



CALCUL DE PROPAGATION DES ONDES DE RUPTURE DE BARRAGE

PAR J.-A. CUNGE *

Introduction

Dans cet article, on se propose de présenter une série de résultats numériques de calcul de la propagation d'onde de rupture d'un barrage. Il s'agit d'expériences numériques, dont résultats sont comparés aux expériences sur le modèle réduit, d'où l'intérêt de cet exposé. On a évité exprès toutes considérations théoriques en ce qui concerne les méthodes de calcul et les hypothèses par souci d'élargissement du cercle de lecteurs.

Le problème global posé par la rupture d'un barrage ne sera probablement jamais résolu d'une façon satisfaisante par le calcul. Habituellement, on dissocie les deux phases de ce phénomène :

- 1^{re} phase, suivant immédiatement la rupture;
- 2^e phase de la propagation de « l'onde de rupture ».

On considère ici uniquement la deuxième phase. Les calculs de la propagation d'ondes de rupture ont déjà été effectués par le Laboratoire National d'Hydraulique en utilisant la méthode des caractéristiques [1].

La méthode de différences finies est plus commode du point de vue d'un ingénieur qui doit construire et exploiter le modèle mathématique d'une vallée naturelle; c'est la méthode utilisée pour obtenir les résultats présentés ci-après. Après l'exposé des hypothèses admises pour l'étude, on décrit les principes de la méthode et les résultats obtenus. Une partie des calculs avait pour but de vérifier que la méthode adoptée donne les résultats acceptables. Afin de le prouver, on a reproduit par calcul un certain nombre d'expériences de M. Cavailé [2] effectuées au L.N.H. sur un modèle réduit. Quelques calculs supplémentaires montrent l'influence de la rugosité et des conditions initiales

sur les résultats numériques. Enfin, l'essai d'application de différents schémas de différences finies a permis de mieux juger l'utilité du schéma retenu.

Hypothèses admises

- 1° Effacement total et instantané du barrage.
- 2° Existence, à un moment donné après la rupture, d'un ressaut mobile (ou d'une onde de choc) en aval de l'emplacement du barrage.
- 3° Existence, à l'amont et à l'aval de cette onde, d'un écoulement graduellement varié qui peut être décrit par les équations de Saint-Venant (c'est-à-dire d'un écoulement pour lequel on peut admettre la répartition hydrostatique des pressions et l'uniformité de la vitesse dans la section).

NOTA :

Cette dernière hypothèse exclut la possibilité de calcul de la propagation d'une onde sur le fond sec. Toutefois, ce phénomène peut être simulé en admettant le tirant d'eau très faible en aval de l'onde de rupture.

Cette hypothèse exclut aussi toute possibilité de la reproduction des ondulations derrière le front d'ondes de rupture souvent observées lors des essais sur les modèles réduits.

Méthode de calcul

Il a été admis que l'écoulement, dans sa deuxième phase, peut être divisé en trois zones :

- la zone I située à l'amont de la discontinuité;

* SOGREAH, Grenoble.

- la zone II du front d'onde ou zone de la discontinuité;
- la zone III à l'aval de la discontinuité.

L'écoulement dans les zones I et III peut être torrentiel (supercritique) ou tranquille (subcritique), mais il est décrit par les équations de Saint-Venant. Les deux zones sont liées entre elles par la zone II qui peut être représentée par les conditions du ressaut (ou les conditions Rankine-Hugoniot).

En partant d'un état initial (les niveaux et les débits) connu partout à l'instant t , le calcul des niveaux et débits à l'instant $t + \Delta t$ s'effectue en deux étapes :

a) En connaissant au temps t la position de la discontinuité, on détermine par les itérations sa nouvelle position, ainsi que les niveaux et débits dans son voisinage immédiat à l'instant $t + \Delta t$. Ce calcul est basé sur la méthode des caractéristiques et sur les relations du type Rankine-Hugoniot valables pour le ressaut;

b) On intègre numériquement, dans les zones I et III et entre les instants t et $t + \Delta t$, les équations de Saint-Venant. L'intégration s'effectue entre la limite amont du modèle et la discontinuité pour la zone I et entre la discontinuité et la limite aval du modèle pour la zone III. Elle est réalisée à l'aide d'un schéma explicite de différences finies qui permet de reproduire l'écoulement torrentiel transitoire.

Grâce à ce procédé, on peut utiliser un réseau régulier de points de calcul, chaque section de la vallée étant définie par une table des surfaces mouillées et une table des débitances en fonction de la profondeur. Cette définition étant la même que pour les modèles mathématiques fluviaux ordinaires, la préparation de données topographiques et hydrauliques ainsi que la définition des points de calcul n'est qu'une routine.

La position de la discontinuité est la cause d'une complication majeure de programme. En effet, la vitesse de propagation du front entre les instants t et $t + \Delta t$ est variable. Le découpage du modèle en points de calcul étant fixe et le pas de temps Δt étant limité (par la condition de la stabilité numérique due à l'utilisation d'un schéma explicite), la discontinuité se trouve généralement entre les deux points de calcul. Alors, il faut se résoudre, pour l'étape (a) du calcul, à des interpolations de données et de résultats pour le voisinage immédiat de l'onde de rupture.

Vérification de la méthode

La vérification expérimentale de la méthode employée consistait en une reproduction par calcul des expériences effectuées par M. Cavaillé sur le modèle réduit [2].

Le canal utilisé par M. Cavaillé avait les caractéristiques suivantes :

- longueur 40,00 m
- largeur 0,25 m
- profondeur max. . . 0,25 m

son fond était métallique, les parois latérales en verre. Le barrage était simulé par une vanne s'effaçant verticalement et situé au milieu du canal. Le nombre de sections de mesure avait été fixé à dix et leur répartition le long du canal se trouve sur la figure 1. On a reproduit par calcul trois essais de M. Cavaillé concernant la propagation de l'onde de rupture sur les différentes profondeurs en aval

du barrage. Pour toute cette série d'essais, on a admis la rugosité correspondant au coefficient de Strickler égal à 100 (cette valeur du coefficient de Strickler se situe à l'intérieur de la fourchette de coefficients d'expérience de M. Cavaillé). La longueur totale de 40 m du canal a été remplacée par cent intervalles $\Delta x = 0,4$ m, c'est-à-dire par 101 points de calcul (voir figure 1). Tous les calculs ont été effectués sur ordinateur IBM 360-65 du centre de calcul de SOGREAH.

Les principales caractéristiques des essais effectués sont reportées dans le tableau suivant :

N ^{os} D'ESSAI DE M. CAVAILLÉ	PROFONDEUR AVANT RUPTURE		TYPE D'ÉCOULEMENT A L'AVAL DU BARRAGE APRÈS LA RUPTURE	RÉSULTATS REPORTÉS SUR LES FIGURES
	en amont du barrage (mm)	en aval du barrage (mm)		
2 B	230	5	torrentiel	(1)
3 B	230	10	torrentiel	2 et 3
5 B	230	40	tranquille	4 et 5

(1) On ne montre ici qu'une partie de résultats obtenus : des différences entre le calcul et l'expérience 2 B sont de même ordre que pour le cas 3 B.

Les résultats de ces calculs sont tracés automatiquement par une table traçante (comme tous les résultats présentés ici) sur les figures 2, 3, 4, 5. Sur les figures 2 et 4 on a porté l'évolution calculée des niveaux aux points de mesure en fonction des temps ainsi que les niveaux observés par M. Cavaillé (voir [2], tableaux III et V). Sur la figure 3 sont reportées les lignes d'eau calculées à des instants différents (toutes les secondes entre $t = 3$ s et $t = 14$ s).

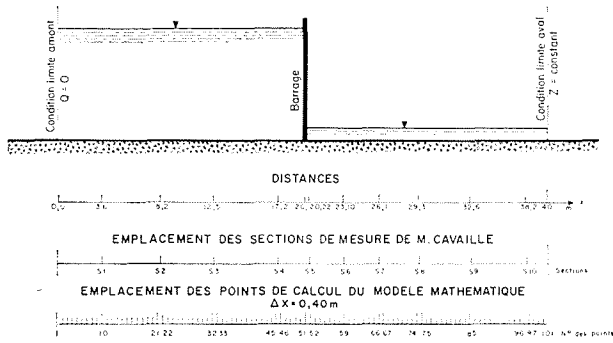
Pour tous ces calculs, il a fallu admettre un état initial. Il était déterminé chaque fois d'une façon arbitraire, en s'inspirant toutefois de la forme générale que la ligne d'eau doit avoir et en satisfaisant aux conditions du passage par le ressaut. On reviendra à ce problème un peu plus loin.

L'examen des résultats de calculs, en comparaison avec les expériences, permet d'affirmer la validité de la méthode employée. En effet, tenant compte de l'arbitraire dans le choix des conditions initiales et du coefficient de rugosité, on peut admettre que la vitesse de propagation de l'onde de rupture et les cotes calculées sont en accord suffisant avec les mêmes grandeurs observées.

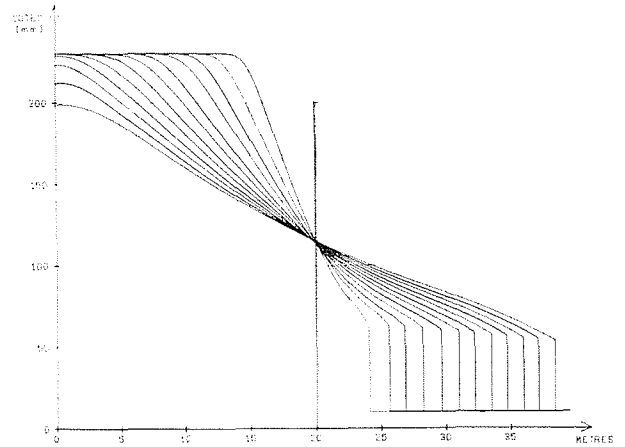
Propagation sur le fond sec Section transversale trapézoïdale

En plus de cette vérification de principe, on a effectué une série de calculs pour se rendre compte de la possibilité d'application de la méthode aux cas réels, notamment au cas de la propagation sur le fond sec et au cas d'une section non rectangulaire.

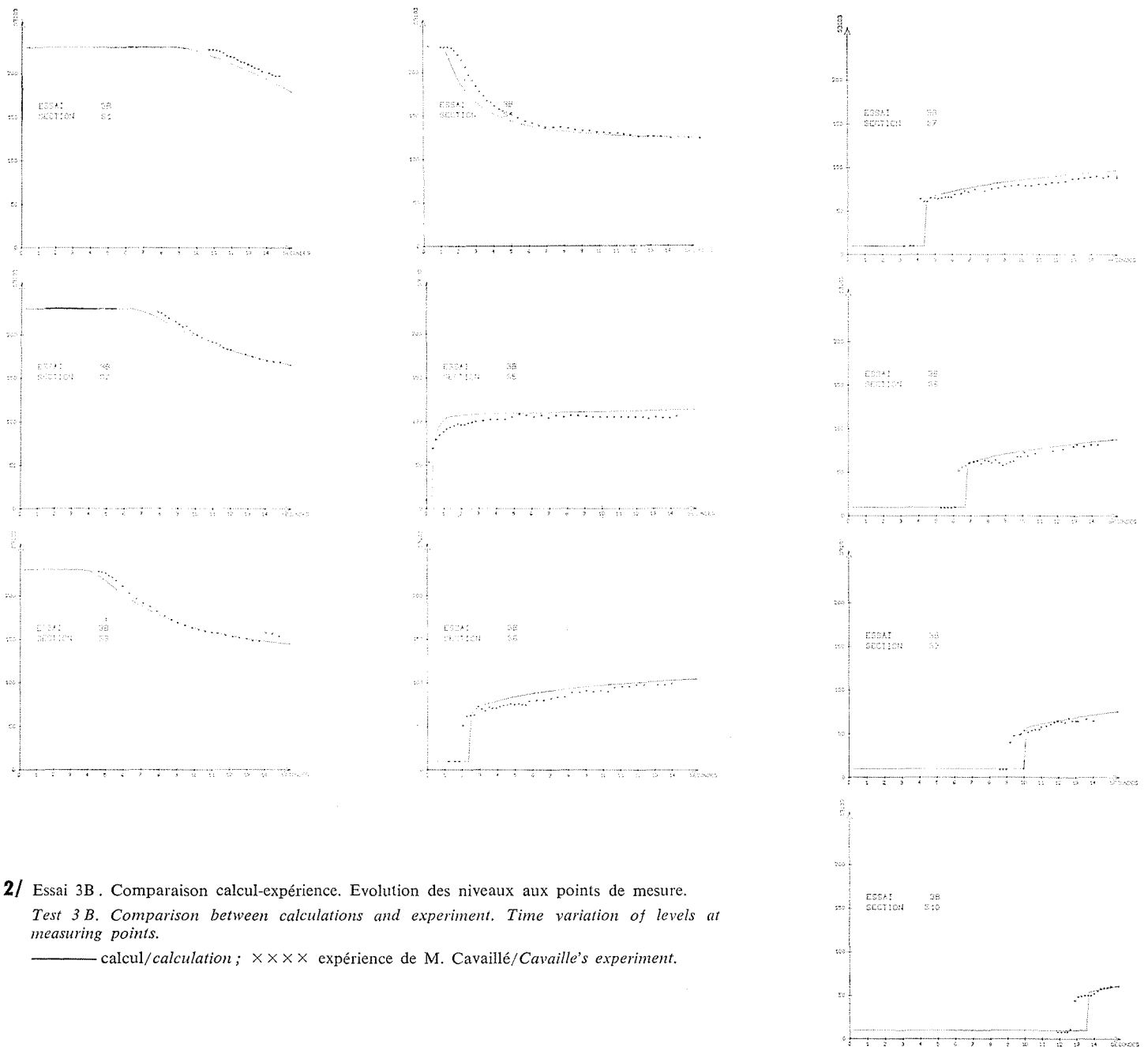
La méthode telle quelle ne permet pas d'avoir le fond sec en aval du barrage. Toutefois, on l'a appliquée en introduisant un tirant d'eau aval très faible par rapport à la profondeur amont. La figure 6 montre l'évolution des



1/ Schéma du modèle réduit et de l'emplacement des sections.
Diagram of model showing measuring sections.

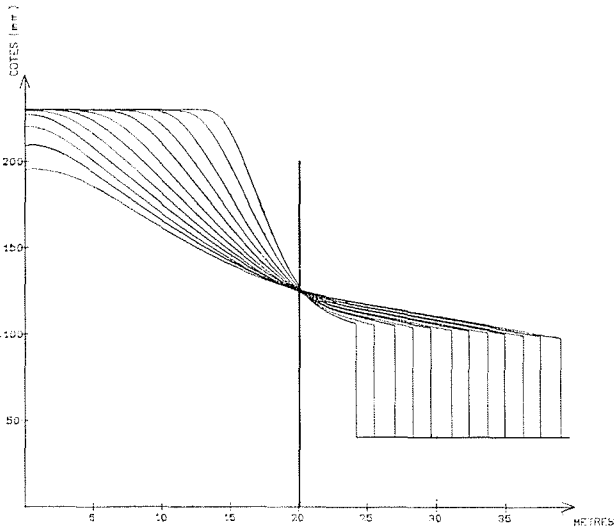


3/ Essai 3 B. Lignes d'eau calculées entre T = 3 s et T = 14 s.
Test 3 B. Calculated water surface profiles between T = 3 sec. and T = 14 sec.

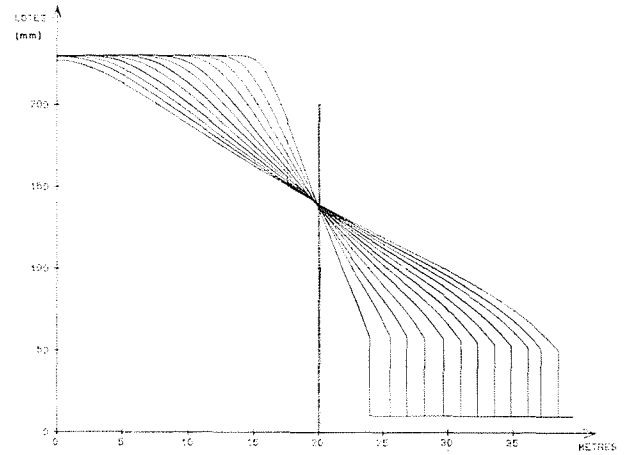


2/ Essai 3 B. Comparaison calcul-expérience. Evolution des niveaux aux points de mesure.
Test 3 B. Comparison between calculations and experiment. Time variation of levels at measuring points.

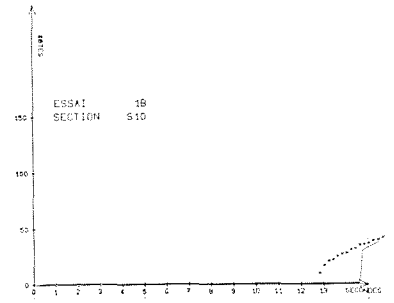
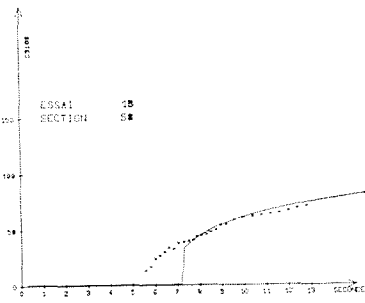
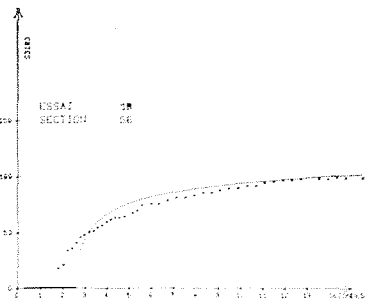
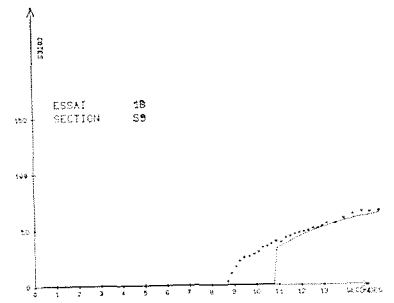
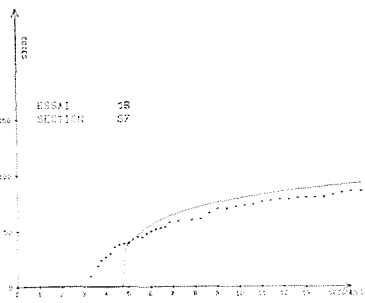
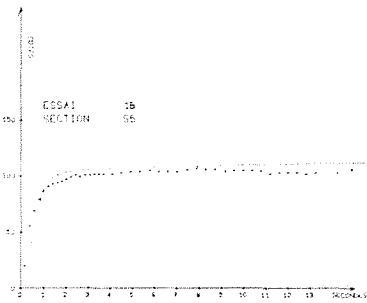
— calcul/calculation; ×××× expérience de M. Cavaillé/Cavaillé's experiment.



5/ Essai 5 B. Lignes d'eau calculées entre $T = 3$ s et $T = 14$ s.
 Test 5 B. Calculated water surface profiles between $T = 3$ sec. and $T = 14$ sec.



7/ Onde de rupture dans un canal trapézoïdal. Lignes d'eau calculées entre $T = 3$ s et $T = 14$ s. Largeur au plafond = 0,25 m. Berges 2/1. $K_{Str} = 80$.
 Surge in trapeze shaped canal. Water surface profiles calculated between $T = 3$ sec. and $T = 14$ sec. Top width = 0.25 m. Banks : 2/1. $K_{Str} = 80$.



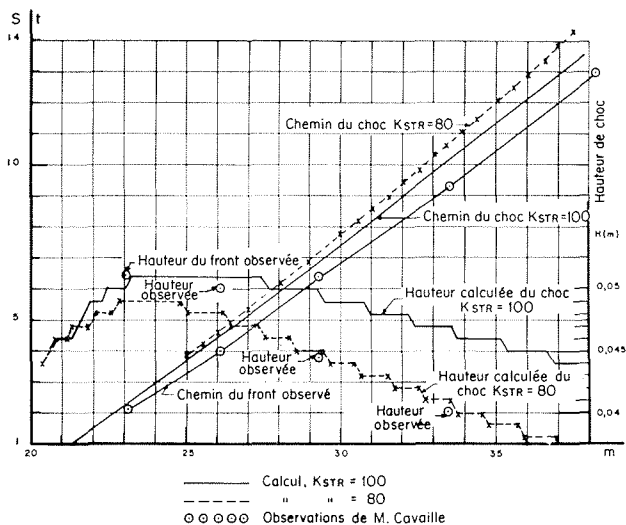
6/ Onde de rupture sur profondeur faible. Evolution des niveaux aux points de mesure.
 Surge in shallow water. Time variation of levels at measuring points.
 ——— calcul/calculation; $\times \times \times$ expérience de M. Cavaille/Cavaille's experiment.

Influence de la rugosité et des conditions initiales

L'influence de la rugosité sur la vitesse de propagation de front d'onde et sur sa hauteur est bien montrée par les deux calculs comparatifs du cas 3 B, l'un avec le coefficient de Strickler $k_{STR} = 100$ et l'autre avec $k_{STR} = 80$. Sur la figure 8 sont portés : le chemin de propagation du front calculé dans le plan (x, t) et sa hauteur dans le plan (x, H) pour les deux calculs. Sur le même dessin on a porté les

grandeurs correspondantes tirées des observations de M. Cavaille. Toutefois, comme dans ses expériences on ne trouve pas un front vraiment raide, les valeurs expérimentales portées sur la figure 8 ne peuvent pas être comparées directement aux valeurs calculées.

On constate l'importance du choix de la rugosité, surtout en ce qui concerne la hauteur du front, mais aussi pour la vitesse de propagation. Il faut remarquer que son influence sur la cote maximale atteinte est moindre que sur la hauteur du front; voir figure 9 où on trouve, pour $k_{STR} = 80$, l'évolution des niveaux aux points de mesure.

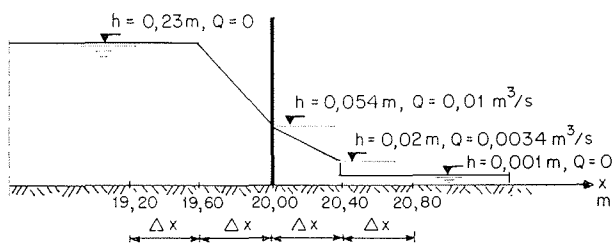


8/ Le chemin de propagation et la hauteur de la discontinuité.
Propagation path and discontinuity height.

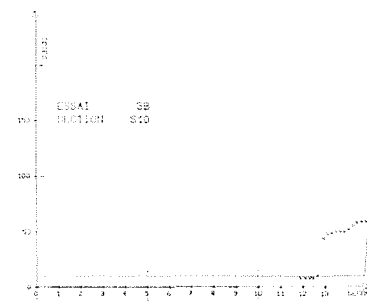
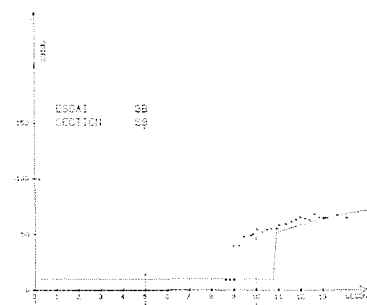
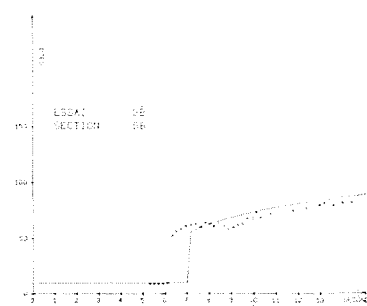
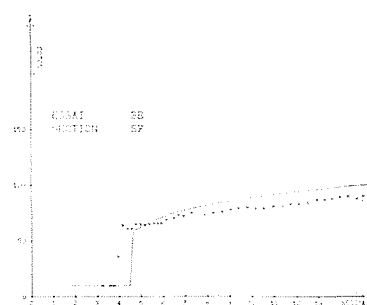
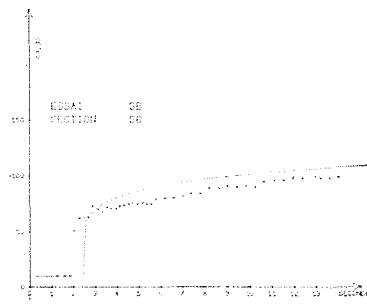
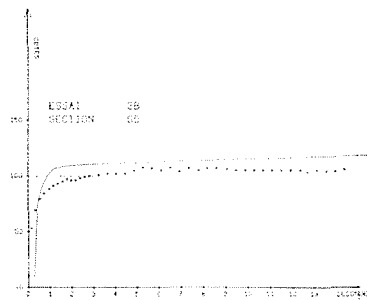
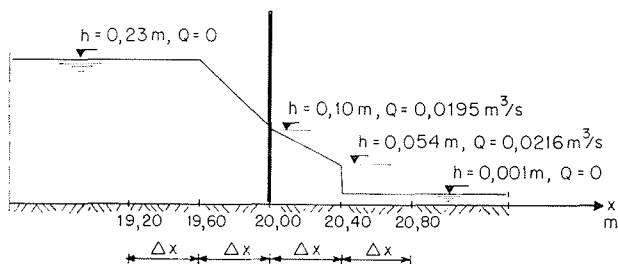
Les résultats de calcul analogue, mais avec la rugosité différente ($k_{STR} = 100$) sont reportés sur les figures 2 et 3.

Les conditions initiales ont une influence importante sur la suite de la propagation d'onde de rupture. Une erreur dans l'estimation de la hauteur initiale de choc peut se traduire par une variation non négligeable de la vitesse de propagation du front qui dépend directement de cette hauteur. De plus, on ne peut pas apprécier avec certitude la durée de la première phase d'écoulement, juste après la rupture. Dans tous les calculs présentés ici dont les résultats ont été comparés avec les expériences, on a admis arbitrairement que la durée de la première phase est de 0,27 s (le temps de propagation du front sur la longueur d'un $\Delta x = 0,4$ pour l'essai 5 B). Une autre difficulté réside dans le fait qu'il faut introduire non seulement les niveaux initiaux, mais aussi les débits.

Il semble que la solution obtenue par le calcul dépend des conditions initiales. Pour illustrer cette remarque, on a effectué deux calculs de propagation d'onde de rupture sur un tirant d'eau très faible. Les résultats du premier sont présentés sur la figure 6. Les conditions initiales (au temps 0,27 s) admises ont été les suivantes :



La figure 10 montre les résultats du même calcul, mais avec les conditions initiales (au temps 0,27 s) différentes :



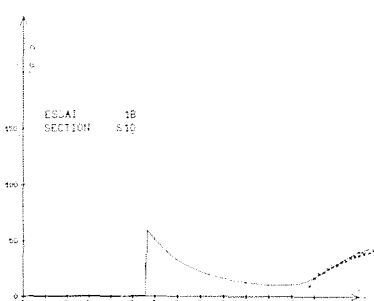
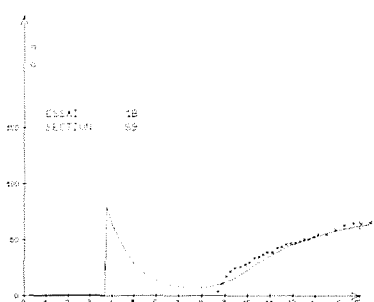
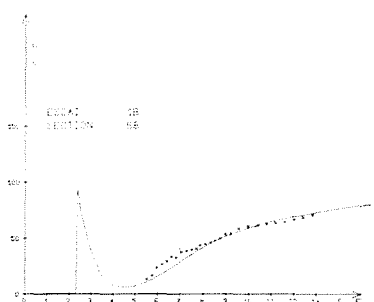
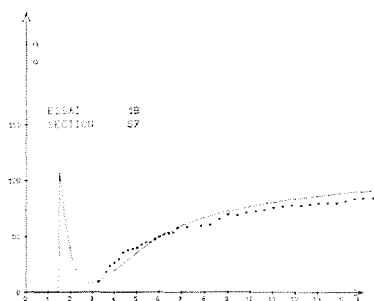
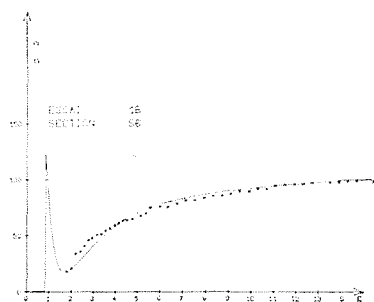
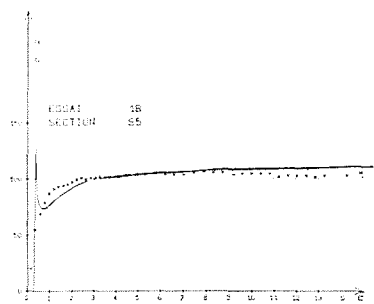
9/

Influence de la rugosité sur la propagation d'une onde de rupture. Evolution des niveaux aux points de mesure.

Effect of roughness on surge propagation. Time variation of levels at measuring points.

— calcul en posant $K_{STR} = 80$ / calculation assuming $K_{STR} = 80$;

×××× expérience de M. Cavallé / Cavaille's experiment.

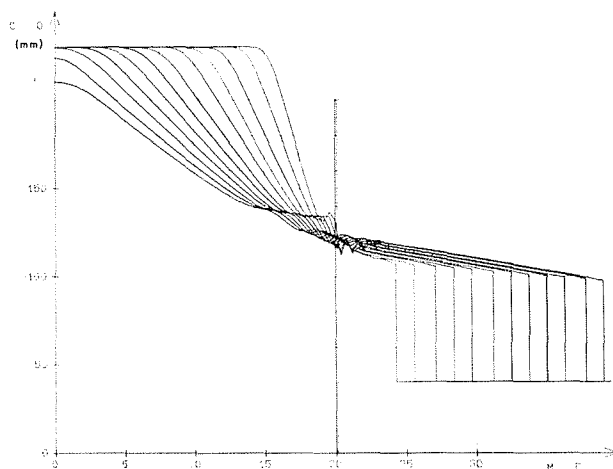


10/

Influence de l'état initial. Calcul à comparer avec figure 6. Evolution des niveaux aux points de mesure.

Effect of initial state. Calculation to be compared with Figure 6. Time variation of levels at measuring points.

— calcul/calculations ;
 x x x x expérience de M. Cavaille/Cavaille's experiment.



11/ Calcul avec le schéma Houghton-Kasahara. Ecoulement tranquille. Lignes d'eau calculées entre T = 3 s et T = 14 s.
 Calculation with Houghton-Kasahara set-up. Tranquil flow. Surface profiles calculated between T = 3 sec. and T = 14 sec.

On voit aisément que les résultats du deuxième calcul sont absurdes du point de vue physique bien que dans les deux cas les conditions de ressaut ont été satisfaites sur le front d'onde à l'instant initial. La figure 10 suggère que le calcul donne sur le front une solution possible numériquement, mais n'ayant pas de sens physique pour le cas considéré.

Cette solution serait donc choisie par le calcul uniquement sur la base des conditions initiales. Comme, pour les cas pratiques, ces dernières ne pourront jamais être définies avec certitude, la plus grande prudence est recommandée.

Utilisation des schémas différents de différences finies

Tous les calculs dont les résultats sont représentés sur les figures 2 à 15 ont été effectués en utilisant le schéma explicite pondéré et dont le schéma de Lax est un cas particulier. On a testé deux autres schémas de différences finies : le schéma de Houghton-Kasahara et le schéma de Lax-Wendroff.

a) Le schéma explicite pondéré.

Dans le plan (x, t) on remplace les dérivés partielles d'une fonction f(x, t) par les différences finies selon les formules :

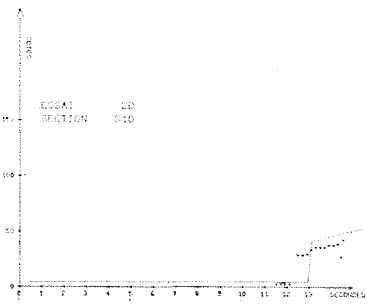
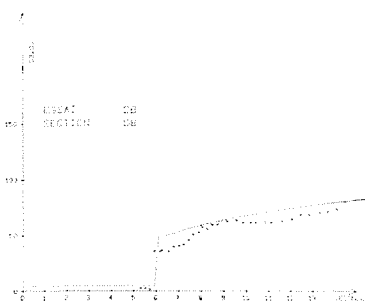
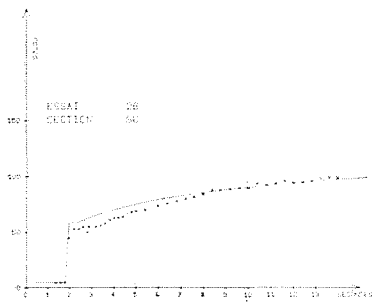
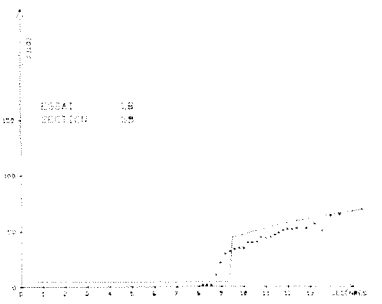
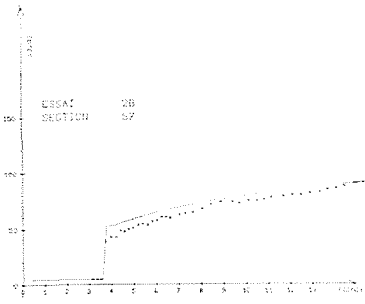
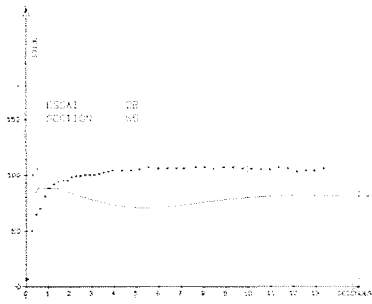
$$\left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_j \approx \frac{1}{\Delta t} \left\{ f_j^{n+1} - \left[\alpha \cdot f_j^n + (1-\alpha) \cdot \frac{f_{j+1}^n + f_{j-1}^n}{2} \right] \right\}$$

$$\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_n \approx \frac{f_{j+1}^n - f_{j-1}^n}{2 \Delta x}$$

Ce schéma se ramène au schéma dit « de Lax » pour $\alpha = 0$.

b) Le schéma de Houghton-Kasahara.

Ce schéma est décrit en détail dans [3] où on l'utilise pour calculer le ressaut stationnaire. Il est dérivé du schéma classique de Lax et Wendroff comme présenté dans [4]. On l'a appliqué ici aux essais 5 B (dont les résultats sont portés sur la figure 11) et 2 B (figures 12 et 13).



12/

12/ Calcul avec le schéma Houghton-Kasahara. Ecoulement torrentiel. Evolution des niveaux aux points de mesure.

Calculation with Houghton-Kasahara set-up. Torrential flow. Time variation of levels at measuring points.

— calcul/calculation ;
 ×××× expérience de M. Cavaille/Cavaille's experiment.

13/ Calcul avec le schéma Houghton-Kasahara. Ecoulement torrentiel. Lignes d'eau calculées entre T = 3 s et T = 14 s.

Calculation with Houghton-Kasahara set-up. Torrential flow. Surface profiles calculated between T = 3 sec. and T = 14 sec.

14/

15/ Calcul avec le schéma Lax-Wendroff :

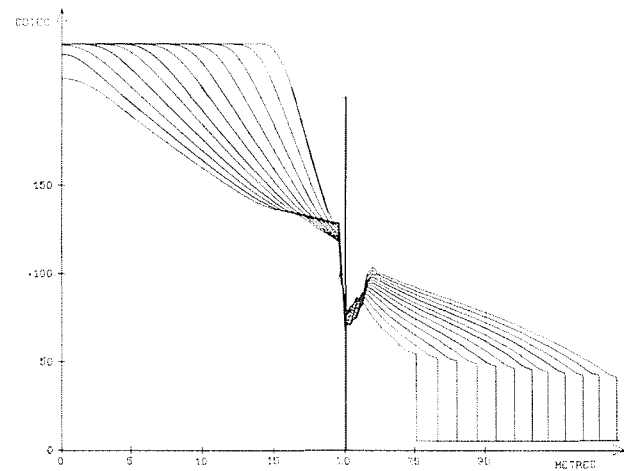
$$\Delta T = \frac{0,5 \Delta x}{\text{Max} (|u| + \sqrt{gh})} \text{ stable.}$$

Lignes d'eau calculées entre T = 3 s et T = 10 s.

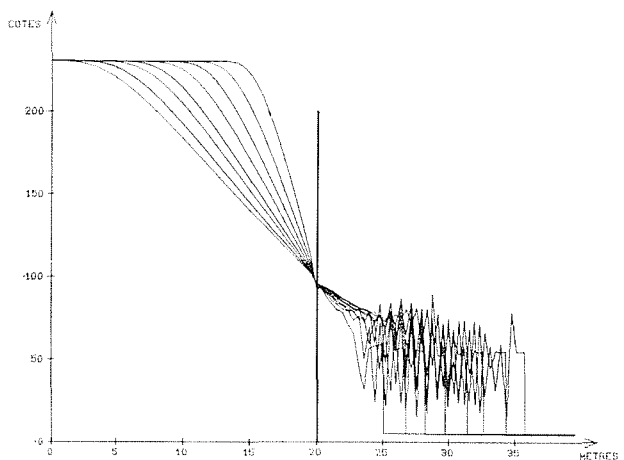
Calculation with Lax-Wendroff set-up :

$$\Delta T = \frac{0,5 \Delta x}{\text{Max} (|u| + \sqrt{gh})} \text{ stable.}$$

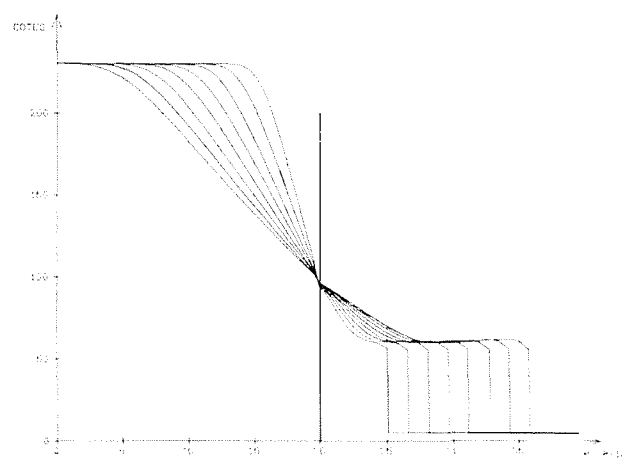
Surface profiles calculated between T = 3 sec. and T = 10 sec.



13/



14/



15/

Il faut noter que des difficultés ont été rencontrées en ce qui concerne l'état initial. En effet, le schéma (qui est théoriquement du troisième ordre de précision) exige que les conditions initiales soient définies avec beaucoup plus de soin qu'auparavant.

On était obligé d'utiliser les résultats de calcul avec le schéma pondéré pour pouvoir démarrer le calcul qui, autrement, devenait instable. L'examen des figures 11 et 13 montre que ce schéma conserverait les discontinuités provenant des conditions initiales (par exemple à l'emplacement du barrage) en les fixant dans la même section (ces discontinuités seraient stationnaires). Par ailleurs, les résultats sont un peu meilleurs (en ce qui concerne notamment la vitesse de propagation) que ceux donnés par le schéma pondéré.

c) *Le schéma de Lax-Wendroff*, tel qu'il est décrit par Richtmyer et Morton [5].

L'emploi de ce schéma au cas considéré ici a montré les mêmes difficultés que l'emploi du schéma précédent quant aux conditions initiales. Toutefois, ce schéma n'est pas à recommander pour d'autres raisons. Les calculs correspondant à l'essai 2 B ont montré tout d'abord que la condition classique de stabilité numérique n'est pas suffisante. En effet, en imposant :

$$\Delta t = \frac{0,9 \Delta x}{\max(|u| + \sqrt{gH})}$$

on obtient des résultats parfaitement instables (voir figure 14). Pour le pas de temps :

$$\Delta t = \frac{0,5 \Delta x}{\max(|u| + \sqrt{gH})}$$

on obtient la stabilité, mais les résultats ne sont pas rassu-

rants : la hauteur du front d'onde augmente avec le temps (voir figure 15), ce qui est contraire à l'expérience.

Conclusions

Les résultats exposés des calculs montrent leur validité dans les limites des hypothèses adoptées. La méthode de calcul est choisie de telle sorte que la construction de modèles mathématiques des vallées naturelles en aval de barrages est aisée. La comparaison avec la réalité n'étant pas (heureusement) possible, il faut se contenter d'expériences de laboratoire et sur cette base on peut penser que le phénomène de la propagation d'ondes de rupture de barrage peut être approché par cette méthode.

Références bibliographiques

- [1] FAURE (J.), NAHAS (N.). — « Etude numérique et expérimentale d'intumescences à forte courbure du front ». *Société Hydro-technique de France*, juin 1961, *La Houille Blanche*, n° 5, 1961, p. 576-587.
- [2] CAVAILLÉ (Y.). — « Contribution à l'étude de l'écoulement variable accompagnant la vidange brusque d'une retenue ». *Publications Scientifiques et Techniques du Ministère de l'Air*, n° 410, Paris, 1965.
- [3] HOUGHTON (D. D.), KASAHARA (A.). — « Nonlinear Shallow Fluid Flow Over an Isolated Ridge ». *Comm. on Pure and Appl. Math.*, vol. XXI, n° 1, Jan. 1968.
- [4] LAX (P.), WENDROFF (B.). — « Systems of Conservation Laws ». *Comm. on Pure and Appl. Math.*, vol. XIII, 1960, p. 217-237.
- [5] RICHTMYER (R. D.), MORTON (K. W.). — « Difference Methods for Initial-Value Problems ». *Interscience Publ.*, 1967, 2nd edition, p. 303.

