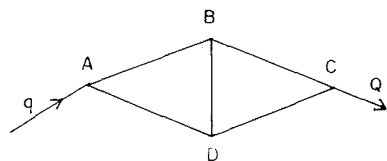
$$Z_N(Q) \quad \text{et} \quad dZ_N(Q)/dQ,$$

les valeurs $Q_i(0)$ correspondant à $Q = Q_0$ étant données en utilisant par exemple la méthode Hardy-Cross, qui peut être utilisée avec des lois $J_i(Q)$ quelconques et des débits algébriques. Tout ceci est évidemment vrai pour un sous-réseau tel que (M — M').

Un élément non maillé constitué de tronçons en série, muni de prise de débit « q_K », correspond au cas où $n_K = 2$; il est par suite équivalent à un tronçon.

La détermination d'un réseau ramifié constitué d'éléments équivalents à des tronçons, ou de simples tronçons réels est particulièrement simple. On remplace tout d'abord les éléments terminaux par leurs équivalents puisant dans un bac à niveau constant.

1 étant terminal et 2 en série avec 1, (1 + 2) est équivalent à un terminal puisant dans un bac où $z_0 = Z_0 = 0$ (fig. 11).



$$-Z = J(Q) = J_1(Q + q_K) + J_2(Q)$$

et :

$$J'(Q) = J'_1(Q + q_K) + J'_2(Q)$$

1 et 2 étant terminaux et en dérivation, on a :

$$-Z = J(Q) = J_1(Q_1) = J_2(Q_2); \quad Q = Q_1 + Q_2$$

Si $Q_r^{(-1)}(J_r)$ désigne la fonction inverse de $J_r(Q_r)$ on a :

$$Q^{(-1)}(J) = \sum_{r=1}^{r=2} Q_r^{(-1)}(J_r)$$

et :

$$J'(Q) = \frac{J'_1(Q_1) \cdot J'_2(Q_2)}{J'_1(Q_1) + J'_2(Q_2)}$$

D'où :

$$\frac{1}{J'(Q)} = \frac{1}{J'_1(Q_1)} + \frac{1}{J'_2(Q_2)}$$

Donc, dans les deux cas, (1 + 2) est équivalent à un terminal dont une extrémité a pour charge $z_0 = Z_0 = 0$. Une succession d'additions de ce type permet de remplacer tout le réseau par un tronçon équivalent parfaitement déterminé. C'est en somme une explication de la méthode dite des conduites équivalentes avec des lois de pertes de charge quelconques.

En revenant au cas général, on voit que la hauteur manométrique $H(Q)$ de la pompe équivalente à tout le réseau à « l'aval » de N est donnée par l'expression ci-dessous, valable pour des valeurs de Q éventuellement négatives.

$$H(Q) = -Z_N(Q) = -\sum_0 \alpha_i J_i(Q_i)$$

L'ensemble des valeurs de Q où $H(Q)$ est défini, est limité par les bornes inférieures Z_p des valeurs de Z_p en tout point P du réseau, et éventuellement les bornes supérieures Z_p . Comme les équations (7) permettent d'explicitier les $Q_i(Q)$ il est loisible de calculer $Z_p(Q)$. On a en appelant (OP) un chemin quelconque joignant 0 à P, $Z_p = -\sum_{(OP)} \alpha_i J_i(Q_i)$.

De plus les valeurs $J_i(Q_i)$ sont bornées puisque Q_i est bornée par $Q_i(\max)$ et 0 ou $Q_i(S)$ lorsque le tronçon (i) est constitué par une pompe.

Enfin, sur un tronçon réel, on se fixe toujours des bornes de vitesses inférieure et supérieure pour les canalisations de ce tronçon, ce qui donne des bornes pour $|Q_i|$.

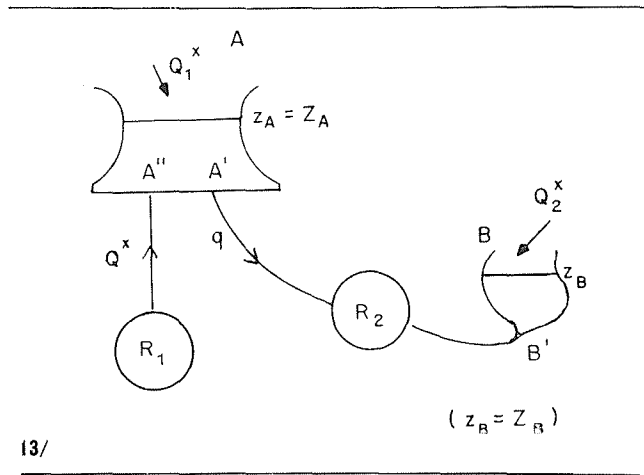
Il en résulte que le domaine de validité de $H(Q)$ est parfaitement déterminé.

On a :

$$H'(Q) = \frac{dZ(Q)}{dQ} = -\sum_0 \alpha_i J'_i(Q_i) F_i [J'_j(Q_j)]$$

Comme les fonctions $J_j(Q_j)$ sont discontinues pour $Q_j = 0$, ces valeurs donnent les points de discontinuité de $H'(Q)$.

Lorsqu'on fait varier Q, on risque d'être stoppé par suite d'atteinte d'une des bornes ci-dessus. On continue alors en faisant abstraction des bornes; pour les bornes de vitesse et de Z, ceci ne crée aucune difficulté; lorsqu'il s'agit de tronçons réels, le fait que $J_i(Q)$ est défini sur le segment $(-\infty, +\infty)$ ne crée pas non plus de difficulté. Pour un



13/

tronçon (i) équivalent à une pompe, il suffit de prolonger $H_i(Q)$ hors de son domaine de validité par une fonction $H^*_i(Q)$, s'identifiant à $H_i(Q)$ sur ce domaine, $H^*_i(Q)$ étant valable sur le segment $(-\infty, +\infty)$ et vérifiant, quel que soit Q, $H^*_i(Q) < 0$. Ceci est nécessaire, car $H(Q)$ n'étant pas forcément d'un seul tenant, on ne saurait pas à partir de quelle autre valeur de Q, elle reprend. On a ainsi une fonction $H^*(Q)$ définie sur le segment $(-\infty, +\infty)$, vérifiant la relation $H^*(Q) < 0$. Il est loisible de vérifier pour quels intervalles, $H^*(Q)$ vérifie les contraintes ci-dessus imposées à $H(Q)$, la restriction de $H^*(Q)$ à ses intervalles donne alors $H(Q)$. Notons que rien ne s'oppose à ce que l'on change a priori les fonctions $J_i(Q)$ lorsqu'une des bornes ci-dessus est atteinte. Ceci correspond pratiquement à mettre en marche d'autres groupes ou à en arrêter certains, à l'ouverture ou la fermeture de vannes, lorsqu'une telle circonstance, ou une circonstance d'ailleurs quelconque, mais définie, se rencontre.

Etude du régime transitoire dans le cas d'un réseau comportant deux réservoirs

Le réseau est conforme aux schémas de la figure 13. Q^*_1 et Q^*_2 sont des constantes, R_1 est un réseau quelconque, mais sans réservoir à niveau variable; R_2 est quelconque, mais sans pompe terminale et sans réservoir. R_1 et R_2 ne peuvent avoir en commun qu'au plus un seul point, qui est A', alors confondu avec A''.

Sous réserve de ces seules restrictions, R_1 et R_2 sont absolument quelconques (maillés ou ramifiés, maillés sur lesquels se branchent des réseaux ramifiés, munis de pompes de reprises intérieures, etc.). Q_n est la somme des débits des prises de R_2 .

On substitue à R_1 la pompe équivalente de hauteur manométrique $H(Q^*)$, à R_2 un diaphragme dissymétrique ayant pour loi de perte de charge $J(q)$ (ou le tronçon équivalent).

Les discontinuités de $H'(Q^*)$ et $J'(q)$ étant de mesure nulle sont sans effet, il suffit de diviser l'ensemble de variations des deux variables q et Q^* en domaines limités par des rectangles à l'intérieur desquels les fonctions considérées sont continues. En un point M_0 , où une fonction $f(M)$ n'est pas

définie, il arrivera qu'on écrive $f(M_0)$, ce symbole signifiant qu'il s'agit de la limite à droite ou de la limite à gauche de $f(M)$ selon le domaine où l'on opère.

En général la fonction $H(Q^*)$ est définie hors du domaine où $H'(Q^*) < 0$. Nous nous limiterons au cas où $H'(Q^*) = 0$ a une seule racine Q^*_m , le format et le temps d'exposition réservé à la présente note ne permettant pas d'agir différemment. Le cas où $H(Q^*)$ est une fonction quelconque est traité dans les ouvrages cités en bibliographie. D'ailleurs ce cas général peut être traité entièrement à partir des mouvements-types ci-dessous.

1. Equations générales du mouvement.

On dispose des relations suivantes lorsque $Q^*_1 = Q^*_2 = 0$.

$$Z_A - Z_B = J(q) \tag{1}$$

$$\frac{d(Z_A - Z_B)}{dq} = J'(q) > 0 \tag{2}$$

$$\frac{dZ_A}{dt} = \frac{Q^* - q}{S_A} \tag{3}$$

$$\frac{dZ_B}{dt} = \frac{q - Q_n}{S_B} \tag{4}$$

$$Z_A = H(Q^*) \tag{5}$$

On a en outre :

$$S_A = S_A(Z_A) = S_A[H(Q^*)] = S_A(Q^*)$$

$$S_B = S_B(Z_B) = S_B[H(Q^*) - J(q)] = S_B(q, Q^*)$$

On en déduit le système différentiel (6-7-8) :

$$\frac{dq}{dt} = \frac{S_B Q^* - (S_A + S_B)q + S_A Q_n}{S_A S_B J'(q)} \tag{6}$$

$$\frac{dQ^*}{dq} = \frac{Q^* - q}{S_A H'(Q^*)} \tag{7}$$

$$\frac{dQ^*}{dt} = \frac{S_B(Q^* - q) J'(q)}{[S_B Q^* - (S_A + S_B)q + S_A Q_n] H'(Q^*)} \tag{8}$$

Sauf dans le cas où une stipulation spéciale entraînerait le contraire, on se limitera au cas où chacune des fonctions d'une seule variable

$$S_A(Z_A), S_B(Z_B), J'(q), H'(Q^*)$$

vérifie par rapport à cette variable une condition de Lipschitz.

Si les réservoirs A et B reçoivent en outre par le haut des débits respectivement égaux à Q^*_1 et Q^*_2 , on posera :

$$q' = q - Q^*_1, \quad Q_n^0 = Q_n - (Q^*_1 + Q^*_2),$$

et on sera ramené au système (6-7-8), à ceci près que q' sera substitué à q et Q_n^0 éventuellement négatif à Q_n (on se limitera à $Q_n^0 > 0$).

2. Détermination des mouvements-types lorsque $S_A(Z_A), S_B(Z_B)$ sont finies, non nulles et continues pour Z_A et Z_B finis.

On se place en outre dans le cas où $H''(Q^*)$ est finie, non nulle et continue pour $Q^* = Q^*_m$. Avec

ces hypothèses, le système (6-7-8) vérifie les conditions dites de Cauchy-Lipschitz, sauf aux points

$$\alpha (q = Q^* = Q^*_m) \quad \text{et} \quad \gamma (q = Q^* = Q_n)$$

qui sont des points singuliers.

Tout point (q, Q^*) situé à distance finie est atteint au bout d'un temps t fini, sauf γ atteint par $t = +\infty$. Par tout point situé à distance finie, différent de α et γ passe une et une seule solution de (6-7-8). La courbe C_1 d'équation

$$S_B Q^* - (S_A + S_B)q + S_A Q_n = 0,$$

la droite Δ_2 , d'équation

$$Q^* - q = 0$$

et la droite Δ_3 d'équation $Q^* = Q^*_m$, partagent le plan (q, Q^*) en régions \mathcal{R} où les signes de dq/dt ; dQ^*/dt ; dQ^*/dq sont parfaitement déterminés. En dehors des points α et γ on a, le long de C_1 et Δ_3 : $|dQ^*/dQ| = +\infty$, le long de Δ_2 , $(dQ^*/dq) = 0$.

La courbe C_1 , dont la tangente à γ a pour coefficient angulaire :

$$\left(\frac{S_A + S_B}{S_B} \right)_\gamma$$

est toujours comprise dans l'angle aigu formé par Δ_2 et Δ_4 , droite d'équation $q = Q_n$. Car pour tout point de C_1 :

$$q = \frac{S_B Q^* + S_A Q_n}{S_A + S_B}$$

compris entre Q^* et Q_n . C_1 coupe l'axe $0q$ pour :

$$0 \leq q < \frac{S_A Q_n}{S_A + S_B} < Q_n$$

et l'axe $0Q^*$ pour :

$$Q^* = - \frac{S_A}{S_B} Q_n \leq 0$$

Il y a six mouvements types :

1° $H''(Q^*_m) < 0$:

- Π_{A_1} si $Q^*_m < Q_n$,
- Π_{A_2} si $Q^*_m > Q_n$,
- Π_{A_3} si $Q^*_m = Q_n$;

2° $H''(Q^*_m) > 0$:

- Π'_{A_1} si $Q^*_m < Q_n$,
- Π'_{A_2} si $Q^*_m > Q_n$,
- Π'_{A_3} si $Q^*_m = Q_n$.

(Mêmes notations que pour la thèse citée en bibliographie.)

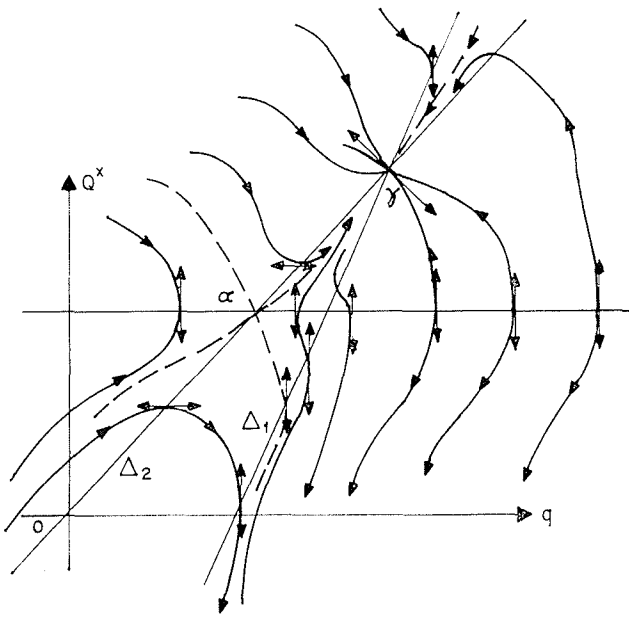
a) Cas où $Q^*_m \neq Q_n$.

L'étude du point singulier α montre que si l'on pose :

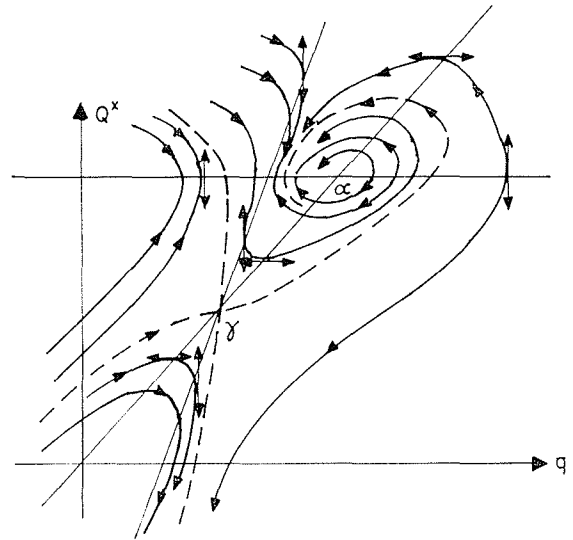
$$m = S_B \frac{J'(Q^*_m)}{S_A(Q_n - Q^*_m) H''(Q^*_m)}$$

l'équation donnant les coefficients angulaires a_1 et a_2 des tangentes au point α est :

$$a^2 - ma + m = 0$$



14/ Mouvement II A₁.
Mouvement II A₁.



15/ Mouvement II A₂ m < 4.
Mouvement II A₂ m < 4.

si $m < 0$, α est un col, $a_2 < 0 < a_1 < 1$;
 si $0 < m < 4$, α est un foyer;
 si $m = 4$, α est un nœud, $a_2 = a_1 = 2$;
 si $m > 4$, α est un nœud, $1 < a_2 < a_1$.

Les valeurs de Z_A et Z_B étant égales à :

$$Z_A(Q^*_m), \quad Z_B(Q^*_m, Q^*_m)$$

ce qui fournit les valeurs de $S_A(\alpha)$, $S_B(\alpha)$ donnant m :

L'étude de γ montre que si l'on pose :

$$n = \frac{S_B J'(Q_n)}{(S_A + S_B) H'(Q_n)}$$

et :

$$b = \frac{S_B}{S_A + S_B}$$

l'équation donnant les coefficients angulaires a' des tangentes au point γ est :

$$ba'^2 - (n + 1)a' + n = 0$$

si $n < 0$, γ est un nœud,

$$a'_2 < 0 < 1 < a'_1 < \frac{1}{b}$$

si $n > 0$, γ est un col,

$$0 < a'_2 < \frac{1}{b} < a'_1$$

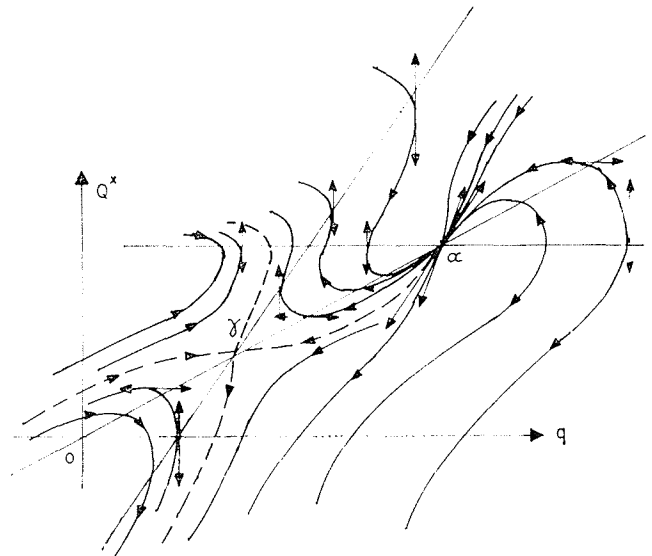
$$Z_A = Z_A(Q_n), \quad Z_B = Z_B(Q_n, Q_n)$$

d'où les valeurs $S_{A\gamma}$, $S_{B\gamma}$ donnant n et b .

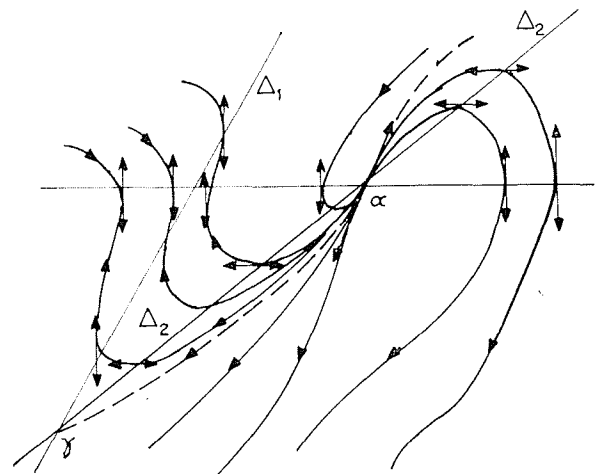
Il faut remarquer que m et n sont de même signe.

Les figures 14-15-16-17 donnent les diagrammes des mouvements II_{A1} et II_{A2}.

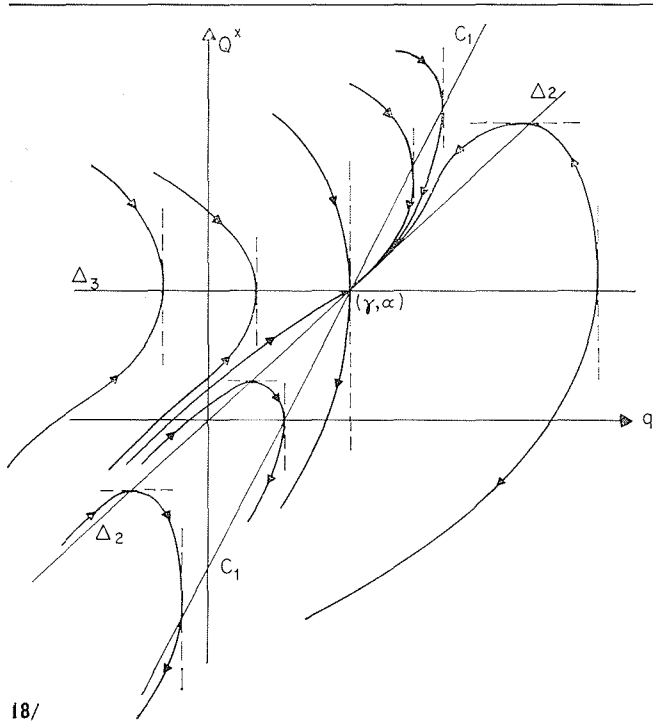
Les mouvements II' se déduisent de II en changeant les signes de dQ^*/dq et de dQ^*/dt dans chaque région \mathcal{R} .



16/ Mouvement II A₂ m > 4.
Mouvement II A₂ m > 4.



17/ Mouvement II A₂ m = 4. Détail de a.
Mouvement II A₂ m = 4. Detail of a.



18/

b) Cas où $Q_m^* = Q_n$.

Les singularités α et γ sont confondues; si l'on pose :

$$q - Q_n = x, \quad Q^* - Q_n = y,$$

on est ramené à l'étude à l'origine de l'équation :

$$\frac{dy}{dx} = \frac{K(y-x) + f(x,y)}{(x-by)y + g(x,y)}$$

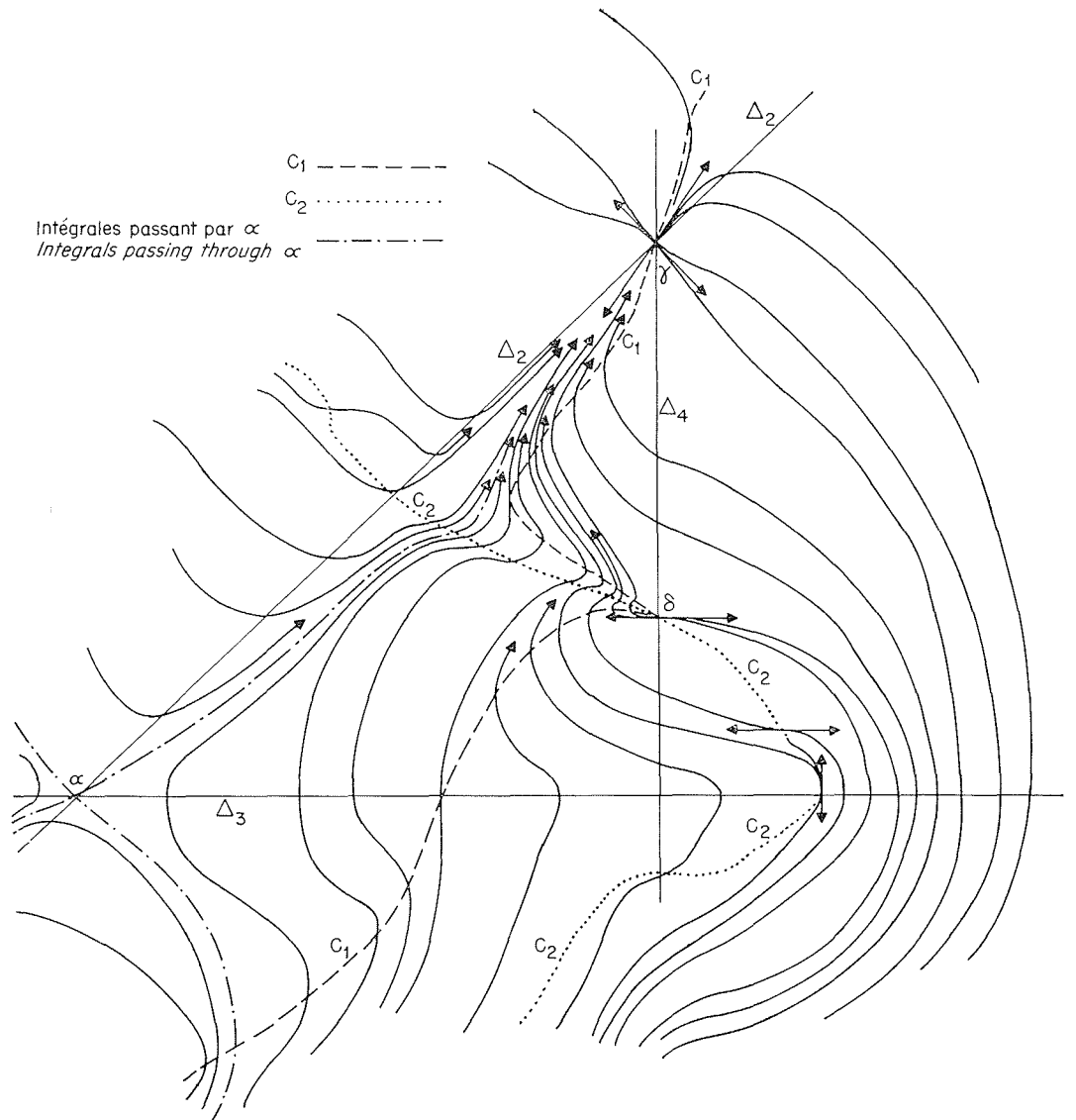
où f et g sont continues, vérifient une condition de Lipschitz au voisinage de l'origine et où :

$$b = 0 (|x| + |y|), \quad g = 0 (|x| + |y|)$$

Comme $(x-by)y$ vérifie ces conditions, on a affaire à une singularité d'un type spécial.

Il y a un faisceau d'intégrales tangentes à Δ_2 au point (α, γ) et un faisceau d'intégrales tangentes à $\Delta_4 : q = Q_n$. Si les fonctions f et g sont analytiques, les deux faisceaux sont réduits chacun à une courbe unique, sauf la partie du faisceau tangent à Δ_2 et appartenant au demi-plan $Q^* > Q_n$.

La figure 18 donne le diagramme du mouvement.



19/Exemple de mouvement II A, lorsque $S_B = 0 (|x| + |y|)$ (γ est ici un nœud).
Example of movement II A, for $S_B = 0 (|x| + |y|)$ (here, γ is a node).

c) *Points à l'infini.*

L'étude des points à l'infini a été faite dans le cas où S_B/S_A tend vers une limite finie lorsque Q^* et q tendent vers l'infini et que $M(Q^*)$ peut être assimilée à un polynôme du second degré en Q^* lorsque $|Q^*|$ est assez grand.

On a alors :

$$H(Q^*) \approx A Q^{*2} \quad \text{et} \quad J(q) \sim J q^2$$

pour $|Q^*|$ et $|q|$ assez grands.

Dans le cas II_A , on voit facilement qu'il y a quatre asymptotes dont les coefficients angulaires vérifient la relation :

$$bA\eta_0^3 - A\eta_0^2 - Jb\eta_0 + Jb = 0$$

Il y a deux équations en réalité, la première correspondant à $J = J^+ > 0$ pour le demi-plan $q > 0$, la seconde à $J = J^- < 0$ pour le demi-plan $q < 0$.

On a :

$$\eta_{01} < 0 < \eta_{02} < 1 < \eta_{04} < 1/b < \eta_{03}$$

Les points à l'infini du demi-plan $q < 0$ sont des nœuds, le point à l'infini dans le demi-plan $q > 0$ est un col.

3. Etude lorsque les conditions ci-dessus ne sont pas réalisées.

Il n'est pas possible de donner ici, faute de place, même un aperçu de cette étude (voir bibliographie). Nous nous bornerons à titre indicatif de donner un exemple (fig. 19) de diagramme relatif au cas où $S_B(Z_B)$ s'annule (dans cette figure, C_2 est la courbe

$$S_B(q, Q^*) = 0).$$

Cas où les deux réservoirs sont alimentés par le haut

Le schéma d'alimentation correspond à la figure 20.

On posera :

$$Q^0 = Q_n - Q_{*2}$$

Nous prendrons pour variables Z_A et Z_B .

On a :

$$Z_A - Z_B = J(q) \tag{1}$$

$$\frac{d(Z_A - Z_B)}{dq} = J'(q) > 0 \tag{2}$$

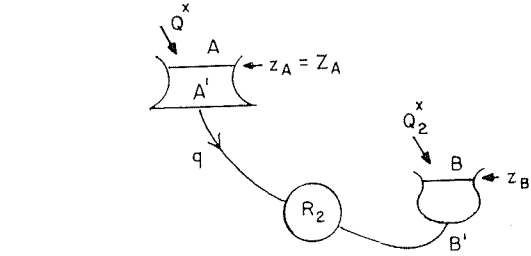
Comme $J'(q) > 0$ la fonction $q(J)$ a une dérivée $q'(J)$ bornée en module sur l'ensemble :

$$-\infty \leq J \leq +\infty.$$

L'équation de continuité s'exprime par les relations (3), (4), où t exprime le temps :

$$\frac{dZ_A}{dt} = \frac{Q^* - q(Z_A - Z_B)}{S_A(Z_A)} \tag{3}$$

$$\frac{dZ_B}{dt} = \frac{q(Z_A - Z_B) - Q^0}{S_B(Z_B)} \tag{4}$$



20/

auxquelles on associe la relation :

$$\frac{dZ_A}{dZ_B} = \frac{S_B(Z_B) [Q^* - q(Z_A - Z_B)]}{S_A(Z_A) [q(Z_A - Z_B) - Q^0]}$$

Nous nous bornerons ici au cas où $S_A(Z_A)$ et $S_B(Z_B)$ sont continues et finies lorsque Z_A et Z_B sont finis.

Avec en plus :

$$S_A(Z_A) \neq 0, \quad S_B(Z_B) \neq 0$$

Comme $q'(J) > 0$ les conditions de Cauchy Lipschitz sont vérifiées. Il n'y a pas pour le système (3-4) de singularité à distance finie. Tout point à distance finie est atteint au bout d'un temps t fini ainsi que le montre le système (3-4) qui donne aussi :

$$dt = \frac{S_A S_B J'(q) dq}{S_B Q^* - (S_A + S_B) q + S_A Q^0} \tag{5}$$

Ce qui montre que dq/dt a le signe de :

$$S_B Q^* - (S_A + S_B) q + S_A Q^0$$

Les droites $q = Cte$ correspondent aux droites $Z_A - Z_B = Cte$ dans le diagramme (Z_A, Z_B) .

La courbe C d'équation :

$$S_B Q^* - (S_A + S_B) q + S_A Q^0 = 0$$

est comprise dans la bande formée par les droites :

$$(Z_A - Z_B)_{Q^0} \quad \text{et} \quad (Z_A - Z_B)_{Q^*}$$

Il n'y a lieu de considérer que les branches de C où :

$$S_B Q^* - (S_A + S_B) q + S_A Q^0$$

s'annule en changeant de signe, que nous désignons encore par « courbe C ».

Si l'on désigne par M un point de C, où la tangente à cette courbe a un coefficient angulaire égal à 1 et par P un point quelconque de C ne possédant pas cette propriété, on a :

L'intégrale passant par un point P traverse la courbe C en ce point et dq/dt change de signe lorsque l'on franchit C en suivant cette intégrale (2).

Les points M ont la curieuse propriété de se trouver sur une courbe qui dépend des fonctions :

$$S_A(Z_A) \quad \text{et} \quad S_B(Z_B),$$

(2) M est le point d'inflexion pour C et l'intégrale, (dq/dt ne change pas de signe).

mais qui est indépendante de Q^* , Q^0 , $J(q)$ et par suite du réseau R_2 situé entre A' et B' .

En effet, sur C , on a :

$$S_B Q^* - (S_A + S_B) q + S_A Q^0 = 0$$

où q est une fonction $q(J)$ de $J = (Z_A - Z_B)$. On désignera par q' la quantité dq/dJ et par S'_A et S'_B les quantités respectivement égales à :

$$\frac{dS_A(Z_A)}{dZ_A} \quad \text{et} \quad \frac{dS_B(Z_B)}{dZ_B}$$

Pour tout point de C , on a, en remarquant que :

$$\frac{\partial J}{\partial Z_A} = 1, \quad \frac{\partial J}{\partial Z_B} = -1$$

$$\frac{dZ_A}{dZ_B} = \frac{S'_A q + (S_A + S_B) q' - S'_A Q^0}{S'_B Q^* - S'_B q + (S_A + S_B) q'}$$

Par suite, en tout point M de C , où $(dZ_A/dZ_B) = 1$, on a :

$$S'_B Q^* - (S'_A + S'_B) q + S'_A Q^0 = 0$$

et par suite :

$$q = \frac{S_B Q^* + S_A Q^0}{S_A + S_B} = \frac{S'_B Q^* + S'_A Q^0}{S'_A + S'_B} \quad (6)$$

qui montre que les points M de C se trouvent sur la courbe Ω d'équation :

$$\frac{S_B Q^* + S_A Q^0}{S_A + S_B} = \frac{S'_B Q^* + S'_A Q^0}{S'_A + S'_B}$$

qui s'écrit aussi :

$$(S_A S'_B - S_B S'_A) (Q^* - Q^0) = 0$$

Si l'on exclut le cas banal où $Q^* = Q^0$, on voit que les points se trouvent nécessairement sur la courbe Γ d'équation

$$\frac{S'_A}{S_A} = \frac{S'_B}{S_B} \quad (7)$$

qui ne dépend que des fonctions :

$$S_A(Z_A) \quad \text{et} \quad S_B(Z_B)$$

Réciproquement, un point N situé à l'intersection de Γ et de C est nécessairement un point M , sauf dans le cas particulier où la loi de perte de charge $J(q)$ vérifie pour les coordonnées de N la relation :

$$S'_B (Q^* - q) + (S_A + S_B) q' = 0$$

qui définit une courbe Γ' . Il y a évidemment une probabilité nulle pour que C , Γ et Γ' se coupent en un même point (N est point multiple de C).

Plaçons-nous dans le cas où :

$$\frac{S_B(Z_B) \cdot Q^* + S_A(Z_A) Q^0}{S_A(Z_A) + S_B(Z_B)}$$

considérée comme fonction des deux variables indépendantes Z_A et Z_B tend vers une limite q_L .

lorsque Z_A et Z_B tendent tous deux vers l'infini, à l'intérieur de la bande Δ, Δ' .

En tout point de la courbe C , on a :

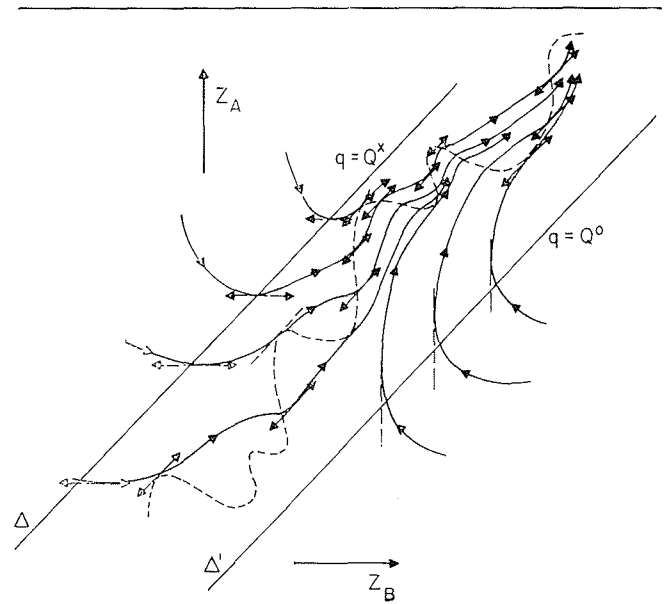
$$q = \frac{S_B Q^* + S_A Q^0}{S_A + S_B}$$

Par suite C est asymptote à la droite $q = q_L$.

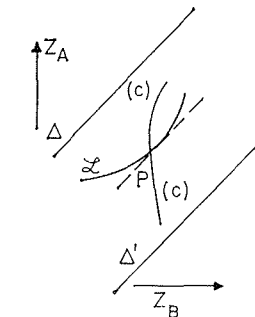
Donc, sur la courbe C , $[(dZ_A/dZ_B) - 1]$ conserve un signe constant au-delà d'un point assez éloigné de l'origine. Comme une intégrale \mathcal{L} de l'équation différentielle ne peut couper C qu'en un point où $(dZ_A/dZ_B) = 1$, \mathcal{L} ne coupera plus la courbe C à partir d'un point de cette intégrale assez éloignée de l'origine. Comme entre deux points successifs d'une intégrale \mathcal{L} , intersections de \mathcal{L} et de C , \mathcal{L} varie de façon monotone, qu'à l'intérieur de la bande Δ, Δ' , q est borné, et qu'on reste dans cette bande lorsqu'on y a pénétré, sur une intégrale \mathcal{L} , toute intégrale \mathcal{L} a nécessairement pour asymptote une droite $q = a$, où a peut varier avec \mathcal{L} .

Lorsque $S_A(Z_A)$ et $S_B(Z_B)$ tendent chacune vers une limite finie, toutes les intégrales \mathcal{L} sont asymptotes à la droite $q = q_L$.

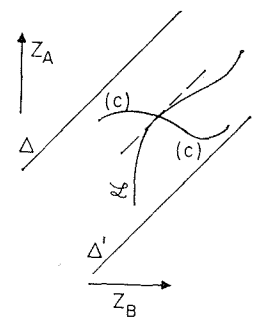
Enfin, si, sur la courbe C , q ne tend vers aucune limite, \mathcal{L} peut avoir éventuellement une asymptote, mais le plus souvent, q ne tend vers aucune limite sur \mathcal{L} .



21/



22/



23/

Les figures 21 à 23 illustrent tout ceci. La figure 21 donne le diagramme lorsque $Q^* > Q^0$. Le diagramme relatif au cas où $Q^* < Q^0$ s'obtient en permutant les lettres Q^* et Q^0 d'une part, Z_A et Z_B d'autre part sur cette figure 21.

Pour les cas plus complexes, voir la bibliographie en annexe.

Etude du régime transitoire dans un réseau absolument quelconque

Il est loisible à un instant t donné, de calculer les débits sur chacun des tronçons à l'aide de la méthode Hardy-Cross, puis d'en déduire la variation de niveau des réservoirs et de poursuivre de la même façon le calcul.

On peut aussi procéder de la façon suivante, en considérant qu'à un instant t fixé, tout se passe comme si les réservoirs R_j , à niveaux variables, se comportaient comme un réservoir à niveau fixé égal à $Z_j(t)$.

On peut donc en appelant A_j l'extrémité « amont » du tronçon réel alimentant ce réservoir, réunir ce point au point commun 0 des extrémités terminales tel que $Z_0 \equiv z_0 \equiv 0$.

On a pour chaque nœud K la relation suivante :

$$\sum_{(K)} \alpha_i Q_i = q_K$$

et chaque maille \mathcal{M} :

$$\sum_{(M)} \alpha'_i J'_i(Q_i) = 0$$

avec $-q_K$ égal à la somme des débits des prises du réseau lorsque K est le point 0.

Les q_K peuvent d'ailleurs varier avec le temps.

On a donc le système (1) :

$$\sum_{(K)} \alpha_i \frac{dQ_i}{dt} = \frac{dq_K}{dt}, \quad \sum_{(M)} \alpha'_i J'_i(Q_i) \frac{dQ_i}{dt} = 0$$

avec, lorsque sur une maille, (i) est un élément ($A_j - 0$), la relation :

$$J'_j(Q_j) \frac{dQ_i}{dt} = - \frac{Q_j}{S_j(Z_j)} \quad (2)$$

On a par ailleurs :

$$dZ_j = - \frac{Q_j}{S_j(Z_j)} dt \quad (2)$$

La connaissance des $Q_i(t)$ permet d'obtenir les dQ_i/dt à l'aide du système (1) et par suite :

$$Q_i(t + \delta t) = Q_i(t) + \frac{dQ_i}{dt} \delta t \quad (3)$$

On a :

$$Z_j(t + \delta t) = Z_j(t) - \frac{Q_j(t)}{S_j(Z_j)} \delta t \quad (4)$$

Par suite ayant les Z_{j_0} on calcule à l'aide de la méthode Hardy-Cross les valeurs de $Q_{i_0}(t=0)$. Les relations (3) et (4) donnent alors $Q_i(t_1)$ puis $Q_i(t_2) \dots Q_i(t_n)$ etc., et $Z_j(t_1), Z_j(t_2), \dots Z_j(t_n)$, ce qui donne en définitive $Q_i(t)$ et $Z_j(t)$ quel que soit t .

Bibliographie

- G. VALIRON. — Cours d'Analyse Mathématique. Masson, Paris, 1950.
- Y. LABYE et J. NOUGARO. — Contribution à l'étude des réseaux maillés. *Le Génie Civil*, 1965.
- Y. LABYE et J. NOUGARO. — Etude des mouvements transitoires dans les réseaux de distribution d'eau sous pression. *Bulletin Technique du Génie Rural*, mars 1966.
- Y. LABYE. — Thèse de doctorat : Etude des mouvements transitoires dans les réseaux comportant des réservoirs. Toulouse, 1964.
- Thèse secondaire : Etude des procédés de calcul ayant pour but de rendre minimum le coût d'un réseau ramifié de distribution d'eau.

Discussion

Président : M. BECKER

M. le Président présente M. LABYE qui est un de ses anciens élèves. M. LABYE est Docteur ès-Sciences et a travaillé sous la direction éclairée du Professeur NOUGARO de l'Université de Toulouse.

D'autre part, M. le Président remercie M. NOUGARO d'être venu assister à cette séance et, de plus, d'avoir bien voulu apporter tout l'appui de son autorité à son disciple.

M. le Président remercie M. LABYE de son exposé et fait remarquer que, si cet exposé est théorique, il a un but essentiellement pratique. Ces études sont remarquables et rendent de grands services comme l'ont reconnu les ingénieurs qui s'en sont servis.

M. NOUGARO précise tout l'intérêt pratique de la collaboration qui s'est établie, grâce à M. LABYE, entre les Services

de Recherches du Génie Rural et l'Institut des Fluides de Toulouse. En effet, les méthodes de calcul proposées par M. LABYE s'appliquent non seulement aux problèmes d'irrigation, mais également à des problèmes de distribution dans les villes.

Des publications ont été faites concernant une méthode de calcul d'un réseau maillé, méthode qui est assez différente de la méthode de Hardy-Cross. Jointe à cette méthode de calculs transitoires, elle permet de résoudre entièrement le problème d'une méthode d'adduction d'eau. Elle s'applique à tout réseau ramifié, qu'il soit irrigant ou distributeur d'eau.

M. CARLIER demande si la Faculté des Sciences de Toulouse se propose d'entreprendre, ou a déjà entrepris des

recherches expérimentales sur modèle pour vérifier et préciser les équations du régime transitoire qui viennent d'être établies.

M. NOUGARO indique que deux types de recherches ont été envisagés :

— En premier lieu, la thèse de M. LABYE, à laquelle M. le Professeur ESCANDE et M. le Professeur NOUGARO ont jugé utile de laisser un caractère théorique dans le cadre d'un doctorat d'Etat.

— Indépendamment de cette étude, l'Institut de Mécanique des Fluides de Toulouse a entrepris une étude d'analogie dans le cadre des régimes transitoires dans les réseaux maillés par une méthode dont M. RÉMÉNIÉRAS est un peu le premier initiateur. Cette méthode consiste en une analogie aérodynamique en considérant, dans un réseau, non plus des canalisations parcourues par de l'eau, mais des canalisations parcourues par de l'air. Un professeur de l'Université de Sarajevo (Yougoslavie) fait une thèse sur ce sujet. On ne peut encore donner de résultats, mais les premiers éléments permettent de bien augurer des conclusions auxquelles l'intéressé pourra aboutir.

M. RÉMÉNIÉRAS ajoute que la méthode de détermination des pertes de charge, que vient de mentionner M. NOUGARO, est moins coûteuse que celle utilisant des débits liquides; elle donne de bons résultats à condition de tenir compte des régimes de transition dans lesquels les pertes de charge ne sont plus des fonctions quadratiques du débit.

On peut se demander si, dans ce genre de problème, il est nécessaire de passer par un modèle d'analogie physique, car la machine à calculer s'adapte particulièrement bien à de tels systèmes. Le passage de la loi quadratique à la loi laminaire est dans ce cas particulièrement facile.

M. LABYE dit que l'on n'est pas obligé de s'en servir pour passer à la machine à calculer.

En effet, pour q petit on a une droite représentative de la fonction $f(j, q)$. Quand q augmente, on obtient une parabole.

On peut donc considérer n'importe quelle loi de pertes de charge.

M. RÉMÉNIÉRAS observe que l'on peut utiliser soit une machine à calculer « digitale », soit une machine « analogique ». Il a eu l'occasion de projeter un modèle analogique électrique simple, simulant l'exploitation d'une série d'usines hydroélectriques — avec ou sans réservoirs de régularisation — échelonnées sur une même rivière; il est parfois difficile en pratique de conserver à de tels modèles une bonne précision dans toute la gamme de variation des données.

M. NOUGARO pense que l'on pourra arriver à traiter des problèmes de ce genre, peut-être un peu plus simplement, en conjuguant les simplifications des méthodes numériques et analogiques, c'est-à-dire à l'aide du calcul hybride.

M. RÉMÉNIÉRAS estime intéressant de comparer les précisions et les coûts des différentes méthodes car la nécessité de conserver une précision raisonnable pour que les résultats soient utilisables en pratique est assez grande.

M. ZAOUT indique que le problème traité par M. LABYE a été posé à SO.G.R.E.A.H. par la Ville de Lyon pour l'étude de la distribution d'eau dans la ville jusqu'en l'an 2000, en tenant compte des fluctuations horaires de la consommation, des oscillations de niveaux dans les réservoirs et de l'arrêt ou de la mise en marche des stations de pompage. Il a été résolu par application répétitive de la méthode Hardy-Cross avec intégration numérique sur calculateur IBM-360-40. Le temps de calcul est important (2 à 3 h pour simuler une journée de fonctionnement) mais non prohibitif. Le programme de calcul a été écrit pour s'adapter à n'importe quelle configuration de réseaux maillés. L'intérêt des travaux de M. LABYE provient du fait qu'ils seraient susceptibles de conduire à des calculs plus courts et, par conséquent, encore plus économiques.

M. le Président lève la séance en remerciant à nouveau M. LABYE ainsi que les personnes qui ont bien voulu intervenir dans cette discussion.

(La séance est levée à 12 h 15.)